Георги Чобанов

ДИНАМИКА, РАВНОВЕСИЕ И СТАБИЛНОСТ НА СТОПАНСКАТА СИСТЕМА

Софийски университет „Св. Климент Охридски“
Стопански факултет

Георги Чобанов

ДИНАМИКА, РАВНОВЕСИЕ И СТАБИЛНОСТ НА СТОПАНСКАТА СИСТЕМА

Софийски университет „Св. Климент Охридски“
Стопански факултет
София, 2020

Научни рецензенти
Доц. Цветан Игнатов
Доц. Боряна Богданова

Софийски университет „Св. Климент Охридски“
Стопански факултет

ISBN 978-954-9399-63-9

Съдържание

Увод

"Ние не можем да изберем друго верую, освен науката, ние нямаме друго верую, освен да кажем, че икономиката е наука и второ, че науката има много важен количествен аспект." Йозеф Шумпетер (Econometrics N 1, January 1933)

Съвременните научни теории са структурирани във вид на въображаеми модели, абстракции на заобикалящата ни действителност, които следва да отразяват адекватно, по възможност по-пълно и точно фрагменти, части, явления и процеси от заобикалящия ни свят. Моделите се използват за описание и анализ на интересуващи хората явления, за да се прогнозират възможни събития и да се направят сценарии за вземане на решения и начини на поведение. Моделният подход стана популярен и в съвременната икономическа изследователска практика. Този подход е възприет и в настоящата монография.

Основна методология на изследването в предлаганата монография е ***подходът на равновесната статика и динамика***, утвърден в икономическата наука в резултат на усилията на много икономисти и публикуван в един до голяма степен завършен вид от нобеловия лауреат по икономика Пол Самуелсън във фундаменталния му труд „Основи на икономическия анализ”.

Стопанството на една страна се разглежда като една ***система от подсистеми и компоненти, обединени в стопански сектори, които са взаимно свързани и си взаимодействат си като в един организъм, свързан с организма на световната стопанска система***. Подобно на процесите в живия организъм, в стопанската система се върти вечния цикъл: производство – разпределение – потребление, намиращ агрегиран израз в постоянно течащите между секторите на стопанската система, стопански потоци от блага, пари, средства за производство. В съвременната система на отвореното стопанство, освен вътрешните за системата потоци се оформя и един поток на външния обмен, състоящ се от всички вливания в, и изтичания от системата. ***Потокът на външния обмен*** се отчита статистически от ***платежния баланс на националната стопанска система*** и може значително да влияе на състоянието на стопанската система, подобно на преливането или източването на кръв във живия организъм.

Понастоящем, макроикономическият монетарен анализ на една стопанска система се основава на ***анализа на фондовите потоци*** и служи за създаване на съответни ***финансови програми за провеждане на макроикономическа политика с определени цели***.

Цел на предлаганата монография, най-общо казано, е да се направят икономически анализи и да се предложат възможности за провеждане на икономическа политика, като за отправна точка се използва равновесието на стопанската система и свързаните с него динамика и стабилност. Конкретните задачи са поставени и решени в двете части на монографията, а резултатите са обобщени в заключението.

Първата част на предлагания труд е посветена на задачата ***да се изследват възможностите за провеждане на икономическа политика като резултат на анализ на фондовите потоци в отвореното стопанство, въз основа на равновесната статика на системата на отвореното стопанство. За тази цел, законът на Валрас е формулиран и доказан за стопанска система, включваща всички сектори на едно съвременно отворено стопанство, след което е показано, как този закон може да бъде използван като теоретична рамка за провеждането на анализа на фондовите потоци.***

В ***първа глава*** са изложени структурата и функциите на неокласическата стопанска система и е направен анализ на движещите сили и на механизмите на взаимодействие между субектите на тази стопанската система, определящи равновесното състояние в условията на една нео класическа, типично Валрасова затворена стопанска система, без пари и правителство. Леон Валрас публикува модела за общото равновесие на стопанската система през 1874 в своя фундаментален труд (Walras, 1926/1954). В началото, икономистите не обръщат сериозно внимание на теорията на Валрас, но постепенно се убеждават, че тя е солидна основа за анализ на стопанския кръговрат и въобще на процесите протичащи в стопанската система. Самият Шумпетер признава, че моделът на Валрас е “magna charta” за икономическата теория.

Във ***втора глава,*** идеите на Валрас са продължени и разширени за отворено стопанство със всички съвремени стопански сектори, като са добавени парите, обществените блага и обмена с останалия свят. На преден план е изнесен моделът на общото равновесие на Валрас и неговата роля на «харта магна» за икономическата теория, като ***законът на Валрас е формулиран и доказан в общия случай за една съвременна стопанската система***.

В ***трета глава*** е показано, как моделът на Валрас може да бъде използван като теоретична рамка за ***анализ на фондовите потоци и за провеждане на макроикономическа политика в системата на отвореното стопанство. За илюстрация е направен кратък анализ на фондови потоци в българския платежен баланс***.

Съвременните науки за природата и обществото, които се развиха бурно след, и в резултат на Европейския ренесанс, изграждат основните си теории върху принципите на динамичното равновесие. Съвременната физика даде импулсите за създаване могъщ математически апарат за изследване на равновесието и стабилността на динамичните системи в природата, в резултат на което възникна теорията на динамичните системи, която след природните обхвана и обществените науки.

Втората част на предлаганата монография е посветена ***на задачата*** да се направи ***икономически анализ на равновесието в динамична стопанска система като отправна точка за изясняване на процеса на доближаването на един пазар към равновесие, както и определянето на условията за стабилност на система от два взаимно свързани пазара. За решаването на тази задача е приложена теорията на сравнителната статика и динамика на стопанската система.***

Първо, в ***четвърта глава*** статичното и динамичното равновесие са поставени в общия контекст на стопанската система, като са дадени условия за съществуването им. Стабилността на равновесието е анализирана от гледната точка на ***теорията на сравнителната статика и динамика на стопанската система***. Особено внимание е отделено на динамичното равновесие, при което стопанската система остава в едно равновесно състояние докато външни сили не я извадят от него.

Тъй като заобикалящата ни среда е пълна с несигурност и неопределеност, човек винаги се е стремил към един по-сигурен свят, към една по-стабилна, по-устойчива на превратностите на времето стопанска система, която дори извадена от равновесие чрез резки изменения във външните (екзогенните) и параметри, наричани в икономиката шокове, отново се връща или се стреми да се върне в равновесното си състояние под въздействието сили на взаимодействие между вътрешните (ендогенните) си параметри. Такова равновесно състояние се нарича ***стабилно или устойчиво***. Равновесното състояние е ***нестабилно***, ако системата не се връща в равновесното състояние си състояние, ако бъде изведена от него. Равновесното състояние е ***частично стабилно,*** ако за част от състоянията в които е изведена системата, тя се връща, а за друга част – не се връща към равновесие. Понятията за стабилно, частично стабилно и нестабилно равновесие придобиват конкретните си очертания във ***трети и четвърти раздел на четвърта глава***, където е изследвана ***равновесната статика и динамика на един и на два взаимно свързани пазара***.

Въпросът, ***как пазарите се стремят към равновесие и кои са силите, които придвижват стопанската система към равновесно състояние*** е занимавал открай време големи икономисти.

Движещите сили, които тласкат пазара към равновесие, според Леон Валрас са цените, а според Алфред Маршал количествата. (Виж например Алфред Маршал (Marshall, 1890/1920 и Леон Валрас (1926/1954), както и Пол Самюелсън (Samuelson 1947/1963), Джанкарло Гандолфо (Gandolfo, 1997).)

Как, по какъв начин движещите сили тласкат пазара към равновесие?
Според ***Валрас,*** ако **свръх търсенето е положително (отрицателно)**, то ***цената*** има тенденция, стремеж да ***нараства (намалява)***.

Схващането на Валрас, че цената придвижва пазара към равновесие се въплъщава в неговата представа за съществуването на някакъв имагинерен аукционер, който както това става на един аукцион или търг последователно задава цени на благата.

Процесът, който стъпка по стъпка доближава цената до равновесната и стойност Валрас нарича ***татониране (tatonnement)***, което на френски означава ***опипване, напипване, налучкване, нагаждане, доближаване.*** Процесът на татониране се дерижира от аукционера на Валрас, който започва със задаването на някаква произволна начална цена («prix cries au hasard» според терминологията на Валрас). Аукционерът събира всички оферти на предлагащите и всички искове на търсещите, сумира ги и в зависимост от това дали свръх търсенето на едно определено благо е положително или отрицателно, той съответно повишава или намалява цената му, на някакво произволно избрано от него ниво. При зададените по този начин нови нива на цените на всички блага се повтаря същата процедура. Тази процедура се повтаря докато според Валрас, цените на всички блага достигнат до равновесните си стойности. Важно е да отбележим предположението, че по време на татонирането не се извършват никакви сделки, а това може да стане след приключването му. ***Валрас*** отчита главно ***реакцията на потребителите върху изменеията на цената***, без да се интерисува ***от въздействието на количеството предлагано от производитилите***, върху придвижването на системата към равновесно състояние.

Другата гледна точка за процеса на доближаване на един пазар до равновесие принадлежи на Алфред Маршал. ***Според Маршал, движеща сила за нагаждане на***

пазара към равновесие е количеството, понеже то е „отговорно" за несъответствието между търсенето и предлагането, а измененията в цената са следствие от изменението на количествата на търсенето и предлагането. Според ***Маршал***, ако ***цената на свръх търсенето е положителна (отрицателна), то количеството*** има тенденция да ***нараства (намалява)***. Маршал отчита всъщност главно, реацията на производителите на измененията в цената. Тъй като ***в придвижването на стопанската система към равновесие***, въздействие оказва ***както цената, така и количеството, в раздел 3 на четвърта глава*** тези две гледни точки са обединени в една ***обща концепция за придвижването на пазара към равновесие. Показано е, че пазарът се доближава до равновесие в резултат на взаимно усилващото се, акселериращо въздействие както на цената така и на количеството. Изведено е уравнението на затихващите осцилации, описващо процеса на доближаване на цената към равновесната и стойност. Процесът на доближаване на цената към равновесната и стойност е изследван в зависимост от акселератора цена-количество, определящ честотата на осцилациите, като е дадено неоинституционално обяснение на базата на транзакционните разходи, които се правят за ползването на един пазар.***

В раздел 4 на четвърта глава е изследвана и ***равновесната статика и динамика на два взаимно свързани пазара,*** като са определени условията за глобална и частична стабилност на равновесието. ***Пресметната е равновесната права на седловинната стабилност, която показва в какво съотношение трябва да се намират цените на двата пазара, за да е в равновесие системата***. Този резултат е приложен за случая, когато единият пазар е ***пазара на благата***, а другият пазар е ***пазара на труда***, като е получено ***равновесното съотношение цени на благата – заплати, което е пропорционално на производителността на труда***.

Ние живеем в свят, в който съществуват случайни явления. Те пораждат неопределеност в природата и непридвидимост в поведението на стопанските субекти, което от своя страна води до случайни изменения в параметрите на стопанската система, като ги превръща по този начин в случайни величини. ***В раздел 5 на четвърта глава*** е изследвана динамиката и равновесието на цената в ***пазар с висока степен на неопределеност***, като за целта е изграден ***модел на скокообразно изменение на цената под въздействие на случайни събития, възникващи в случайни моменти от времето и със случайна сила на въздействие***. Пресметната е ***характеристичната функция на***

разпределението на цената в случая когато ***скоковете и са в поасонови случайни моменти от времето, с браунови случайни размери***.

Пета глава на предлагания труд е посветена на ***равновесната статика и динамика на макроикономическите пазари в отвореното стопанство***. В основата на протичащите в една стопанска система процеси е ***стопанският кръговрат, вечният цикъл: производство, разпределение и потребление***. ***Първият раздел на пета глава*** е посветен на ***динамиката на стопанския кръговрат,*** като резултат от действието на мотивите на стопанските субекти да извършват определени стопански действия и дейности, намиращи израз в ***склонностите на стопанския субект за потребление, спестяване и плащане на данъци***. В поведението на стопанските субекти са заложени и зародишите на растежа на стопанската система. ***Макроикономическото измерение в поведението на стопанските субекти в отделните сектори на стопанската система***, е основата за извеждането на равновесни закономерности в основните макроикономически пазари на отвореното стопанство, които по-нататък се използват за конструирането на динамични системи за конкретни икономически анализи. На ***равновесната статика и динамика на капиталовия пазар*** е посветен ***вторият раздел на пета глава***, където е изведено и анализирано ***динамичното равновесно уравнение на капиталовия пазар***, известно като ***IS-крива***. Там е представена равновесната динамика на трудовия пазар и е изведено ***основното динамично уравнение на работната заплата***. ***Третият раздел на пета глава*** е посветен на ***ролята на парите в стопанския кръговрат*** и подобно на втората глава служи като основа за изграждане и анализа на ***равновесната статика и динамика на паричния пазар***, където е изведено и анализирано ***динамичното равновесно уравнение на паричния пазар***, известно като ***LM-крива***. На ***равновесната статика и динамика на системата от капиталовия и паричния пазар*** е посветен ***четвъртия раздел на пета глава***. ***Равновесието на пазара на благата*** е анализирано в ***пети раздел на пета глава*** където е изведена ***кривата на агрегираното търсене AD*** и ***основното динамично уравнение на ценовите равнища***. На ***равновесието на платежния баланс*** е посветен ***шестия раздел на пета глава,*** където е изведено ***динамичното равновесно уравнение на външния пазар***, наречено ***BP-крива.***

Част I.

Общо равновесие на стопанската система. Закон на Валрас и анализ на фондовите потоци в отвореното стопанство.

Понятието равновесие присъства още в древнокитайската натурфилософия, като равновесно състояние на двете противоположности ян и ин, които допълващи се и сляти в едно неразделно цяло, представляват квинт есенцията на всяко същество. Според великия китайски натур-философ Лао Дзъ, живял 604-531 г. пр.н.е. „Всяко същество носи в себе си „ин" и „ян" слети в хармонично единство". Обикновено, едната част, ян се приема за положително, светло, добро, а другата, ин – за отрицателно, тъмно, лошо. Това приемане за добро и лошо, положително и отрицателно е условно и не означава, че доброто е толкова добро, че да може да остане да съществува самостоятелно, а лошото е толкова лошо, че да бъде премахнато изцяло. Едното не може да съществува без другото. Едното не може да бъде разбрано без другото. Ако разделим положителната и отрицателната част на един магнит, той или няма да бъде повече магнит, или всяко от новополучените две парчета, ще има положителна и отрицателна част, понеже те определят неговата същност. Този принцип на равновесната същност на съществуването е валиден далеч не само в неживата природа, но и в целия заобикалящ ни свят, в живота, в обществото, в стопанството. Болестното състояние на човека е неравновесно състояние, отклонение от нормалното равновесно състояние на доброто здраве. По подобен начин, ***равновесното състояние на една стопанска система се постига при оптимално балансиране, уравновесяване на противоположни и взаимно допълващи се интереси, стремежи, дейности на стопанските субекти***.

Равновесното състояние може да бъде осъзнато само свързано в хармонично единство с неравновесното чрез динамиката на вечния кръговрат на преминаването им от едното към другото. Динамиката на системата е естествената среда в която може да бъде представено равновесното състояние в цялата му пълнота. Равновесното състояние не може да възникне като магия от нищото. То се получава в резултат на измененията, които настъпват в системата в течение на времето, в резултат на нейната динамика.

Поради това и равновесното състояние е възможно състояние на една динамична система.

Равновесните и неравновесните състояния са в хармонично единство със свързващата ги динамика на стопанската система.

В икономическата литература има доста разнообразни интерпретации на понятието равновесие. Фелдерер и Хомбург (Felderer, Homburg, 1999) разглеждат три вида равновесие, а при Майер (Mayer, 1983) има осем аспекта на идеята за равновесието: консистентност, изпълнение на план, изпълнени очаквания, задоволеност, оптималност, изравняване на сили, състояние на спокойствие, репродуктивност.

Понятието равновесие в икономиката основно се отнася до ***равновесието на пазарите формулирано като равенство на търсенето и предлагането*** от основоположниците на съвременната икономическа теория Алфред Маршал и Леон Валрас. Концепцията за равновесието на Валрас стана основа на съвременната теория на общото равновесие.

Отнесено към времето, равновесието на стопанската система може да е динамично или статично. Стопанската системата е в състояние на ***статично равновесие***, ако то е резултат на изравняване, уравновесяване, балансиране на противоположно действащи вътрешни, ендогенни за системата сили, без да се отчита времето. В стопанската система, силите на взаимодействие се определят от поведението на стопанските субекти, което в класическия случай се свежда до стремежа за оптимизиране на собствената полза от извършените стопански дейности, намиращо краен израз в търсенето и предлагането на всички пазари на блага и фактори на производство. Поради това и статичното равновесие на стопанската система се свежда до едновременното статично равновесие на всички пазари на блага и фактори на производство, когато всеки стопански субект, постига оптималното към което се е стремил, като се постигат оптималните и приемливи за всички участващи стопански субекти цени, при които всеки реализира своя оптимум и при които би се осъществило „изпразване, почистване, клиринг" на всички пазари на блага и фактори на производство, понеже на всеки от тях търсенето ще бъде равно на предлагането. В този случай, системата е в ***общо стопанското равновесие или в равновесие на Валрас***.

Глава 1.
Общо равновесие на неокласическеската стопанска система.
Закон на Валрас.

Икономическите теории или модели се структурират обикновено с помощта на следните елементи:

I. Определения, дефиниции, които въвеждат, определят:

1. Стопански обекти и субекти, стопански дейности, правила и институции.

2. Екзогенни променливи, които са външно зададени за системата.

3. Ендогенни променливи, които се определят вътрешно от системата.

II. Предположения, които се задават чрез твърдения под формата на:

1. Аксиоми – твърдения, които се приемат за верни без доказателство и върху които се изгражда теорията или модела. Преди моделът да бъде приложен за решаването на конкретна практическа задача, се проверява дали аксиомите съответстват на даденостите на конкретния случай.

2. Постулати – аксиоми с по-фундаментален, определящ характер.

III. Емпирични закономерности, които са качествени и количествени съотношения, получени като факти в резултат на емпирични измервания и наблюдения, но не съдържат икономическо обяснение на явлението.

IV. Логически следствия са:

1. Теоремите – всички твърдения, които се доказват, като следствия от аксиомите и постулатите или от вече доказани други теореми.
2. Закони - теореми с по-фундаментален, определящ характер.

Структурата на стопанската система се задава чрез ***постулати*** (предположения), които не могат да бъдат променяни под въздействието на фактори в системата, поради което се казва че са екзогенно (външно) зададени за системата, в следствие на което в стопанската система има два вида величини: ***екзогенни***, външни за системата, фиксирани чрез постулатите и ***ендогенни***, вътрешни за системата величини, които могат да се променят под въздействието на фактори и движещи сили на самата система, в рамките на ограниченията наложени от постулатите.

Постулатите определящи една неокласическа, стопанската система, които ще наложим тук са формулирани за първи път от Леон Валрас (1834-1910) в фундаменталния му за общата теория за равновесието на стопанската система труд (Walras, 1926/1954).

Постулат 1. Всеки потребител (домакинство) има ясни поне за самия него предпочитания, което означава, че притежава добре дефинирана функция на полезността.

Постулат 2. Всеки производител (предприятие) добре познава технологиите на своето производство, което означава, че притежава добре дефинирана производствена функция.

Постулат 3. Всеки производител притежава зададени производствени възможности, намиращи израз в обзавеждането му с фактори на производство (машини, съоръжения, персонал и т.н., които се предполага, че не се променят.

Постулат 4. Всеки потребител е хомо икономикус, което означава, че поведението му е изцяло подчинено на аксиомата за собствената полза, т.е. той прави всичко, за да максимизира собствената си полза.

Постулат 5. Всеки производител е хомо икономикус, което означава, че поведението му е изцяло подчинено на аксиомата за собствената полза, т.е. той прави всичко, за да максимизира печалбата си.

Постулат 6. Цените на благата и факторите на производство се приемат от стопанските субекти, като екзогенно, външно зададени, не подлежащи на договаряне. Двете страни приемат цените за зададени, не защото са изкуствено фиксирани от някой външен фактор, а защото се предполага, че те са се уравновесели под въздействието на движещите сили на пазар, който е с абсолютно пълна конкуренция. Затова и предположението, че цените са зададени и не подлежат на договаряне е еквивалентно на предположението, че на всички пазари на благата и на факторите на производство цари абсолютно пълна конкуренция.

Пазар на който цари абсолютно пълна конкуренция ще наричаме ***конкурентен пазар***. Последният постулат означава, че всички пазари на благата и на факторите на производство на системата са конкурентни.

Последните три постулата определят поведението и средата в която всеки стопански субект извършва своите дейности.

Движещи сили в поведението на стопанските субекти в неокласическата стопанска система. Аксиомата за собствената полза

Стопанската система не може да функцинира от само себе си, необходимо е някаква сила да я приведе в движение. Коя е тази сила, кой е двигателят на стопанската система? Неокласическата икономическа теория постулира движещата сила на стопанската система чрез въвеждането на аксиомата за собствената полза.

Аксиомата за собствената полза придава ***движещата сила в поведението на всеки стопански субект***, което ***означава, че системата от правилата по които стопанският субект взема решение за осъществяване на стопанската си дейност е изцяло подчинена на собствената му полза, което означава, че стопанският субект осъществява само дейности, които му носят стопанска полза, като се стреми да осъществи тези действия, които го водят до максималната полза.***

Аксиомата за собствената полза е основана на първични инстинкти, заложени дълбоко в природата на човека, като стремеж за самосъхранение и вечно съществуване, доминиране над останалия свят, алчност, поради което съдържа в себе си могъща ***движеща сила***. Стопанският субект, който осъществява своята дейност в съответствие с аксиомата за собствената полза се нарича ***хомо икономикус***. Неокласиката поставя хомо икономикус в среда, която му дава пълна свобода да избира, да обменя, да взема рационални за себе си решения при пълна информираност. Хомо икономикус притежава способността, като рационално действащ индивид, измежду многото възможности винаги да избира тази, която е с най-високо ниво в скалата измерващата неговите ясно определени предпочитания, което означава, че той има добре дефинирани правила за вземане на решение в определена икономическа ситуация. Правилата за вземане на решение от един стопански субект са добре дефинирани, ако:

1. Стопанският субект може ясно да дефинира своите цели.

2. Целите на стопанския субект са непротиворечиви помежду си.

3. Стопанският субект е запознат със системата на правилата за вземане на решение и средствата, които могат да бъдат използвани за постигането на целите.

4. Правилата за вземане на решение за използване на определени средства са непротиворечиви помежду си.

5. Стопанският субект знае алгоритъма, който може да го доведе до поставената цел.

Всеки стопански субект е хомо икономикус и осъществява своята дейност в конкурентна среда с други себеподобни. Конкурентната среда индуцира движещи сили, които водят до ***общостопански оптимуми и равновесия***. Генезисът на тези оптимуми и равновесия се свежда до следните три принципа:

I. Принцип на оптимизацията.

В ***поведението*** на всеки стопански субект посредством ***аксиомата за собствената полза*** е заложен ***стремеж, склонност към оптимизация***. За да направи своя избор стопанският субект, формално погледнато, всъщност решава една минимаксна задача, която максимизира ползите и минимизира загубите му при условия на пълна свобода за избор на алгоритъма на действие и на използване на ресурсите с които разполага.

II. Принцип на пазарната регулация.

В стопанската система интересите на стопанските субекти се срещат на пазара. Пазарът и пресечната точка на техните интереси, там те осъществяват пряк или непряк контакт, там те се стремят да реализират максималните ползи и минималните загуби, там се осъществяват ***транзакциите***, тоест ***обмена на блага и фактори на производство***, поради което именно ***пазарът има заложени регулаторни механизми***, които са всъщност трансмисия за ***постигане на оптимумите и равновесията в стопанската система***.

Централен регулаторен механизъм на пазара е цената. ***Цената регулира търсенето и предлагането*** на блага и фактори на производство, като оказва ***въздействие върху поведението но стопанските субекти*** по следната схема: Ниската цена на едно благо или фактор на производство въздейства върху поведението на потребителите, като ги кара да купуват повече, водени от стремежа заложен от аксиомата за собствената полза, като по този начин повишават търсенето на съответното благо или фактор за производство, а високата цена – под въздействието на същата аксиомата за собствената полза води до намаляване на търсенето. За производителите, ниската цена означава ниска полза, понеже те продават продукцията си на ниска цена и под въздействието на аксиомата за собствената полза намалямат предлагането, а високата цена е изгодна за тях понеже и ползата им е голяма, което води до повишаване на предлагането. Както се вижда, потребителите и производителите са с противоположни интереси по отношение на нивото на цената.

Предпоставка за функционирането на пазара и неговите регулаторни механизми е наличието на пазарен ред, или казано по друг начин, на пазарни правила и институции. Пазарният ред се определя, накратко казано, от пазарни правила и институции осигуряващи правото на собственост, свободата на договаряне, свобода на достъпа до пазара, конкурентност, прозрачност и мобилност в действията на пазарните субекти.

III. Принцип на стремежа към пазарно равновесие.

В условията на добрия пазарен ред съществува механизъм, който придвижва пазара към състояние на равновесие. Всъщност, към равновесие се стреми цената под въздействието на противоположните интереси на двете страни на пазара, на предлагащите и търсещите. Равновесието се постига когато двете страни на пазара приемат цената, което означава, че търсенето е равно на предлагането. В този случай говорим за равновесна пазарна цена, която изчиства пазара, понеже всичко което се предлага намира своя купувач (clearing price). Може да звучи парадоксално, но в крайна сметка, цената регулира сама себе си.

Основна за неокласическия анализ на равновесието е теоремата на Сеу (Say), която гласи, че всяко предлагане намира своето търсене на съотвената цена, което означава, че на тази цена, предлагането и търсенето ще се изравнят, т.е. ще се стигне до равновесие. Нека обаче изрично да отбележим, че стремежа към равновесие надделява, само ако са изпълнени условията на добрия пазарен ред. В противен случай, пазарът може да девергира, да изпадне в неравновесно състояние.

При наличието на много различни оптимуми и равновесия, естествено възниква въпросът за равновесието на стопанската система като цяло, т.е. за общото и равновесие.

Тъй като централен регулаторен механизъм на всеки пазар е цената, то естествено изглежда равновесието на пазарите да се определя от равновесните им цени.

Общо микро-икономическо конкурентно равновесие на пазарите на стопанската система наричаме вектора от ***цени на блага и фактори на производство*** със следните свойства:

1. Почиства всички пазари на блага и фактори на производство, т.е. на всеки пазар, на съответната цена във вектора, планирането (желаното) предлагане съответства (равно е) на планираното (желаното) търсене.
2. Поведението на всеки участник в пазара се свежда до напасване, постигане на съответстващото на неговите интереси количество благо или фактор на производство.
3. При цените на благата и факторите на производство зададени във вектора, всяко предприятие би постигнало максималната си планирана печалба.
4. При цените на благата и факторите на производство зададени във вектора, всяко домакинство би реализирало максималната си планирана полза.

Общото равновесие е всъщност векторът от равновесните цени, определени едновременно на всички пазари на благата и факторите на производство, тъй като тези цени са взаимно зависими и ако бъдат определяни във някаква последователност, това би довело до абсурдната ситуация, при която за да бъде определена една цена трябва да са определени останалите и обратно.

За да определим равновесния вектор на цените ще преминем към количествено описание на цялостната стопанска система на пазарите на блага и фактори на производство.

Да предположим, че стопанската система се състои от I на брой домакинства (потребителя), индексирани с $i = 1,2,...,I$, които под въздействието на аксиомата за собствената полза търсят количествата $x^{(i)} = (x_1^{(i)}, x_2^{(i)},..., x_G^{(i)})$ от G на брой блага, индиксирани с $g = 1,2,...,G$ и предлагат на предприятията (производителите) количествата $\lambda^{(i)} = (\lambda_1^{(i)}, \lambda_2^{(i)},..., \lambda_L^{(i)})$ от L на брой фактора на производство, индексирани с $l = 1,2,...,L$. В стопанската система участват J на брой предприятия индексирани с $j = 1,2,...,J$, които също следвайки аксиомата за собствената полза прозвеждат и предлагат на пазара количествата блага $y^{(j)} = (y_1^{(j)}, y_2^{(j)},..., y_G^{(j)})$ и търсят количествата фактори на производство $z^{(j)} = (z_1^{(j)}, z_2^{(j)},..., z_L^{(j)})$. В стопанството съществуват някакви начални количества $\bar{x}^{(i)} = (\bar{x}_1^{(i)}, \bar{x}_2^{(i)},..., \bar{x}_G^{(i)})$ от блага и някакви начални количества $\bar{\lambda}^{(i)} = (\bar{\lambda}_1^{(i)}, \bar{\lambda}_2^{(i)},..., \bar{\lambda}_L^{(i)})$ от фактори на производство, които се предлагат заедно с ново произведените на G на брой пазара на блага, индексирани също с $g = 1,2,...,G$ на цени съответно $p=(p_1,p_2,...,p_G)$ и на L на брой пазара на фактори на производство, индиксирани с $l=1,2,...,L$ на цени съответно $w=(w_1,w_2,...,w_L)$.

В класическия случай, за простота и по-ясна определеност се предполага, че всяко предприятие участва в стопанската система с определено „обзавеждане” с фактори на производство (работници, сгради, машини и т.н.).

Предприятията, частично или изцяло са собственост на домакинства, което означава, че домакинствата могат да придобиват частично или изцяло печалбите на предприятията и да използват тези приходи като разполагаеми средства за придобиване на блага.

Да означим с $\delta_j^{(i)}$ дела на предприятието j, който е собственост на домакинството i. Естествено $0\le\delta_j^{(i)}\le 1$, като $\delta_j^{(i)}=0$ ще означава, че домакинството i не притежава дял от предприятието j, а $\delta_j^{(i)}=1$ - че домакинството i притежава цялото предприятие j и придобива цялата му печалба π_j. Печалбите на предприятията ще представляват един вектор $\pi=(\pi_1,\pi_2,...,\pi_J)$, а дяловете на собственост на предприятията могат да бъдат разположени в една матрица с размерност $I\times J$, която ще означаваме с $\Delta=\left[\delta_j^{(i)}\right]$, със свойството:

$$\sum_{i=1}^{I}\delta_j^{(i)}=1 \qquad (1)$$

Домакинството i получава дела $\delta_j^{(i)}\pi_j$ от печалбата π_j на предприятието j. Поради това и бюджетното ограничение на домакинството i ще има вида:

$$\sum_{g=1}^{G}p_g x_g^{(i)}\le\sum_{g=1}^{G}p_g\bar{x}_g^{(i)}+\sum_{l=1}^{L}w_l\lambda_l^{(i)}+\sum_{j=1}^{J}\delta_j^{(i)}\pi_j \qquad (2)$$

Разходите $px^{(i)}=\sum_{g=1}^{G}p_g x_g^{(i)}$ за придобиването на количествата блага $x^{(i)}=(x_1^{(i)},x_2^{(i)},...,x_G^{(i)})$ от домакинството i не могат да надвишават сумата от стойността на първоначалната наличност $p\bar{x}^{(i)}=\sum_{g=1}^{G}p_g\bar{x}_g^{(i)}$ от благата на домакинството i, от стойността на приходите $w\lambda^{(i)}=\sum_{l=1}^{L}w_l\lambda_l^{(i)}$ на домакинството i от предлагането (продажбата) на факторите на производство $\lambda^{(i)}=(\lambda_1^{(i)},\lambda_2^{(i)},...,\lambda_L^{(i)})$ и от приходите от печалбите $\sum_{j=1}^{J}\delta_j^{(i)}\pi_j$, които домакинството i получава от собствеността на дялове от предприятия.

Търсенето и предлагането на пазарите се формира както следва: При зададени цени $p=(p_1,p_2,...,p_G)$ на благата и цени $w=(w_1,w_2,...,w_L)$ на факторите на производство, предприятието j си избира един производствен план $(y^{(j)},z^{(j)})=(y_1^{(j)},y_2^{(j)},...,y_G^{(j)},z_1^{(j)},z_2^{(j)},...,z_L^{(j)})$ от множеството $Y^{(j)}$ на всичките си допустими производствени планове, който максимизира печалбата му. Чрез производствения план $(y^{(j)},z^{(j)})$ предприятието j всъщност подбира факторите на производство $(z^{(j)})=(z_1^{(j)},z_2^{(j)},...,z_L^{(j)})$, за да произведе количествата блага $(y^{(j)})=(y_1^{(j)},y_2^{(j)},...,y_G^{(j)})$, които решават оптимизационната задача:

$$MAX \quad \pi^{(j)} = py^{(j)} - wz^{(j)}, \qquad (3)$$

като максимума се търси при ограничението $(y^{(j)},z^{(j)})\in Y^{(j)}$. Тази математическа задача може да бъде решена, например при условие, че множеството $Y^{(j)}$ е ограничено, затворено и строго изпъкнало.

Решавайки оптимизационната си производствена задача, предприятието j определя своите:

- *функция на предлагането $y_g^{(j)}(p,w)$ на благото $g=1,2,...,G$*

- *функция на търсенето $z_l^{(j)}(p,w)$ на фактора на производство $l=1,2,...,L$*

- *функция на печалбата $\pi^{(j)}(p,w)$.*

Функциите на предлагането, на търсенето и на печалбата по принцип могат да зависят от всички цени $(p,w)=(p_1,p_2,...,p_G,w_1,w_2,...,w_L)$, както на благата така и на факторите на производство. Формирането на цените на благата и на факторите на производство е взаимно-свързан процес и по принцип никой пазар не бива да бъде изолиран от останалите.

От функциите на предлагането и търсенето на отделните фирми се получават агрегираните за цялото стопанство, функция на предлагането $y_g(p,w)$ на благото $g=1,2,...,G$, функция на търсенето $z_l(p,w)$ на фактора на производство $l=1,2,...,L$, от страна на всички фирми в стопанската система, като при зададена

система от цени (p,w) ***се сумират предлаганите количества блага и търсените количества фактори на производство на всички фирми:***

$$y_g(p,w) = \sum_{j=1}^{J} y_g^{(j)}(p,w) \tag{4}$$

- ***агрегираната функция на предлагането на благото*** $g = 1,2,...,G$

$$z_l(p,w) = \sum_{j=1}^{J} z_l^{(j)}(p,w) \tag{5}$$

- ***агрегираната функция на търсенето на фактора на производство*** $l = 1,2,...,L$

Всяко домакинство $i = 1,2,...,I$ също определя своето предлагане на фактори на производство, търсене на блага за потребление и предлагане на блага за потребление, като избира план за потребление $(x^{(i)}, \lambda^{(i)} - \overline{\lambda}^{(i)}) = (x_1^{(i)}, x_2^{(i)},..., x_G^{(i)}, \lambda_1^{(i)} - \overline{\lambda}_1^{(i)}, \lambda_2^{(i)} - \overline{\lambda}_2^{(i)},..., \lambda_L^{(i)} - \overline{\lambda}_L^{(i)})$ измежду всичките си допустими потребителски планове $X^{(i)}$, които удовлетворяват бюджетното му ограничение (2) и който максимизира функцията му на полезност $u^{(i)}(x^{(i)}, \lambda^{(i)} - \overline{\lambda}^{(i)})$. Поради това и предлагането и търсенето на домакинството $i = 1,2,...,I$ се получава като решение на оптимизационната задача:

$$MAX \quad u^{(i)}(x^{(i)}, \lambda^{(i)} - \overline{\lambda}^{(i)}) \tag{6}$$

като максимума се търси измежду всички $(x^{(i)}, \lambda^{(i)} - \overline{\lambda}^{(i)}) \in X^{(i)}$, за които

$$px^{(i)} \le p\overline{x}^{(i)} + w\lambda^{(i)} + \sum_{j=1}^{J} \delta_j^{(i)} \pi^{(j)} \tag{7}$$

Казваме, че ***бюджетното ограничение*** на домакинството $i = 1,2,...,I$ ***е цялостно***, ако

$$px^{(i)} = p\overline{x}^{(i)} + w\lambda^{(i)} + \sum_{j=1}^{J} \delta_j^{(i)} \pi^{(j)} \tag{8}$$

При зададени цени (p,w) печалбата си $\pi^{(j)}(p,w)$ предприятието $j = 1,2,...,J$ определя като решава съответната оптимизационна задача. Тази печалба отива в ръцете на собствениците на предприятието, които са домакинства и които я използват за потребление. Множеството $X^{(i)}$ потребителските планове на домакинството $i = 1,2,...,I$ съдържа в себе си ограничението $\overline{\lambda}_l^{(i)} \leq \lambda_l^{(i)}$ за $l = 1,2,...,L$.

Ако множеството на бюджетните ограничения е затворено, ограничено и изпъкнало, а функцията на предпочитанията (преференциите) е строго монотонно растяща, то съществува решение на формулираната оптимизационна задача на домакинството $i = 1,2,...,I$ и това решение представлява:

- функцията $x_g^{(i)}(p, w)$ на търсенето на благото $g = 1,2,...,G$ и

- функцията $\lambda_l^{(i)}(p, w)$ на предлагането на фактора на производство $l = 1,2,...,L$ от домакинството $i = 1,2,...,I$.

Функцията $x_g^{(i)}(p, w)$ задава оптималното желание за потребление на благото $g = 1,2,...,G$ от домакинството $i = 1,2,...,I$ при зададени цени (p, w) и при предположение, че началното количество $\overline{x}_g^{(i)}$ от благото $g = 1,2,...,G$ на домакинството $i = 1,2,...,I$ е равно на нула, т.е. $\overline{x}_g^{(i)} = 0$. Ако $\overline{x}_g^{(i)} \neq 0$, то при $x_g^{(i)}(p, w) - \overline{x}_g^{(i)} > 0$ домакинството $i = 1,2,...,I$ търси да придобие количеството $x_g^{(i)}(p, w) - \overline{x}_g^{(i)}$ от благото $g = 1,2,...,G$, а при $x_g^{(i)}(p, w) - \overline{x}_g^{(i)} < 0$, домакинството $i = 1,2,...,I$ предлага на пазара количеството $x_g^{(i)}(p, w) - \overline{x}_g^{(i)}$ от благото $g = 1,2,...,G$.

Функциите на предлагането и на търсенето на домакинството $i = 1,2,...,I$ зависят освен от цените (p, w) също и от функцията на полезността и от началните количества блага с които домакинството разполага, но това не е отразено при независимите им променливи (p, w) понеже функцията на полезност и началните количества се разглеждат като гранични условия или като екзогенни променливи.

При зададени цени (p, w), ***функцията*** $x_g(p, w)$ ***на агрегираното търсене на благото*** $g = 1,2,...,G$ и ***функцията*** $\lambda_l(p, w)$ ***на агрегираното предлагане на фактора на производство*** $l = 1,2,...,L$ от всички домакинства в стопанството са съответните суми от функции на търсенето и предлагането на отделните домакинства:

$$x_g(p, w) = \sum_{i=1}^{I} x_g^{(i)}(p, w) \qquad (9)$$

$$\lambda_l(p,w) = \sum_{i=1}^{I} \lambda_l^{(i)}(p,w) \tag{10}$$

Цените (p,w) на пазарите на благата и факторите на производство дерижират поведението на предлагащите и търсещите блага и фактори на производство, като им влияят при определянето на количествата на предлагането и търсенето в двете противоположни посоки. Понеже високите цени са изгодни за едната страна, за предлагащите и неизгодни за другата страна – търсещите и обратно ниските цени са неизгодни за предлагащите и изгодни за търсещите, това води до съответното увеличаване или намаляване на количествата от двете страни на пазарите. Увеличаването от едната страна и намаляването от другата страна са две противоположни тенденции, индуциращи сили, които могат да доведат до равновесие. ***Равновесното състояние*** (p^*,w^*) ***на цените*** (p,w) би удовлетворило едновременно и двете страни на всички пазари, както на благата така и на факторите на производство, като по този начин би довело до ***общо равновесие на пазарите на стопанската система***. То се получава като решение на системата от уравнения

$$x_g(p^*,w^*) = \vec{x}_g + y_g(p^*,w^*) \tag{11}$$

за $g = 1,2,...,G$

$$\lambda_l(p^*,w^*) = z_l(p^*,w^*) \tag{12}$$

за $l = 1,2,...,L$.

Равновесното състояние (p^*,w^*) определя едновременното общо равновесие на всички пазари и се нарича ***равновесие на Валрас***.

Пазарите са възловите точки на стопанската система, в които се осъществява смяна на собственост на стопански обекти на базата на формираните в резултат икономическото поведение на стопанските субекти функции на търсенето и предлагането на блага и фактори на производство, които са преплетени в един сложен конгломерат на взаимна свързаност. В резултат на осъществения при зададени цени (p,w) обмен на пазара на благото $g = 1,2,...,G$ се получава търсене, което ще означим с $\varphi_g(p,w)$, а на пазара на фактора на производство $l = 1,2,...,L$ се получава свръх търсене, което ще означим с $\psi_l(p,w)$ и които са съответно равни на:

$$\varphi_g(p,w) = \sum_{i=1}^{I} x_g^{(i)}(p,w) - \sum_{i=1}^{I} \bar{x}_g^{(i)}(p,w) - \sum_{j=1} y_g^{(j)}(p,w), \quad g = 1,2,...,G \tag{13}$$

$$\psi_l(p,w) = \sum_{j=1}^{J} z_l^{(j)}(p,w) - \sum_{i=1} \lambda_l^{(i)}(p,w), \quad l = 1,2,\ldots,L \tag{14}$$

Законът на Валрас гласи, че при цялостно бюджетно ограничение $px^{(i)} = p\overline{x}^{(i)} + w\lambda^{(i)} + \sum_{j=1}^{J} \delta_j^{(i)} \pi^{(j)}(p,w)$ сумата от излишъците в търсенето на всички пазарни блага и фактори на производство е нула:

$$\sum_{g=1}^{G} p_g \varphi_g(p,w) + \sum_{l=1}^{L} w_l \psi_l(p,w) = 0 \tag{15}$$

Доказателство. Заместваме израза от равенствата (13) и (14) в лявата страна на (15) и след алгебрични преобразувания получаваме последователно (Във веригата от равенства сме използвали и факта, че бюджетното ограничение е цялостно.):

$$\sum_{g=1}^{G} p_g \varphi_g(p,w) + \sum_{l=1}^{L} w_l \psi_l(p,w) =$$

$$= \sum_{g=1}^{G} p_g \left(\sum_{i=1}^{I} x_g^{(i)}(p,w) - \sum_{i=1}^{I} \overline{x}_g^{(i)}(p,w) - \sum_{j=1}^{J} y_g^{(j)}(p,w)\right) + \sum_{l=1}^{L} w_l \left(\sum_{j=1}^{J} z_l^{(j)}(p,w) - \sum_{i=1}^{I} \lambda_l^{(i)}(p,w)\right) =$$

$$= \sum_{g=1}^{G} \sum_{i=1}^{I} p_g x_g^{(i)}(p,w) - \sum_{g=1}^{G} \sum_{i=1}^{I} p_g \overline{x}_g^{(i)} - \sum_{g=1}^{G} \sum_{j=1}^{J} p_g y_g^{(j)}(p,w) +$$

$$+ \sum_{l=1}^{L} \sum_{j=1}^{J} w_l z_l^{(j)}(p,w) - \sum_{l=1}^{L} \sum_{i=1}^{I} w_l \lambda_l^{(j)}(p,w) =$$

$$= \sum_{i=1}^{I} \left(\sum_{g=1}^{G} p_g x_g^{(i)}(p,w) - \sum_{g=1}^{G} p_g \overline{x}_g^{(g)}(p,w) - \sum_{l=1}^{L} w_l \lambda_l^{(i)}(p,w)\right) -$$

$$- \sum_{j=1}^{J} \left(\sum_{g=1}^{G} p_g y_g^{(j)}(p,w) - \sum_{l=1}^{L} w_l z_l^{(j)}(p,w)\right) =$$

$$= \sum_{i=1}^{I} (px^{(i)} - p\overline{x}^{(i)} - w\lambda^{(i)}) - \sum_{j=1}^{J} (py^{(j)} - wz^{(j)}) =$$

$$= \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \delta_j^{(i)} \pi^{(j)}(p,w) - \sum_{j=1}^{J} \pi^{(j)}(p,w) =$$

$$= \sum_{j=1}^{J} \left(\sum_{i=1}^{I} \delta_j^{(i)}\right) \pi^{(j)}(p,w) - \sum_{j=1}^{J} \pi^{(j)}(p,w) =$$

$$= \sum_{j=1}^{J} \pi^{(j)}(p,w) - \sum_{j=1}^{J} \pi^{(j)}(p,w) = 0$$

Законът на Валрас показва, че при пълно бюджетно ограничение, системата от пазарите на благата и факторите на производство е затворена относно общите количества блага и фактори на производство, което означава, че тези количества само сменят собственика си или се преобразуват от едно в друго, а не възникват от нищото или не изчезват в нищото.

Следствие. Ако всички пазари в една затворена система на Валрас от конкурентни пазари без един са в равновесие, то и последния е в равновесие.

Доказателство. За пазарите, които са в равновесие, в равенството (37) съответните събираеми ще бъдат равни на нула, а оставащото събираемо също по необходимост ще е нула, понеже сумата е равна на нула, което означава, че и последния пазар ще е в равновесие.

Глава 2.

Общо равновесие в системата на отвореното стопанство.

1. Моделът на Валрас - мост между микро и макро нивата на стопанската система.

Микроикономиката и макроикономиката разглеждат процесите и взаимодействията, които протичат на двете нива на стопанската система: микроикономическо ниво – изследва поведението, взаимоотношенията, закономерностите между отделните стопански субекти; макроикономическото ниво – разглежда закономерностите на системата като цяло. Макроикономическите закономерности на стопанската система като цяло, са резултат от агрегираното поведение или взаимоотношения на стопанските субекти на микроикономическо ниво. Агрегиране означава синхронизирано сумиране на качествени натрувания на микро ниво, които водят до качествени изменения в системата като цяло, на макро ниво. Агрегирането е не просто връзката, моста за преминаване от микро към макро ниво, а начина по който синхронизираното действие на доминираща част от компонентите на системата води до макроикономически закономерности.

Историята на икономическите теории показва обаче, че микро и макро икономическата теории се развиват почти независимо една от друга, без да търсят връзката помежду си, което в крайна сметка доведе частично до разминаването им. Разделянето на микро и макро икономиката води своето начало от класиците и продължава при неокласиците. Типично за класическата и неокласическата теория е мисленото разделяне на стопанството на два сектора: реален и монетарен, паричен, което я прави дихотомична, двуаспектна, разделяйки я на теория на стойността и теория на парите.

Теорията на стойността, за класиците играе теорията на Валрас за общото равновесие на стопанската система, която всъщност е микроикономиката понеже си поставя задачата да определя набора от реални равновесни цени, получени въз основа на реални взаимоотношения на стопанския обмен и в зависимост от поведението на стопанските субекти, техните предпочитания, наличностите на блага и фактори на производство, като парите присъстват само като мерна единица на стойността на благата и факторите на производство, без да се взема под внимание пазара и количеството на парите.

Теорията на парите, в неокласическия и макроикономически вариант, се опитва да определя нивата цените, въз основа на количеството на парите, поради което се нарича още количествена теория на парите и се базира на уравнението на Кеймбриджката школа за количеството на парите, като на теорията на стойността се отрежда само допълваща функция.

Необходимостта от познаването на механизмите на агрегирането се диктува от факта, че сигналите на макроикономическата политика се изпращат до отделните стопански субекти на микро ниво, в очакване да окажат въздействие върху доминираща част от тях, в резултат на което да се получат желани изменения в стопанската система като цяло. Разминаването между микро и макро икономическите теории съвсем непосредствено се отразява върху икономическата политика, понеже икономическата политика изпраща макро икономически сигнали до отделните стопански субекти на микро икономическо ниво, в очакване да окажат въздействие върху доминираща част от тях, в резултат на което да се получат изменения на микро икономическо ниво.

Световната икономическа криза през тридесетте години на двадесетия век (около 1930), която влезе в стопанската история под наименованието голямата депресия, постави под въпрос доверието в класическата и неокласическата икономическа теория и проповядваните от нея вездесъщи пазарни регулатори. Загубата на доверието в класическата и неокласическата теория доведе до остри критики в двете посоки:

- Критика на икономическата политика
- Критика на икономическата теория

Критиката на провежданата по препоръка на неокласиците икономическа политика на пълна ненамеса държавата в стопанския процес, доведе в крайния и вариант до другата крайност на изцяло държавно регулираните и централно планираните стопански системи в България, източна Европа и бившия Съветски Съюз.

Критиката на икономическата теория намери своя най-концентриран и мащабен израз в монографията „Обща теория на заетостта, лихвата и парите” (Keynes, 1936) на британския икономист Джон Мейнард Кейнс, която стана може би, най-цитираната икономическа книга през двадесетия век. Ценните идеи и несъмнените теоретични приноси, които тази монография съдържа, правят Кейнс най-големия икономист на новото време.

Първоначално Кейнсианството в най-крайния му вариант, отричайки изцяло неокласиката, още повече разширява разделението между микро и макро икономиката. В последно време, както обикновено става при противостоящи теории, изследователите се опитват да ги съчетаят, като подбират рационалното във всяка от тях и го синезират в нова теория. По такъв начин възникна и теорията на така наречения ***неокласически синтез***, която представлява развитие на общата теория на Кейнс на основата на неокласиката, с най-значими представители Алвин Ханзен, Джон Хайкс, Лоранс Клайн, Франко Модигляни, Дон Патинкин, Пол Самуелсън, Джеймс Тобин, и която отново сближава микро и макро икономиката.

Първите опити да синхронизират двете теории правят Дон Патинкин (Patinkin 1965), Оскар Ланге (Lange 1942). По-късно, благодарение на усилията на Дон Патинкин, Робърт Баро и други автори, закона на Валрас бе доказан за макроикономическите пазари на затворена стопанска система без публични блага, като са включени парите като макроикономически феномен, като по този начин чрез закона на Валрас се прехвърли мост между микро и макро икономиката. (виж Felderer, Homburg 1999). Нещо повече, икономистите разбраха, че ***законът на Валрас е не само просто мост между микро и макро икономиката, но е в центъра на цялата икономическа теория и както се изразява самия Йозеф Шумпетер (Schumpeter). „Моделът на Валрас играе ролята на харта "Charta magna" за икономическата теория".***

В следващия раздел ще формулираме и ще докажем закона на Валрас за отворено стопанство с публични блага, като се придължаме до голяма степен до изложението в статията (Chobanov, 2009).

2. Закон на Валрас в системата на отвореното стопанство.

Законът на Валрас играе в икономиката ролята, която във физиката играе закона за запазването на енергията. Съвсем общо казано, ***в една затворена система, независимо от това дали тя е физическа или икономическа, се извършва само преобразуване на едни компоненти в други без да се появяват нови или да изчезват съществуващите, поради което общото количество от компоненти на системата остава постоянно***. В една затворена физическа система, потенциалната енергия може да се преобразува в кинетична и обратно, но общото количество енергия остава постоянно. ***В една затворена стопанската система, едни стопански обекти се преобразуват в други, което се изразява във вливания и изтичания между отделните стопански сектори, но общото количество остава постоянно, което което от своя страна означава, че сумата от салдата (положителни или отрицателни) е равна на нула.*** Тук ние ще дадем математическо доказателство на закона на Валрас за отворено стопанство, като го затворим отчитайки обмена със останалия свят и държавния сектор.

Да разгледаме система на отворено стопанство с агрегирани до макро ниво пазари. Процесът на агрегация започва от нивото на отделните стопански единици и преминавайки през различни нива на агрегираност достига до макро нивото на отвореното стопанство, което се състои от следните пет сектора: домакинствата *H*, предприятията *E*, държавата *G*, сектор капитализация *K* и сектор чужбина (останалия свят) *ROW*.

Икономическите потоци на едно отворено стопанство минават през транзакционните механизми на следните шест пазара: на местните частни блага, на местните пари, на местните публични блага, на местния труд, на местния капитал, и на обмена с чужбина. (Забележка: Тук под публични блага разбираме всичко произведено от публичния (държавния) сектор, като вътрешна и външна сигурност, знание, образование, информация и комуникация и т.н.) Тези шест пазара образуват пълна група от незастъпващи се пазари покриващи всички вливания и изтичания в отворената стопанска система. За тази система от пазари е в сила закона на Валрас.

Закон на Валрас в системата на отвореното стопанство

Сумата от свръх търсенето на пазарите на местните частни блага, на местните пари, на местния труд, на местния капитал, на местните обществените блага и на обмена с чужбина в системата на отвореното стопанство е равна на нула:

$$\begin{aligned} &E^{(d)}(Dom\Pr ivGoods) + E^{(d)}(DomMoney) + E^{(d)}(DomLabor) + \\ &E^{(d)}(DomCap) + E^{(d)}(DomPubGoods) + E^{(d)}(ForegnExchange) = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

с $E^{(d)} = ExcessDemand = Demad - Supply$.

За конкретизация на тази теорема ще използваме следните означения:

$$E^{(d)}(Dom\Pr ivGoods) = PY^{(d)} - PY^{(s)} \tag{2}$$

$$E^{(d)}(DomMoney) = M^{(d)} - M^{(s)} \tag{3}$$

$$E^{(d)}(DomLabor) = WN^{(d)} - WN^{(s)} \tag{4}$$

$$E^{(d)}(DomCapital) = K^{(d)} - K^{(s)}) \tag{5}$$

$$E^{(d)}(DomPubGoods) = G^{(d)} - G^{(s)} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} &E^{(d)}(ForeignExchange) = F^{(d)} - F^{(s)} = -BP = EP * N\,\mathrm{Im} + NTr_{ROW}^{LR} = \\ &= E^{(d)}(ForeignGoods) + E^{(d)}(ForeignMoney) \end{aligned} \tag{7}$$

$$E^{(d)}(ForeignGoods) = F_g^{(d)} - F_g^{(s)} = -EP * NEx = -EP * Ex - EP * \mathrm{Im} \quad (8)$$

$$E^{(d)}(ForeignMoney) = F_m^{(d)} - F_m^{(s)} = -NTr_{LR}^{ROW} \quad (9)$$

P - цени в страната

$P*$ - цени в чужбина

E - обменен курс

W заплати

i - лихва

$PY^{(s)}$ - предлагане на местни блага от предприятията

$PY^{(d)}$ - търсене на местни блага от домакинствата

PC - частно потребление (домакинства)

PC_G - потребление на държавата

$WN_E^{(s)}$ - доход на домакинствата от труд $N_E^{(s)}$ предложен на предприятията

$WN_G^{(s)}$ - доход на домакинствата от труд $N_G^{(s)}$ предложен на правителството

$WN_E^{(d)}$ - търсене на труд от предприятията

$WN_G^{(d)}$ - търсене на труд от правителството

$WN^{(s)} = WN_E^{(s)} + WN_G^{(s)}$ - доход на домакинствата от труд

$K^{(s)}$ - предлагане на капитал

$K^{(d)}$ - търсене на капитал

OW_H^G - еднопосочни преводи от държавата за домакинствата (социална помощ)

OW_E^G - еднопосочни преводи от държавата за предприятията (субсидии)

S - спестявания на домакинствата

I - инвестиции

G_S - бюджетен излишък (спестявания) на правителството

T_E – данъци плащани от предприятията на държавата

T_H – данъци плащани от домакинствата на държавата

T - данъци

G - държавни разходи

$EP * Ex_E$ - доход от износ на предприятията

$EP * \mathrm{Im}_E$ - разходи за внос на предприятията

$EP * Ex_G$ - доход от износ на държавата

$EP * \mathrm{Im}_G$ - разходи за внос на държавата

$EP * Ex$ - износ

$EP * \mathrm{Im}$ - внос

$EP * NEx$ - нетен износ

NTr_E^{ROW} - нетни преводи от чужбина за предприятията

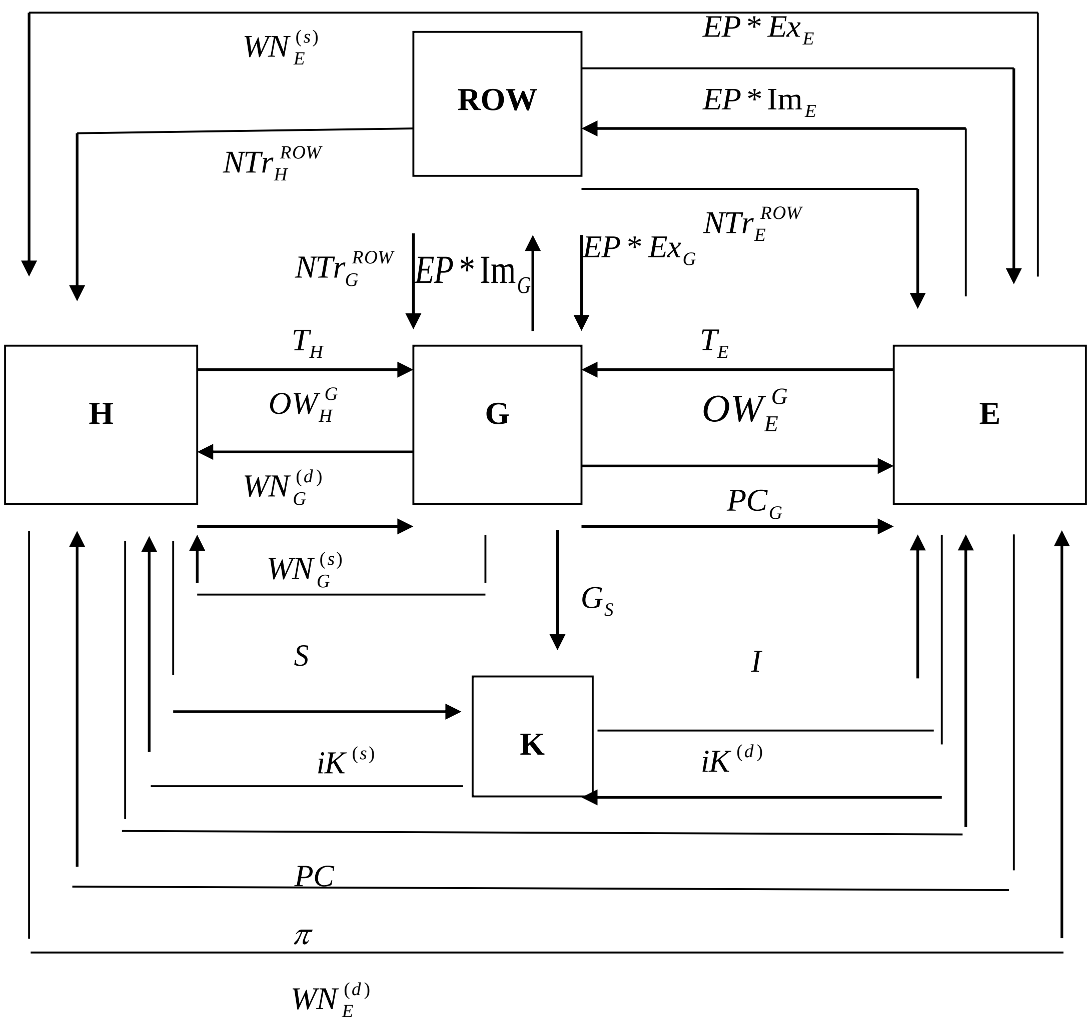
NTr_G^{ROW} - нетни преводи от чужбина за държавата

NTr_H^{ROW} - нетни преводи от чужбина за домакинствата

NTr_{LR}^{ROW} нетни преводи от чужбина (ROW) за местни резиденти (LR)

$NTr_{ROW}^{LR} = -NTr_{LR}^{ROW}$ нетни преводи от (LR) за (ROW)

π - печалба на предприятията, получена от домакинствата като техни собственици.



Фигура 1. Блок-схема на отвореното стопанство.

С по-горните означения закона на Валрас придобива вида:

$$(PY^{(d)} - PY^{(s)}) + (M^{d} - M^{(s)}) + (WN^{(d)} - WN^{(s)}) + \\ (iK^{(d)} - iK^{(s)}) + (G^{(d)} - G^{(s)}) + (F^{(d)} - F^{(s)}) = 0 \qquad (10)$$

Доказателство на закона на Валрас

Процесите, които протичат в едно отворено стопанство и механизмите, които ги управляват, най-добре могат да бъдат наблюдавани във възловите точки системата – агрегираните пазари, където става обмена между секторите на стопанството. Блок-схемата от потоците на тези процеси е представена на фигура 1. Петте сектора на отвореното стопанство, а именно: домакинствата *H*, предприятията *E*, държавата *G*, сектора за капитализация *K* и сектор чужбина *ROW* са представени с правоъгълници. Със стрелки са показани само монетарните потоци на вливане и изтичане в секторите.

На таблица 1. са дадени всички вливания, изтичания и остатък (разлика) за съответните сектори.

	Вливания	Изтичания	Остат
H	$WN_E^{(s)} + WN_G^{(s)} + iK^{(s)} + OW_H^G + NTr_H^{ROW}$	$PC + S + T_H$	$-\pi$
E	$PC + PC_G + EP * Ex_E + NTr_E^{ROW} + OW_E^G$	$WN_E^{(d)} + iK^{(d)} + EP * \mathrm{Im}_E + T_E$	π
G	$T_E + T_H + EP * Ex_G + NTr_G^{ROW}$	$PC_G + WN_G^{(d)} + OW_H^G + OW_E^G + EP * \mathrm{Im}_G$	G_S
K	$iK^{(d)} + S + G_S$	$iK^{(s)} + I$	$(1+i) E^{(d)}(K)$
ROW	$EP * \mathrm{Im}_E + EP * \mathrm{Im}_G$	$EP * Ex_E + EP * Ex_G + NTr_E^{ROW} + NTr_G^{ROW} + NTr_H^{ROW}$	$-BP$

Таблица 1 Секторни вливания, изтичания и техния остатък.

Ние ще слеем някои от вливанията или изтичанията на Таблица 1, за да получим Таблица 2 като използваме следните равенства:

$PY^{(s)} = PC$

$PY^{(d)} = PC + S$

$K^{(d)} = S + G_S$

$K^{(s)} = I$

$T = T_E + T_H$

$G = PC_G + WN_G^{(d)} + OW_H^G + OW_E^G$

$EP * Ex = EP * Ex_E + EP * Ex_G$ - износ

$EP * \mathrm{Im} = EP * \mathrm{Im}_E + EP * \mathrm{Im}_G$ - внос

$EP * NEx = EP * Ex - EP * \mathrm{Im}$ - нетен износ

$NTr_{LR}^{ROW} = NTr_E^{ROW} + NTr_G^{ROW} + NTr_H^{ROW}$

	Вливания	Изтичания	Остатък
H	$WN^{(s)} + iK^{(s)} + OW_H^G + NTr_H^{ROW}$	$PY^{(d)} + T_H$	$-\pi$
E	$PY^{(s)} + PC_G + EP * Ex_E +$ $NTr_E^{ROW} + OW_E^G$	$WN_E^{(d)} + iK^{(d)} + EP * \mathrm{Im}_E + T_E$	π
G	$T + EP * Ex_G + NTr_G^{ROW}$	$G + EP * \mathrm{Im}_G$	G_S
K	$(1+i)K^{(d)}$	$(1+i)K^{(s)}$	$(1+i)E^{(d)}(K)$
ROW	$EP * \mathrm{Im}$	$EP * Ex + NTr_{LR}^{ROW}$	$-BP$

Таблица 2. Агрегирани секторни вливания и изтичания.

Въз основа на принципа, че сумата на всички вливания е равна на сумата на всички изтичания плюс остатъка и като използваме Таблица 2, ние получаваме ***основните тъждества на секторните баланси в отвореното стопанство***

$$H : WN^{(s)} + iK^{(s)} + OW_H^G + NTr_H^{ROW} + \pi = PY^{(d)} + T_H \quad (11)$$

$$E : \pi = PY^{(s)} + EP * Ex_E + NTr_E^{ROW} + OW_E^G - WN_E^{(d)} - iK^{(d)} - EP * \mathrm{Im}_E - T_E \quad (12)$$

$$G : G_S = T + EP * Ex_G + NTr_G^{ROW} - G - EP * \mathrm{Im}_G \quad (13)$$

$$K : (1+i)E^{(d)}(K) = (1+i)(K^{(d)} - K^{(s)}) = (1+i)(S + G_S - I) \quad (14)$$

$$ROW : -BP = -(EP * Ex - EP * \mathrm{Im} + NTr_{LR}^{ROW}) \quad (15)$$

Тъждествата (11)-(15) отразяват основните икономически дейности на стопанските субекти.

Според тъждеството (12) едно ***предприятие*** планира да получи номиналната печалба π - за един период от време за определен период от време като се максимизира разликата между дохода $PY^{(s)}$ от предложените (продадени) в страната блага, от благата предложени (продадени) в чужбина, $EP * Ex_E$, от нетните трансфери от чужбина за предприятията NTr_E^{ROW}, от еднопосочните преводи от държавата за предприятията (субсидиите) OW_E^G от една страна и от разходите за необходимия (търсен) труд $WN_E^{(d)}$, за необходимия (търсен) капитал $iK^{(d)}$, за вноса $EP * \mathrm{Im}_E$ и за платените данъци T_E от друга страна.

Според тъждеството (11) едно ***домакинство*** търси, стреми се да получи номиналния доход $PY^{(d)}$ при зададени цени P, като максимизира съотношението:

$$PY^{(d)} = WN^{(s)} + iK^{(s)} + OW_H^G + NTr_H^{ROW} + \pi - T_H \tag{16}$$

като предлага труда $N^{(s)}$ при заплати W, като получава доход от капитала $K^{(s)}$ предложен на цената на лихвата i, като получава еднопосочни преводи (социални помощи) OW_H^G, нетни преводи от чужбина NTr_H^{ROW}, печалбата π предприятията, понеже домакинствата са собственици на предприятията, като плаща обаче данъците T_H. Домакинството разпределя търсения, желания доход $Y^{(d)}$ потреблението PC, за спестяванията S след като са платили данъците T_H:

$$Y^{(d)} = PC + S \tag{17}$$

Чрез заместване на (17) в (16), получаваме баланса от приходите и разходите на домакинствата:

$$PC + S = WN^{(s)} + iK^{(s)} + OW_H^G + NTr_H^{ROW} + \pi - T_H \tag{18}$$

Разглеждайки съвместно (16) и (12) ние получаваме основното уравнение стопанския цикъл: производство – разпределение – потребление или спестяване и отново производство. Спестяванията S на домакинствата и бюджетния излишък на държавата G_S се очаква да бъдат инвестирани, за да увеличат капиталовите наличности с предлагания капитал $K^{(s)} = I$.

Замествайки π от (12) в (11) получаваме последователно:

$$WN^{(s)} + iK^{(s)} + OW_H^G + NTr_H^{ROW} + PY^{(s)} + PC_G + EP * Ex_E + NTr_E^{ROW} +$$
$$OW_E^G - WN_E^{(d)} - iK^{(d)} - EP * \mathrm{Im}_E - T_E = PY^{(d)} + T_H$$

$$(PY^{(d)} - PY^{(s)}) + (WN_E^{(d)} + WN_G^{(d)} - WN^{(s)}) + (iK^{(d)} - iK^{(s)}) + T_E + T_H + NTr_G^{ROW} + EP * Ex_G$$
$$- EP * \mathrm{Im}_G - WN_G^{(d)} - PC_G - OW_H^G - OW_E^G - EP * Ex_G + EP * \mathrm{Im}_G - EP * NEx_E$$
$$- NTr_G^{ROW} - NTr_H^{ROW} - NTr_E^{ROW`} = 0$$

$$(PY^{(d)} - PY^{(s)}) + (WN^{(d)} - WN^{(s)}) + (iK^{(d)} - iK^{(s)}) + (T + NEx_G + NTr_G^{ROW} - G) +$$
$$(EP * \mathrm{Im} - EP * Ex) + NTr_{ROW}^{LR} = 0$$

$$(PY^{(d)} - PY^{(s)}) + (WN^{(d)} - WN^{(s)}) + (iK^{(d)} - iK^{(s)}) + (G^{(d)} - G^{(s)}) + (F^{(d)} - F^{(s)}) = 0 \tag{19}$$

За да получим (10) е необходимо да включим в разглежданията и парите, като специфичен вид измерващо благо (numeraire) и като го добавим към другите блага Y ще получим едно разширено множество от блага, което ще означим с Y_e, $Y_e = Y \cup Money$. Изначавайки с $Y_e^{(d)}$ - търсенето, а с $Y_e^{(s)}$ - предлагането в разширения пазар на благата, за «новата» система от пазари ще е в сила равенството (19):

$$(PY_e^{(d)} - PY_e^{(s)}) + (WN^{(d)} - WN^{(s)}) + (iK^{(d)} - iK^{(s)}) + (G^{(d)} - G^{(s)}) + (F^{(d)} - F^{(s)}) = 0 \quad (20)$$

Сега, ние може да разделим разширения пазар на благата на два пазара: пазара на обикновените блага и пазара на измерващото (numeraire) благо наречено пари, което може да бъде изразено чрез равенството:

$$(PY_e^{(d)} - PY_e^{(s)}) = (PY^{(d)} - PY^{(s)}) + (M^{(d)} - M^{(s)}) \qquad (21)$$

Чрез заместване на (21) в (20) получаваме (10), което трябваше да се докаже.

Глава 3.
Анализ на фондовите потоци за провеждане на макроикономическа политика в системата на отвореното стопанство.

1. Законът на Валрас – теоритична рамка за анализ на фондовите потоци.

Подходът на общото равновесие на Валрас може да се използва като теоретична рамка на паричния анализ. (Виж James Tobin, 1969). Понастоящем, макроикономическият монетарен анализ на една стопанска система се основава на анализа на фондовите потоци в системата на националните сметки (виж A. D. Bain, 1973) и служи за създаване на съответни финансови програми за провеждане на макроикономическа политика с определени цели. Тук ще се спрем по-специално на използването на закона на Валрас, като теоритична основа за анализ на фондовите потоци и за използване на механизми за икономическа политика целящи възстановяване и поддържане на равновесието в платежния баланс в системата на едно отворено стопанство.

Анализът на фондовите потоци се развиваше почти паралелно със системата на националните сметки в редица от приноси на автори като M. A. Copeland 1962, R. Stone 1965, and J. Tinbergen 1965.

Основни средства за анализ на фондовите потоци са сметката на фондовия поток (flow-of-funds account) и матрицата на социалното счетоводство (social accounting matrix). ***Сметката на фондовия поток*** е добре позната компонента в системата на националните сметки, показваща финансовите транзакции между отделни сектори на стопанството и представляваща рамка за едно системно, изчерпателно и адекватно описание и анализ на протичащите между секторите стопански процеси. Тя представя в явен вид статистическата зависимост между различните финансови дейности в едно стопанство, като съдържа и данни за не финансови стопански дейности, които създават продукция и доход.

Матриците на социалното счетоводство бяха използвани за първи път от Ричард Стоун (Stone, 1966). Те са основно средство за създаване на процедури за постигане на определени икономически цели.

Системата на отвореното стопанство има вътрешна и външна част. Често е проблематично да се балансира вътрешната част на едно отворено стопанство с икономиката на останалия свят. Разглеждайки една система на отворено стопанство с пазари на: местните блага, местните пари, местния труд, местния капитал, обществените блага и на външния обмен, то вътрешната част ще включва всички разглеждани в случая пазари, без пазара на външния обмен. Закона на Валрас, изразен математически чрез равенство (1) в глава 2, раздел 2 показва, че вътрешната част на отвореното стопанство е в равновесие с икономиката на останалия свят, тогава и само тогава, когато е в равновесие пазара на външния обмен.

Пазарът на обмена с останалия свят е в равновесие, ако:

$$E^{(d)}(ForeignExchange) = F^{(d)} - F^{(s)} = -BP = EP * N\,\mathrm{Im} + NTr_{ROW}^{LR} = 0 \qquad (1)$$

с

$$E^{(d)}(ForeignExchange) = E^{(d)}(ForeignGoods) + E^{(d)}(ForeignMoney) \qquad (2)$$

$$E^{(d)}(ForeignGoods) = -EP * NEx - (EP * Ex(Y, \frac{EP}{P*}) - EP * \mathrm{Im}(Y*, \frac{EP}{P*})) \qquad (3)$$

$$E^{(d)}(ForeignMoney) = -NTr_{LR}^{ROW}(r, r*) = -(Tr_{LR}^{ROW}(r, r*) - Tr_{ROW}^{LR}(r, r*)) \qquad (4)$$

Как би могъл бъде приведен в равновесие пазара на обмена с останалия свят?

Има поне два подхода за възстановяване равновесието на пазара обмена с останалия свят: подхода на пазарния механизъм и подхода на фондовите потоци. (Виж, например Fair and Jaffe 1972, Kornai 1971, Tucker 1971, Christ 1969).

Подходът, които може да бъде избран за възстановяването на равновесието на пазара на обмена с останалия свят, зависи от структурните особености на разглежданата стопанска система, в частност от това, кои от променливите на системата са ендогенни и кои екзогенни. В случая на плаващ валутен курс, променливата E на обменния курс е ендогенна, а в случая абсолютно фиксиран или фиксиран относно друга валута валутен режим, променливата E е екзогенна.

Ако стопанската система е с плаващ режим на валутния курс, за балансиране на външния обмен може да се използва подхода на пазарните механизми.

Друг източник за компенсиране на отрицателния нетен износ $EP * NEx$ би могъл да бъде един положителен поток от нетни преводи от останалия свят за местни резиденти NTr_{LR}^{ROW}. Две от основните компоненти на NTr_{LR}^{ROW} играят обикновено основна роля за компенсиране на отрицателна текуща сметка $CA = EP * NEx$: ***преките чуждестранни***

инвестиции и преводите на местни резиденти на страната, работещи временно в чужбина.

Ако стопанската система е в режим на фиксиран или прикачен към друга валута, валутен курс, за компенсиране на дефицита по текущата сметка може да се използва пазара на обществените блага. Измежду всички разглеждани пазари, пазарът на обществените блага е най-особен. Той е силно регулиран монополистичен пазар понеже държавата е единственият предлагащ обществени блага. Но именно поради това, че пазарът на обществени блага е силно регулиран, той често се използва като механизъм за провеждане на икономическа политика. В случая когато някои от другите пазари са с отрицателен баланс, той се компенсира чрез поддържане на ***положително свръх търсене обществени блага, което всъщност означава поддържане на бюджетен излишък на държавата.*** Последното съждение може да бъде формално обосновано, като използвайки (7) и (10) от раздел 2 на глава 2, законът на Валрас може да бъде записан във вида:

$$BP = (PY^{(d)} - PY^{(s)}) + (M^{d} - M^{(s)}) + (WN^{(d)} - WN^{(s)}) + (iK^{(d)} - iK^{(s)}) + (G^{(d)} - G^{(s)}) \quad (5)$$

Последното равенство показва, че отрицателния платежен баланс $BP < 0$ е възможно поне частично да бъде компенсиран с положителен поток от свръх търсене на обществени блага $G^{(d)} - G^{(s)} > 0$, което казано с друг думи означава, че правителството трябва да поддържа поток от бюджетен излишък.

Въз основа на анализа на фондовите потоци (flow-of-funds analysis). (Виж, например: Bain 1971, Fair and Jaffe 1972, Janos Kornai 1971, Tucker 1971, Christ 1969) се изгражда финансова програма от конкретни мерки за възстановяване на равновесието на външния обмен. Въобще казано, една финансова програма е система от координирани мерки на икономическа политика, които се предприемат за постигането на определени стопански цели. Тук ще споменем само някои от посветените на тази тематика публикации, като например: Wong, Pettersen 1979, Boerje Kragh et al. 1970, Fischer 1997, Polak and Argy 1971, Polak 1997, Schaechter 2001, Sriram 2001, Ненова 2006.

Финансови програми често се създават за страни членки на МВФ с цел да се възстанови жизнеспособността на платежния им баланс или по-общо, да се възстанови макроикономическата им стабилност, като необходимо условие за икономически растеж. Използвайки терминологията, която въведохме, една програма на МВФ може да бъде създадена с цел да възстанови макроикономическото равновесие на стопанската система на страната, което означава да се възстанови равновесието на нейния пазар на обмена с останалия свят.

Равенството (5) представляващо една от формите на закона на Валрас показва, че платежният баланс играе ключова роля за анализ на фондовите потоци в отвореното стопанство. За да станат ясни механизмите, които определят движението на фондовите потоци е необходимо детайлно разглеждане на платежния баланс. Детайлна структура на платежния баланс е дадена в Приложение I. Платежен Баланс.

2. Връзката на платежния баланс с финансовата система на страната. Секторни баланси.

Икономическата теория, още от времето на Адам Смит, разглежда отделната стопанска система, като националното стопанство, в контекста на световното стопанство, като отчита обмена и с оставалия свят. Цялостният стопански цикъл се съдържа в най-общ вид в ***основното тъждество на отвореното стопанство***

$$Y = C + I + G + Ex - \mathrm{Im} \qquad (6)$$

Потреблението C, инвестициите I и държавните разходи G, представляват вътрешното търсене и се обединяват в абсорбцията A:

$$A = C + I + G \qquad (7)$$

Замествайки в основното тъждество получаваме

$$Y = A + Ex - \mathrm{Im} \qquad (8)$$

Ако прехвърлим A в лявата страна на равенството (20) ще получим

$$Y - A = Ex - \mathrm{Im} \qquad (9)$$

Този вид на тъждеството на националния доход показва, че нетният експорт е равен на излишъка на национален доход над агрегираните разходи на резидентите на страната включително и на правителството. Това е важно тъждество понеже то насочва нашето внимание към макроикономичекото естество на външния дисбаланс, което означава, че ако нетния експорт е положителен, то разходите не надвишават дохода и ако нетния експорт е отрицателен, то причината за това е, че разходите надвишават дохода. Тази интерпретация на равенството (9) ни подсеща, че проблемите на ***външния баланс*** са всъщност ***макроикономически проблеми на приходите и разходите на страната и че причините са вътрешни, а не външни***. Ако към двете страни на равенството (6) прибавим нетните трансфери от останалия свят за местни резиденти NTr_{LR}^{ROW} и от двете страни извадим данъците T ще получим:

$$Y + NTr_{LR}^{ROW} - T = C + I + (G - T) + Ex - \mathrm{Im} + NTr_{LR}^{ROW} \qquad (10)$$

Ако от лявата страна на последното равенство $Y + NTr_{LR}^{ROW} - T$, която представлява ***наличния доход на местните резиденти***, извадим разходите за потребление *C,* ще получим ***спестяванията*** $S = Y + NTr_{LR}^{ROW} - T - C$, а равенството (10) ще придобие вида:

$$S = Y + NTr_{LR}^{ROW} - T - C = I + (G - T) + Ex - \mathrm{Im} + NTr_{LR}^{ROW} \qquad (11)$$

От последното равенство получаваме

$$S - I = (G - T) + Ex - \mathrm{Im} + NTr_{LR}^{ROW} \qquad (12)$$

Откъдето изразяваме и ***салдото*** $BP = Ex - \mathrm{Im} + NTr_{LR}^{ROW}$ ***на платежния баланс на отвореното стопанство***:

$$BP = Ex - \mathrm{Im} + NTr_{LR}^{ROW} = (S - I) + (T - G) \qquad (13)$$

Равенството (13) е ***основното тъждество на секторните баланси в отвореното стопанство***. То показва, че ***салдото*** $BP = Ex - \mathrm{Im} + NTr_{LR}^{ROW}$ ***на платежния баланс на отвореното стопанство е равно на сумата от салдото на частния сектор, състоящ се от секторите домакинства и предприятия и салдото на сектор държава***, което означава, че излишъкът или дефицитът в платежният баланс на страната се определя от излишък или дефицит в частния и държавния сектор на самата страна, а не от външни фактори.

Таблица 1 представя секторните баланси на САЩ за определени години. (Данните са от книгата на Дорнбуш (Dornbusch, 1996).) Тя показва, че баланса спестявания-инвестиции както и бюджетният дефицит проявяват ясно изразени циклични изменения.

Година	Салдо на частния сектор (S-I)	Салдо на държавния бюджет (T-G)	Салдо на платежния баланс = Нетна чужда инвестиция $BP = Ex - \mathrm{Im} + NTr_{LR}^{ROW}$	Статистическа разлика
1969	-9,4	10,7	-2,0	-3,3
1973	-9,5	6,3	-0,6	1,7
1975	68,9	-64,4	11,9	4,2
1977	-7,0	-18,6	-20,9	4,7
1978	-24,1	-1,5	-24,8	0,9

Таблица 1. Секторни баланси на САЩ в милиарди долари.

Терминът нетна чужда инвестиция е концептуално еквивалентен на излишъка в текущата сметка, макар че различията между практиките на сметководството на платежния баланс и тези прилагани при сметководството на националния доход водят до отчитането на различни стойности. Терминът нетна чужда инвестиция отразява друга важна страна на платежния баланс. Платежният баланс показва степента, в която стопанството допринася за нетните си чужди активи:

$$BP = \Delta NFA \tag{14}$$

където $BP = Ex - \mathrm{Im} + NTr_{LR}^{ROW}$ означава салдото на платежния баланс, а ΔNFA - салдото на нетните чужди активи (net foreign assets) на страната. Това означава, че ако разходът ни е по-малък от дохода, ние увеличаваме исковете (claims) си към останалия свят и обратно. Сега като заместим платежния баланс от основното тъждество на секторните баланси (13) в (14) получаваме

$$S - I + T - G = \Delta NFA \tag{15}$$

Равенството (15) е връзката между спестовността и придобиването на активи. То показва, че ***сумата от нетните спестявания на частния сектор S-I и спестяванията на държавния сектор T-G е равна на всички придобити искове на страната към останалия свят***.

Равенството (14) свързва платежния баланс BP (balance of payments) с финансовата система на страната. Салдото на платежния баланс BP е всъщност изменението на нетните чужди резерви ΔNFA на цялата страна, което е изразено посредством равенството $BP = \Delta NFA$. Нетните чужди резерви на страната включват всички финансови сектори като централната банка, търговските банки, министерството на финансите и не банковия сектор. Ние ще проведем нашия анализ на връзката на платежния баланс с финансовата система на страната на два етапа: Първо ще се ограничим върху баланса на Централната банка и паричната база. След това ще разширим разглежданията си, като включим цялата банкова система, финансирането и дълговете на държавния и частния сектор.

I. Платежен баланс и парична база.

Връзката между наличността от пари на централната банка и платежния баланс е в баланса на Централната банка представен в таблица 2.

Активите са всички искове на Централната банка и се състоят от нетните чужди активи на централната банка NFA^{cb} (net foreign assets of central bank) и от вътрешния кредит DC (domestic credit). ***Нетните чужди активи на централната банка*** представляват резервите и в чужди активи (валута и т.н.) минус пасивите и към чужди държавни парични власти, обикновено чужди централни банки и МВФ. ***Вътрешният кредит*** се състои от заеми дадени на правителството и на търговските банки.

Активи	Пасиви
Нетни чужди активи (NFA^{cb})	-
Вътрешен кредит (DC)	Парична база ($MB=H$)

Таблица 2. Баланс на Централната банка.

Пасивите на Централната банка са всички нейни задължения и представляват всъщност ***паричната база*** MB (monetary base), или както още се казва high-powered money H, които са главно парите в обръщение, но може да има и други задължения. Равенството между активите и пасивите на баланса ни дава:

$$NFA^{cb}+DC=MB=H \qquad (16)$$

С ΔNFA^{cb} ще означаваме изменението в нетните чужди активи на централната банка. Следователно, за измененията на съответните величини ще имаме

$$\Delta NFA^{cb} = \Delta H - \Delta DC \qquad (17)$$

Последното равенство показва, че изменението ΔNFA^{cb} в нетните чужди активи на централната банка е равно на разликата между изменението в създаването на пари ΔH и изменението на вътрешния кредит ΔDC. Това равенство представлява проста рамка, която ни насочва към възможностите за контрол на външния дефицит. За да се избегне дефицита, създаването на домашен кредит трябва да бъде в съответствие с нарастването на паричната база. Програмите, които Международният валутен фонд предлага за стабилизирането на платежния баланс се основават на равенството (17) или на разширена негова версия, която обхваща цялата банкова система и която ще разгледаме по-нататък.

Първият въпрос, на който трябва да си отговорим при условията на външен дисбаланс е какви са наличностите на външното финансиране ΔNFA за разглеждания период от време. Втората стъпка в тази посока е да се прогнозира нарастването на търсенето на номинални пари ΔH въз основа на инфлацията и на реалния растеж. Разликата между тези две величини ни дава до каква степен може да се разпростираме при отпускането на вътрешен кредит ΔDC.

$$\Delta D = \Delta H - \Delta NFA^{cb} \qquad (18)$$

Това изисква налагането на таван на вътрешния кредит S (domestic credit ceilings), което означава, че Централната банка няма да надхвърли финансирането на правителствения дефицит или заемите, които дава на местните банки, като си наложи ограничението

$$\Delta DC \leq S \tag{19}$$

Процедурата, която току-що скицирахме се отнася към ***финансовото програмиране*** и показва централната роля, която играят тъждествата на секторните баланси като инструменти за финансов анализ и макроикономическо планиране. (Виж например Kragh, Boerje et al., 1970, Wong, Chorng-huey and Oystein 1979, Минасян 2001, Ненова 2006.

Сега ще обърнем внимание на още една особеност в разглежданите тъждества. Ако централната банка се намеси, интервенира на пазара на чуждата валута чрез покупка или продажба на валута, това ще доведе до промяна в позициите на нетните и чужди активи и съответно на изменение в паричната база. Да предположим, че съществува тенденция към обезценяване на местната валута и централната банка излиза на пазара, за да купува местна валута и да продава чужда при която има свръх-търсене. В резултат на това нетните чужди активи на централната банка ще намалеят, тъй като Централната банка тегли от чуждестранните резерви. Паричната база ще намалее, тъй като Централната банка продава чужди резерви за да си върне местната валута, която тя извежда от обръщение, т.е. унищожава. Обратно на продажбите на чужда валута, което води до намаляване на големината на излишъка на паричната база, покупката на чуждестранна валута води до увеличаването му. Този момент е много важен понеже той ни показва процеса за регулиране на външния баланс. ***В страна с дефицит в платежния баланс паричното предлагане ще се свива, докато в страна с излишък то ще се разширява.*** Съществува един начин да се наруши този саморегулиращ се процес и това е стерилизацията. От равенство (17) се вижда, че ако Централната банка компенсира измененията в нетните чужди активи посредством съответни изменения във вътрешния кредит, то паричната база може да бъде поддържана постоянна за сметка на изменения във резервите. На практика това означава, че в страна, която има дефицит Централната банка ще продава чужда валута, като по този начин ще намалява, свива местната парична база. Следващата стъпка, която трябва да се направи е да се предприеме разширяваща операция на отворения пазар като се увеличи вътрешния кредит, за да се възстанови паричната наличност (money stock) до първоначалното и ниво. Нетният ефект от цялата операция в крайна сметка се изразява в непроменена парична наличност *H*, намалени нетни чужди активи на Централната банка NFA^{cb} и увеличен вътрешен кредит DC на Централната банка, така че $NFA^{cb} + DC = H = const$. Тази стерилизационна политика се прави обикновено в страни, които провеждат парична политика ориентирана към поддържането на постоянен лихвен процент или постоянна парична наличност в местна валута.

II. Текуща сметка, създаване на кредит, финансов дефицит.

Сега ще разпрострем използването на тъждествата на платежния баланс върху връзките, които съществуват между външния баланс, финансовия сектор и държавния бюджет.

Първо, ще въведем консолидирания баланс на банковата система, обединяващ търговските банки и централната банка. При това агрегиране, паричното предлагане *M,* което за определеност да приемем, че е M_2 ще представлява всъщност пасивите на този консолидиран баланс на банковата система на страната.

Тъждеството на консолидирания баланс на банковата система (активи = пасиви) се изразява посредством равенството:

$$NFA^{bs} + DC^{bs} = M_2 \qquad (20)$$

където с NFA^{bs} сме означили нетните чужди резерви на цялата банкова система, а с DC^{bs} - общия вътрешен кредит на банковата система към правителството и не банковия сектор. Ако с Δ пред съответната величина означим изменението и, ще получим равенството на измененията:

$$\Delta NFA^{bs} + \Delta DC^{bs} = \Delta M_2 \qquad (21)$$

Изменението на вътрешния кредит на банковата система ΔDC^{bs} може да се представи като сума от нарастването на кредита към правителството ΔDC^{g} и на изменението на кредита към не банковия частен сектор ΔDC^{nb}:

$$\Delta DC^{bs} = \Delta DC^{g} + \Delta DC^{nb} \qquad (22)$$

Заместваме ΔDC^{bs} от (322) в (21) и получаваме

$$\Delta NFA^{bs} + \Delta DC^{g} + \Delta DC^{nb} = \Delta M_2 \qquad (23)$$

От друга страна обаче

$$\Delta DC^{g} = G - T + \Delta NFA^{g} \qquad (24)$$

Заместваме (24) в (23):

$$\Delta NFA^{bs} + G - T + \Delta NFA^{g} + \Delta DC^{nb} = \Delta M_2 \qquad (25)$$

Чрез пренареждане получаваме:

$$\Delta NFA^{bs} = (T - G - \Delta NFA^{g}) + (\Delta M_2 - \Delta DC^{nb}) \qquad (26)$$

Последното равенство показва, че нарастването на нетните чужди активи на банковата система може да стане или чрез задлъжнялоста на не банковия сектор към банковата система $(\Delta M_2 - \Delta DC^{nb})$, което ще означава нарастване на кредита към не банковия сектор да надвиши нарастването на парите или чрез нарастване на бюджетния дефицит, финансиран от местната банкова система $(T - G - \Delta NFA^{g})$. От равенство (27) до финансовото програмиране има само една стъпка. Финансовото програмиране поставя тавани на увеличаването на вътрешния кредит към правителството $\Delta DC^{g} = G - T + \Delta NFA^{g}$ и на кредита към не банковия частен сектор ΔDC^{nb}: $\Delta DC^{g} < S_1$ и $\Delta DC^{nb} < S_2$.

3. Кратък анализ на фондови потоци в българския платежния баланс.

Секторните баланси на България.

От таблица 3, на която са представени секторните баланси на България за периода 1997-2007, се вижда, че салдото на текущата сметка, за този период, е отрицателно, както и това на частния сектор. Това е породено от ***превишаването на инвестициите над спестяванията в частния сектор***, което е обикновено се проявява ***при икономически растеж. Дефицитът по текущата сметка се компенсира от нетните постъпления от международни преводи*** NTr_{LR}^{ROW} (всички преводи извън търговските сделки, които в частност могат да бъдат от работещи извън страната нейни резиденти, от директни чужди инвестиции, дарения в двете посоки.

На Таблица 4 са отразени ***темповете на нарастване на инвестиците и тези на спестяванията*** за разглеждания период. Единствено през 2002 година спестяванията нарастват със значително по-голямо темпо спрямо инвестициите, което се отразява и на салдото на текущата сметка, което е отрицателно, но намалява спрямо 2001 и 2003 година. През останалите години, особено през последните три, темпът на нарастване на инвестициите е значително по-голям от темпа на нарастване на спестяванията. ***Салдото на държавния сектор през повечето години, особено през последните четири е положително, което означава, че се поддържа бюджетен излишък, който цели известно компенсиране на отрицателното салдо в частния сектор, дължащо се на по-голямото количество инвестиции спрямо спестяванията***.

Таблица 3. Секторни баланси на България за периода 1998-2007 г. (милиони левове)*

Години	Салдо на частния сектор ($S-I$)	Салдо на държавния сектор ($T-G$)	Салдо на текущата сметка ($Ex-\mathrm{Im}$)	Нетни международни преводи (NTr_{LR}^{ROW})	Салдо на платежния баланс (BP)	Статистическа разлика
1998	-54,18	293,50	-54,20			-293,52
1999	-1 147,45	462,50	-1 147,90			-462,95
2000	-1 484,63	-186,50	-1 489,10			182,03
2001	-1 816,11	-660,10	-1 672,50			803,71
2002	-1 038,03	4,80	-787,20			246,03
2003	-2 109,77	-110,60	-1 901,70			318,67
2004	-2 272,75	429,80	-2 556,10			-713,15
2005	-4 923,65	1 333,90	-5 291,90			-1 702,15
2006	-7 861,40	1 813,00	-8 804,70			-2 756,30
2007	-12 211,67	1 724,50	-12 328,40			-1 841,23

* Данните са в деноминирани български левове. Данните за спестявания за 2007 са предварителни. Източник НСИ; авторски изчисления

България има дефицитът по текущата сметка, но положително салдо на платежния баланс за разглеждания период от време. Това се дължи главно на ***преките чуждестранни инвестиции***, които са отразени във таблица 5. Те нарастват и от таблица 6 е видно, че частично компенсират дефицита по текущата сметка.

Положителното салдо по финансовата сметка на платежния баланс, което означава нарастване на нетните чуждестранните активи води до нарастване на паричната база, което от своя страна - до нарастване на паричното предлагане, а то е в синхрон с икономическия растеж в България. Поддържането на положително салдо на платежния баланс е от изключително значение за икономиката на България, като страна с действащ валутен борд. Страната ни е зависима от чуждестранните инвестиции, тъй като те компенсират дефицита по текущата сметка. В дългосрочна перспектива, подобряването на конкурентноспособността на българските стоки се очаква да доведе до нарастване износа, което да компенсира евентуално намаляване на чуждестранни инвестиции.

Основното тъждество на секторните баланси (25) дава най-обща представа за вливанията и изтичанията на стопанските потоци във и от отделните сектори на едно отворено стопанство. За целите на по-детайлните проучвания това тъждество обаче не е достатъчно. За да вникнем по дълбоко в процесите на вливанията и изтичанията, ще детайлизираме първо платежния баланс.

На таблица 6 е представена аналитично динамиката на платежният баланс на България за периода 1997 – 2007 г.

От нея е видно, че ***салдото на платежния баланс е положително***, с изключение на 1998 г. Това означава, че нетните чуждестранни активи нарастват, което води до нарастване на паричната база, от което следва нарастване и на паричното предлагане.

Текущата сметка за периода е с все по-нарастващо отрицателно салдо, въпреки политиката за либерализиране на външната търговия на страната и опитите да се стимулира износа. Още през 1997 и 1998 г. всички експортни такси и временни ограничения за износ са премахнати. Съществува стремеж за договаряне на квоти с нулеви мита за определени стоки, както и за разширяване на списъка със стоки, за които търговията се осъществява при нулеви мита за неограничени количества. Основната причина за слабия износ на български стоки и услуги е ниското качество и високите разходи за производството им. България не може да покрие предоставените и квоти за внос в ЕС за определени стоки, понеже не малка част от стоките, особено тези от селскостопанския сектор, не отговарят на стандартите на ЕС.

България внася повече стоки, отколкото изнася. Важно е да се направи анализ на ***характера на вноса и износа по начина на използването*** му.

На таблица 7 и принадлежащата и фигура 7 са представени данни за износа на България по начина на използването му за периода 1997 – 2007 г. От фигура 7 е видно, че основен дял в износа на България е този на суровините и материалите, като с най-голям процент са цветни метали, чугун, желязо и стомана. Другата група с относително голям дял са потребителските стоки, като там основни стоки са дрехи, обувки и храни. Инвестиционните стоки и енергийните ресурси са с относително еднакъв дял в износа.

Таблица 8 и принадлежащата и фигура 8 представят данни за вноса на България за периода 1997 – 2007 г. по начина на използването му. Фигура 8 показва, че основен дял във вноса на страната са суровините и материалите. След 2001 г., инвестиционните стоки и енергийните ресурси и потребителските стоки са с приблизително еднакъв дял.

Таблица 4. Нарастване на спестяванията и инвестициите в % за периода 1998 – 2007 г.*

	1998/1997	1999/1998	2000/1999	2001/2000	2002/2001	2003/2002	2004/2003	2005/2004	2006/2005	2007/2006
нарастване на спестяванията	60,11	-16,50	9,44	26,87	24,09	0,63	24,11	5,13	10,77	9,99
нарастване на инвестициите	119,75	12,62	14,81	25,49	4,30	17,26	19,50	33,37	30,88	32,74

*Авторски изчисления

Таблица 5. Преки чуждестранни инвестиции за периода 1997 – 2007 г. (милиони левове)*

Година	1997 г.	1998 г.	1999 г.	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.
Инвестиции	824,33	942,60	1515,70	2157,90	1766,90	1916,70	3619,40	5351,00	6165,00	11746,00	12746,00

* Източник БНБ

Преки чуждестранни инвестиции и салдо на текущата сметка за периода 1997 – 2007 г.


Преки чуждестранни инвестиции и салдо на текущата сметка на България за периода 1997 - 2007 г.
15000,00
10000,00
5000,00
0,00
-5000,00
-10000,00
-15000,00
1997 г.
1998 г.
1999 г.
2000 г.
2001 г.
2002 г.
2003 г.
2004 г.
2005 г.
2006 г.
2007 г.
Текуща сметка
Преки чуждастранни инвестиции

Таблица 6. Платежен баланс – аналитично представяне (милиони лева) – 1997-2007 г.

Полета\Периоди	**1997 г.**	**1998 г.**	**1999 г.**	**2000 г.**	**2001 г.**	**2002 г.**
А. Текуща сметка	**1842011,30**	**-54,20**	**-1147,80**	**-1489,10**	**-1672,50**	**-787,20**
Стоки: кредит	8064404,70	7391,10	7302,60	10274,10	11176,10	11857,90
Стоки: дебит	-7563492,90	-8037,00	-9273,40	-12777,30	-14654,20	-15531,00
Търговски баланс	500911,80	-645,90	-1970,80	-2503,20	-3478,10	-3673,10
Услуги: кредит	3737626,40	3161,50	3297,90	4627,90	4750,10	4801,60
Транспорт: кредит	997751,40	798,10	958,70	1344,30	1406,40	1368,50
Пътувания: кредит	1866647,40	1713,80	1723,10	2285,10	2187,70	2428,10
Други услуги: кредит	873227,60	649,50	616,10	998,50	1155,90	1005,00
Услуги: дебит	-2283080,40	-2463,90	-2700,10	-3556,90	-4102,80	-3813,10
Транспорт: дебит	-891795,20	-909,70	-1179,00	-1561,70	-1757,90	-1170,40
Пътувания: дебит	-649101,80	-912,70	-970,40	-1148,00	-1227,40	-1588,10
Други услуги: дебит	-742183,40	-641,50	-550,70	-847,30	-1117,60	-1054,60
Услуги, нето	1454546,00	697,50	597,80	1071,00	647,20	988,60
Стоки и нефакторни услуги, нето	1955457,70	51,60	-1373,00	-1432,30	-2830,90	-2684,60
Доход: кредит	331156,30	542,00	487,10	662,70	1546,80	1998,50
Компенсации на наетите: кредит	81577,80	89,50	78,30	123,70	932,10	1499,70
Инвестиционен доход: кредит	249489,40	452,50	408,80	539,00	614,70	498,80
Доход от преки инвестиции: кредит	184,40	1,70	-1,60	-4,60	1,40	2,40
Доход от портфейлни инвестиции: кредит	650,60	127,80	140,80	103,90	141,50	54,70
Доход от други инвестиции: кредит	248654,30	323,00	269,60	439,70	471,80	441,60
Доход: дебит	-848292,20	-1052,20	-814,00	-1337,90	-1487,30	-1207,60

Компенсации на наетите: дебит	-16767,40	-6,00	-7,00	-56,90	-65,00	-34,00
Инвестиционен доход: дебит	-831524,80	-1046,20	-806,90	-1281,00	-1422,30	-1173,60
Доход от преки инвестиции: дебит	-33665,20	-99,30	39,70	-227,60	-323,80	-463,90
Доход от портфейлни инвестиции: дебит	-344863,40	-510,50	-472,60	-591,60	-655,20	-372,90
Доход от други инвестиции: дебит	-452996,20	-436,30	-374,00	-461,80	-443,30	-336,80
Доход, нето	-517135,90	-510,20	-326,90	-675,30	59,40	790,90
Стоки, нефакторни услуги и доход, нето	1438321,80	-458,60	-1699,90	-2107,50	-2771,40	-1893,70
Текущи трансфери, нето	403689,50	404,40	552,00	618,40	1098,90	1106,50
Текущи трансфери: кредит	463006,60	460,10	605,60	755,30	1318,30	1323,90
Текущи трансфери: дебит	-59317,10	-55,70	-53,60	-136,90	-219,40	-217,40
Б. Капиталова сметка	**0,00**	**0,00**	**-4,50**	**49,80**	**-0,30**	**-0,20**
Капиталови трансфери, нето	0,00	0,00	-4,50	49,80	-0,30	-0,20
Общо за групи А и Б	1842011,30	-54,20	-1152,30	-1439,30	-1672,80	-787,40
В. Финансова сметка	**385712,80**	**84,20**	**1397,60**	**1757,10**	**1476,70**	**3604,40**
Преки инвестиции, нето	827610,60	942,40	1483,70	2150,90	1745,90	1860,10
Преки инвестиции в чужбина	3280,70	-0,20	-32,00	-6,90	-21,10	-56,50
Дялов капитал: активи	1366,50	0,00	-21,40	3,00	-13,90	-51,90
Друг капитал: активи	1914,20	-0,20	-12,40	-17,00	-7,20	-4,60
Реинвестирана печалба: активи	0,00	0,00	1,90	7,00	0,00	0,00
Преки инвестиции в България	824329,90	942,60	1515,70	2157,90	1766,90	1916,70
Дялов капитал: пасиви	804033,60	883,40	928,30	1631,20	1200,50	1222,80
Друг капитал: пасиви	19624,70	-28,80	647,10	403,80	552,70	521,10
Реинвестирана печалба: пасиви	671,60	88,00	-59,80	122,80	13,80	172,70
Сливания и придобивания, нето	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Портфейлни инвестиции: активи	-25477,40	-227,40	-381,40	-110,30	-48,30	444,30
Акции: активи	-16455,80	-20,00	-0,10	-20,20	-78,80	-30,00
Облигации: активи	-9021,60	-207,40	-381,30	-90,00	30,50	474,40
Портфейлни инвестиции: пасиви	231898,60	-202,30	18,10	-264,90	232,40	-637,40
Акции: пасиви	91473,10	35,20	3,80	39638,00	-19,10	-46,50

Облигации: пасиви	140425,50	-237,50	14,30	-274,60	251,40	-590,90	
Други инвестиции-активи	-525013,00	102,10	-97,60	-669,30	-228,40	648,90	
Търговски кредити: активи, нето	-273,90	0,00	-1,10	236,30	0,00	-3,20	
Заеми: активи	218069,40	30,10	20,60	-15,30	35,50	-35,40	
Държавно управление	200445,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
Търговски банки	822,00	10,70	0,00	-15,30	0,20	-85,30	
Други сектори	16801,90	19,40	20,60	0,00	35,30	49,90	
Валута и депозити: активи	-715247,80	64,10	-92,10	-873,00	-210,40	652,10	
Държавно управление	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
Търговски банки	-733010,10	114,90	34,00	-973,70	-291,00	677,40	
Други сектори	17762,20	-50,80	-126,10	100,70	80,60	-25,30	
Други валутни депозити: активи	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
Други активи	-27560,80	7,90	-25,00	-17,30	-53,50	35,40	
Други	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
Други инвестиции: пасиви	-123306,00	-530,70	374,70	650,60	-224,80	1288,30	
Търговски кредити: пасиви, нето	23194,30	-74,00	202,90	286,40	-254,30	398,70	
Заеми: пасиви	-308774,80	-321,40	136,10	131,80	-378,00	314,00	
Централна банка	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
Държавно управление	-216210,00	-370,90	-189,70	-458,80	-665,70	-281,40	
Търговски банки	-82967,20	24,00	-0,10	82,10	18,60	81,90	
Други сектори 8	-9597,60	25,50	325,90	508,60	269,10	513,40	
Депозити на нерезиденти: пасиви	29927,30	-133,30	80,00	145,80	92,00	191,90	
Други пасиви	132347,20	-2,10	-44,20	86,60	315,50	383,80	
Други	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
Общо за групи А, Б и В	2227724,10	30,00	245,30	317,70	-196,10	2817,00	
Г. Грешки и пропуски	**-126539,70**	**-196,70**	**-39,50**	**50,80**	**1027,80**	**-1414,40**	**-**
ОБЩ БАЛАНС (Общо за групи А, Б, В и Г)	**2101184,50**	**-166,70**	**205,80**	**368,50**	**831,70**	**1402,50**	
Д. Резерви и друго финансиране	**-2101184,50**	**166,70**	**-205,80**	**-368,50**	**-831,70**	**-1402,50**	**-**
Резервни активи на БНБ	-2854745,70	-801,00	-1018,90	-962,40	-622,40	-1129,90	-
Ползвани кредити от МВФ, нето	683370,20	220,20	305,20	295,10	-362,30	-302,20	

Извънредно финансиране, нето	70191,10	747,50	507,80	298,80	153,00	29,50

* След 1998 г. данните са в деноминирани български левове. Източник БНБ

Таблица 7. Износ по начин на използване за периода 1997 – 2007 г. (милиони евро)*

	1997 г.	**1998 г.**	**1999 г.**	**2000 г.**	**2001 г.**	**2002 г.**	**2003 г.**	**2004**
Потребителски стоки	**1 174,60**	**1 162,80**	**1 248,70**	**1 564,40**	**1 916,90**	**2 134,20**	**2 440,50**	**623,**
Храни	244,90	208,80	181,90	171,60	219,20	247,40	299,50	348,
Цигари	94,00	51,50	35,20	35,60	20,60	15,80	17,10	22,
Напитки	118,80	127,20	85,60	82,70	77,40	74,70	73,00	72,
Дрехи и обувки	393,20	477,40	619,60	857,70	1 140,40	1 258,30	1 457,60	549,
Лекарства и козметика	168,00	136,70	137,30	178,40	179,50	168,50	163,20	153,
Мебели и дом. обзавеждане	68,00	78,50	93,40	113,70	147,30	210,70	245,70	279,
Други	87,60	82,80	95,70	124,60	132,40	158,90	184,40	197,
Суровини и материали	**2 111,70**	**1 731,80**	**1 567,50**	**2 321,90**	**2 331,20**	**2 535,20**	**2 758,90**	**477,**
Чугун, желязо и стомана	437,90	354,70	245,80	419,60	395,60	393,20	541,40	805,
Цветни метали	371,10	271,10	263,20	535,60	474,70	470,00	534,70	746,
Химически продукти	258,50	174,20	140,30	216,20	225,70	216,00	229,40	254,
Пластмаси, каучук	137,90	120,70	113,30	136,10	143,80	152,90	172,10	198,
Торове	151,00	71,30	33,90	103,80	97,30	62,60	79,40	58,
Текстилни материали	193,60	169,10	127,80	157,70	205,60	239,80	278,20	293,
Суровини за производство на храни	97,20	131,60	183,20	145,90	172,20	320,90	218,40	277,
Дървен материал и хартия, картон	105,20	112,70	122,50	146,80	142,20	158,00	196,70	228,
Цимент	45,10	22,10	25,00	35,80	33,50	28,60	29,30	22,
Тютюн	46,80	45,10	59,60	50,00	45,20	50,20	49,60	92,
Други	267,20	259,20	252,90	374,20	395,50	443,00	429,70	499,
Инвестиционни стоки	**624,60**	**600,50**	**571,10**	**599,70**	**698,70**	**802,50**	**912,20**	**075,**
Машини, уреди и апарати	176,20	176,20	198,70	234,00	263,10	297,60	310,40	357,
Електрически машини	70,70	56,80	53,50	67,40	81,70	67,00	112,50	96,

Транспортни средства	73,20	82,50	43,80	24,00	35,60	67,90	68,90	83,
Резервни части и оборудване	109,90	93,20	85,90	119,00	155,70	171,20	192,50	238,
Други	194,60	191,80	189,20	155,30	162,60	198,90	227,80	299,
Общо нееенергийни стоки	**3 910,90**	**3 495,20**	**3 387,30**	**4 486,00**	**4 946,80**	**5 471,90**	**6 111,60**	**176,**
Енергийни ресурси	**345,30**	**251,70**	**346,40**	**767,10**	**767,40**	**591,00**	**556,60**	**808,**
Петролни продукти	235,70	137,60	272,40	588,40	506,60	357,60	385,00	624,
Други	109,60	114,10	74,10	178,70	260,90	233,40	171,60	184,
ОБЩО ИЗНОС	**4 256,20**	**3 746,80**	**3 733,70**	**5 253,10**	**5 714,20**	**6 062,90**	**6 668,20**	**984,**

* Източник БНБ

Фигура към таблица 7. Износ по начин на използване за периода 1997 – 2007 г. %

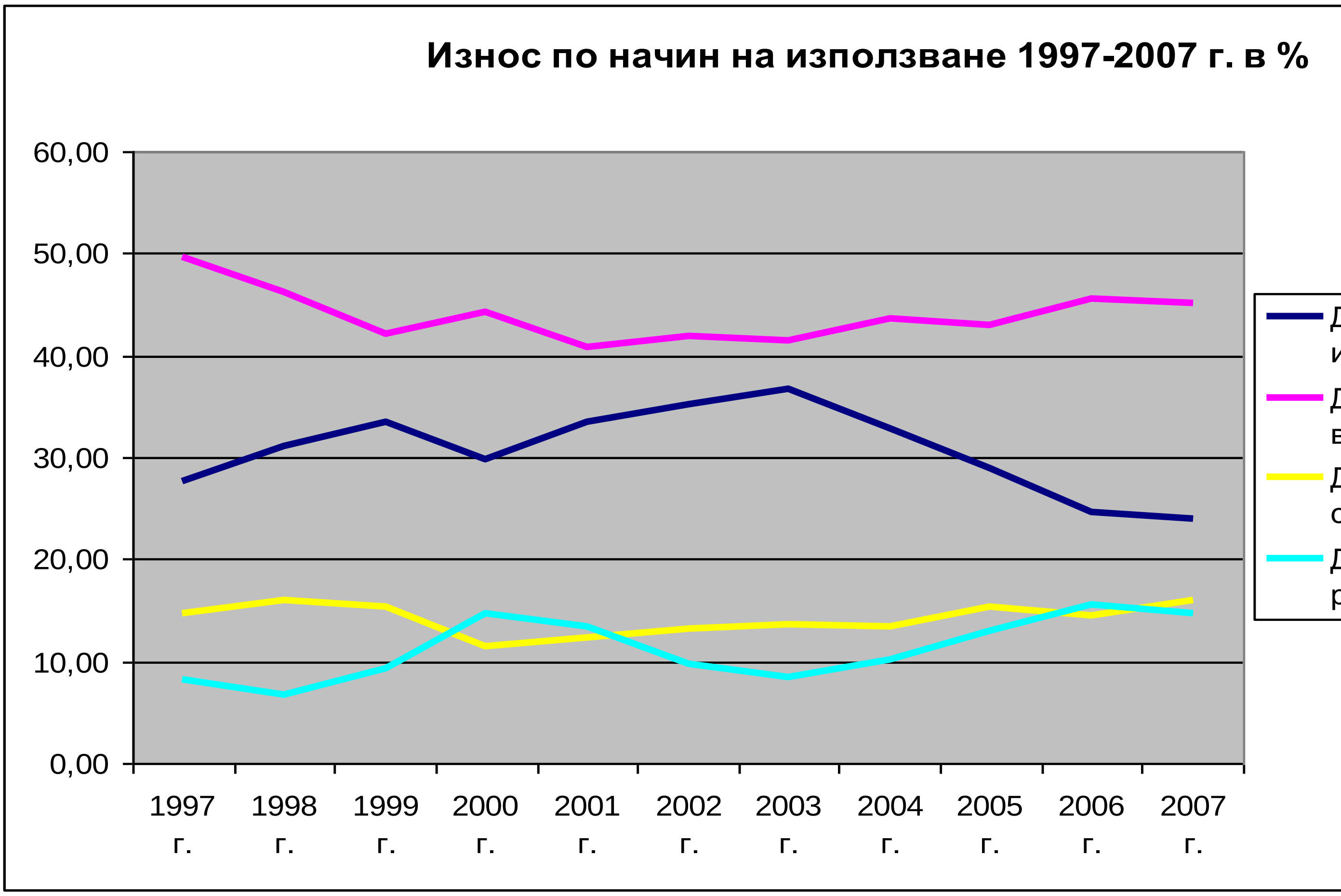


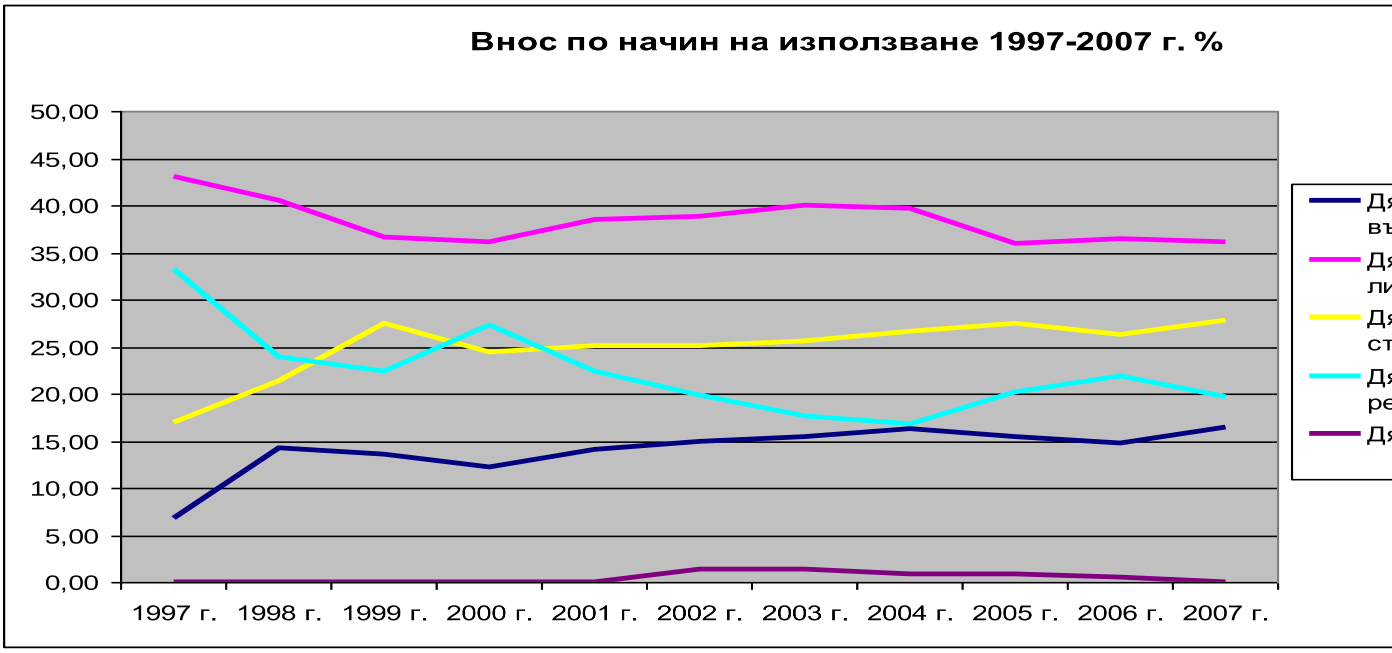
Таблица 8. Внос по начин на използване за периода 1997 – 2007 г. (милиони евро)*

	1997 г.	1998 г.	1999 г.	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004
Потребителски стоки	**291,10**	**627,80**	**692,80**	**864,40**	**1140,10**	**1252,70**	**1475,80**	**189**
Храни, напитки и цигари	78,60	168,40	135,70	171,70	208,60	235,20	264,50	30
Мебели и дом, обзавеждане	49,60	78,30	129,60	160,70	206,10	250,60	320,50	39
Лекарства и козметика	76,70	116,70	156,00	203,50	285,60	294,60	315,30	42
Дрехи и обувки	16,40	133,60	33,10	38,40	49,50	78,40	109,60	12
Автомобили	23,00	36,00	121,90	158,30	214,20	204,00	244,40	38
Други	46,80	94,70	116,50	131,70	176,00	189,90	221,40	26
Суровини и материали	**1851,10**	**1791,60**	**1886,00**	**2556,90**	**3129,60**	**3266,40**	**3849,40**	**460**
Руди	148,40	176,20	157,30	236,80	278,30	208,70	312,70	44
Чугун, желязо и стомана	83,70	106,80	85,60	144,10	164,70	166,50	248,00	45
Цветни метали	40,40	35,90	35,60	69,70	90,50	83,10	96,20	13
Текстилни материали	501,40	438,90	590,20	812,10	1060,60	1163,10	1321,50	135
Дървен материал и хартия, картон	99,70	122,80	126,10	169,20	189,30	198,00	212,00	24
Химически продукти	218,20	254,60	151,70	187,20	206,80	215,50	232,20	25
Пластмаси, каучук	127,60	165,40	205,00	265,40	319,50	362,60	439,30	55
Суровини за производство на храни	260,10	116,80	123,90	150,50	172,40	191,60	198,20	24
Кожи	52,50	42,00	39,60	60,20	88,10	86,30	101,30	9
Тютюн	27,70	32,10	31,50	29,50	28,80	30,50	20,40	3
Други	291,40	300,20	339,60	432,20	530,50	560,50	667,50	78
Инвестиционни стоки	**731,30**	**943,40**	**1407,20**	**1728,70**	**2037,50**	**2110,40**	**2466,30**	**308**
Машини, уреди и апарати	314,30	336,00	554,60	667,00	705,00	809,80	937,30	105
Електрически машини	90,40	152,40	198,60	206,10	356,70	282,10	316,80	35
Транспортни средства	75,20	144,70	299,40	353,90	453,00	437,90	541,60	83
Резервни части и оборудване	120,00	161,60	193,60	224,20	273,40	309,90	360,30	41
Други	131,50	148,60	161,00	277,60	249,50	270,70	310,20	43
Общо неенергийни стоки	**2873,50**	**3362,70**	**3986,00**	**5150,10**	**6307,20**	**6629,50**	**7791,40**	**958**
Енергийни ресурси	**1433,20**	**1053,50**	**1153,80**	**1934,80**	**1820,60**	**1674,60**	**1690,10**	**194**
Горива	1384,00	987,00	1102,10	1772,00	1610,70	1573,70	1529,70	172
Суров петрол и природен газ	1151,60	749,50	931,80	1571,50	1389,60	1362,10	1302,30	148

Въглища	148,40	151,40	106,00	140,90	169,70	162,20	184,90	21
Други горива	84,00	86,10	64,20	59,60	51,40	49,30	42,50	3
Други	49,20	66,40	51,80	162,80	210,00	100,90	160,40	21
Масла	49,20	66,40	51,80	162,80	210,00	100,90	160,40	21
Електричество	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
Друг внос	**0,00**	**0,00**	**0,00**	**0,00**	**0,00**	**107,10**	**129,00**	**9**
ОБЩО ВНОС	**4306,70**	**4416,30**	**5139,80**	**7084,80**	**8127,80**	**8411,20**	**9610,60**	**11619**

* Източник БНБ

Фигура към таблица 8. Внос по начин на използване за периода 1997 – 2007 г. %



Част II.

Равновесието – отправна точка за икономически анализи в динамична стопанска система.

В света в който живеем, времето играе неотменима роля. То е безкрайно в двете си посоки: в миналото и в бъдещето. Човешкият живот е краен, поради което има стойност и представлява стопанско благо. Стопанските блага, факторите на производство, стопанските обекти имат във времето различна за човека стойност именно защото животът му е краен. Една е стойността на един стопански обект в настоящия момент, друга е стойността му в близка, средна или далечна перспектива. В далечна перспектива, в която както отбелязва и самият Кейнс, ние всички ще бъдем мъртви (In the long run, all we are dead), стопанския обект за нас, няма да има никаква стойност. Това е простата причина, която кара хората да плащат повече за придобиването на определено благо сега, не в бъдеще. Наред със стойността се променят всички стопански величини. Поради това изглежда съвсем естествено да поставим стопанската система в контекста на времето, превръщайки я в динамична система. Идеята за динамизиране на стопанската система присъства още в основополагащата работа на Леон Валрас (Walras, 1926/1954) в края на 19 век и в трудовете на други големи икономисти, като например Маршал (Marshall, 1890/1920), като се разработва по-късно от много други автори (Samuelson, 1947/1963, Gandolfo 1997), за да придобие вида в който я познаваме днес.

През тридесетте години на миналия век започна да си пробива път идеята за поставяне на равновесието на стопанската система в по-общ контекст, главно в дискусиите на големи иконометристи, като Нобеловите лауреати по икономика Рагнар Фриш (Frisch, 1936) и Ян Тинберген (Tinbergen, 1936). Тази идея доведе до изграждане на ***теорията на сравнителната статика и динамика*** на стопанската система, основите на която са изложени във фундаменталния труд на Пол Самуелсън (Samuelson 1947/1963). Понастоящем, сравнителната статика и динамика е в основата на изследователстата методология за икономически анализи в трудовете на голяма част от съвременните икономисти. (За справка в това отношение може да бъде използвана примерно монографията на Гандолфо (Gandolfo, 1997)).

Ние тук ще се спрем, първо на методологията на сравнителната статика и динамика, след което ще я приложим за икономически анализ на процеса на доближаване до пазарно равновесие и за изследване на условията за равновесие и стабилност на два взаимно свързани пазара.

Глава 4.

Сравнителна статика и динамика на стопанската система.

1. Равновесни състояния на стопанската система и условия за съществуването им.

Състоянието на една стопанска система се характеризира, изразява или задава посредством ***величини,*** числовия израз на които наричаме ***параметри***. Поставянето на системата в контекста на времето означава, че параметрите, които характеризират състоянието на една динамична система зависят от времето, което е прието обикновено да се означава с t. Наблюдаемите параметри на една система наричаме ***показатели***. Икономическите величини определящи състоянието на стопанската система са вътрешни или ендогенни и външни или екзогенни. ***Екзогенните*** или външните за системата величини, които ще означаваме обикновено с $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m$ задават, определят, специфицират чрез външни за системата фактори условията при които функционира системата. ***Ендогенните*** или вътрешните величини или параметри на системата, които ще означаваме с $x_1, x_2, ..., x_n$ се определят от вътрешните взаимодействия или съотношения в системата при зададена външна среда чрез стойностите на екзогенните променливи. Сумарно, състоянието ω на стопанската система в определен момент от времето ще се определя от един вектор съдържащ стойностите както на ендогенните променливи $x_1, x_2, ..., x_n$, така и на екзогенните $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m$, т.е. $\omega = (x_1, x_2, ..., x_n, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)$

Кои параметри са ендогенни за една стопанска система и кои са екзогенни за нея се определя от структурата, от правилата, от законите, които конституират, задават стопанската система. При определени условия един икономически параметър може да е ендогенен, при други условия същият параметър може да се окаже екзогенен за системата. Например, при условията на валутен борд, валутният курс се задава външно за системата като е фиксиран спрямо валутата-котва и следователно е екзогенна за финансовата система на страната величина, докато при плаващ валутен курс, той се определя от пазарните механизми на финансовата система на страна, което означава, че е ендогенна величина.

Екзогенни за едно национално стопанство са всички определени от парламента или правителството на страната икономически параметри като процента на данъците, осигуровките или други параметри на макро-рамката на държавния бюджет. При зададени стойности на екзогенните параметри, стойностите на ендогенните параметри се получават в резултат на икономически взаимоотношения, като например приходната или разходната част на държавния бюджет или на бюджета на Националния осигурителен институт. ***Ендогенните параметри са функции на екзогенните***. Изменение в някои от екзогенните променливи води обикновено до изменение в някои от ендогенните. Например, намаляването на данъците или осигуровките обикновено води до намаляването на приходната част на държавния бюджет и на националния осигурителен институт.

Стопанската системата е в състояние на ***статично равновесие***, ако то е ***резултат на изравняване, уравновесяване, балансиране на противоположно действащи вътрешни, ендогенни за системата сили, без да се отчита времето***.

В стопанската система, силите на взаимодействие се определят от поведението на стопанските субекти, което в класическия случай се свежда до стремежа за оптимизиране на собствената полза от извършените стопански дейности, намиращо краен израз в търсенето и предлагането на всички пазари на блага и фактори на производство. Поради това и в този случай статичното равновесие на стопанската система се свежда до едновременното статично равновесие на всички пазари на блага и фактори на производство, когато всеки стопански субект, постига оптималното към което се е стремил, като се постигат оптималните и приемливи за всички участващи стопански субекти цени, при които всеки реализира своя оптимум и при които би се осъществило „изпразване, почистване, клиринг” на всички пазари на блага и фактори на производство, понеже на всеки от тях търсенето ще бъде равно на предлагането. Това по дефиниция статично равновесие за класическата стопанска система изложихме доста обстойно в предишната глава и нарекохме общо стопанско равновесие или равновесие на Валрас.

Статично равновесие на стопанската система може да бъде постигнато не само относно количествата и цените на търсенето и предлагането в резултат на оптимизиращото поведение на стопанските субекти. Предположението за оптимизиращото поведение на стопанските субекти е един от основните принципи на неокласическата теория и по същество означава, че всеки стопански субект има рационално поведение, като под рационално поведение се разбира поведението при което стопанският субект се стреми да максимизира ползите, преимуществата, предимствата и да минимизира загубите, недостатъците, негативите си. На практика, част от стопанските субекти имат поведение, което е рационално или близко до рационалното, докато друга част може да имат нерационално или опортюнистично поведение, водещо до ненулеви транзакционни разходи, което не се отчита от неокласиката. Ако към поведението на стопанските субекти добавим и въздействието, което оказват институциите, правните и поведенчески норми на обществото сумарното им въздействие може да доведе системата до друг вид статичното равновесно състояние, отнасящо се не само до равновесните стойности на количествата и цените, но и до ***оптимални стойности*** и на други ендогенни параметри на системата (като например, равновесните стойности приходната и разходната част на държавния бюджет или на бюджета на националния осигурителен институт).

Статично равновесни стойности

$$\begin{aligned} &\bar{x}_1 = x_1(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) \\ &\bar{x}_2 = x_2(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) \\ &... \\ &\bar{x}_n = x_n(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) \end{aligned}, \qquad (1)$$

на ендогенните параметри $x_1, x_2, ..., x_n$ ще наричаме тези техни оптимални стойности, които математически удовлетворяват една система от уравнения

$$\begin{aligned} &f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) = 0 \\ &f_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) = 0 \\ &... \\ &f_n(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) = 0 \end{aligned} \qquad (2)$$

където $f_1, f_2, .., f_n$ са определени функции, отразяващи връзките, съотношенията, взаимодействията в системата, включително и условията, които движещите сили на стопанската система оптимизират чрез своето въздействие.

Изучаването на ***стабилността на статичното равновесно състояние*** (1) предполага възможността за изваждане по някакъв начин на системата от равновесното и състояние и за проследяването на възможностите, тя да се върне след известно време в това равновесно състояние, което означава да се включи в разглежданията и времето, т.е. да се динамизира стопанската система.

Динамична е всяка система, която е поставена в контекста на времето, което означава, че тя променя състоянието си в течение на времето. Предполага се наличието на някаква динамика, която формално погледнато се изразява в преминаването на системата от едно състояние в друго. Динамиката се изразява математически като състоянието и ω се поставя в зависимост от времето t, което означава, че състоянието $\omega = (x_1, x_2, ..., x_n, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)$ се разглежда, като функция на времето t: $\omega(t) = (x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t), \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)$

В течение на времето t се променят ендогенните променливи $(x_1, x_2, ..., x_n)$, докато екзогенните остават относително постоянни, понеже те определят условията при които функционира стопанската система. В определени моменти от времето е възможно екзогенните променливи също да се променят, което ще означава, че се променят условията при които функционира стопанската система. Изменението на екзогенни променливи с икономиката се нарича шок.

Сътношенията определящи състоянието $\omega(t)$ във всеки момент от времето t се задават чрез една система от функционални уравнения, която в общия случай има вида:

$$\begin{aligned} & f_1(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t), \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) = 0 \\ & f_2(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t), \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) = 0 \\ & ... \\ & f_n(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t), \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) = 0 \end{aligned} \qquad (3)$$

при зададено състояние на системата в началния момент $t = 0$: $(x_1(0), x_2(0), ..., x_n(0)) = (x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0)$, за определени функции $f_1, f_2, .., f_n$, задаващи сътношения в стопанската система.

Системата от функционални уравнения (3) отразяваща сътношения в стопанската система, може да се изразява чрез диференциални, интегрални, интегро-диференциални, разностни или други уравнения.

Динамиката в сътношенията (3) се изразява обикновено чрез уравнения, които отразяват начина по който ***скоростта на изменение*** $(\dot{x}_1, \dot{x}_2, ..., \dot{x}_n) = (\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, ..., \frac{dx_n}{dt})$ ***на състоянието*** $(x_1, x_2, ..., x_n)$ ***на системата*** зависи от това състояние и стандартно имат вида:

$$\begin{aligned} & \dot{x}_1 = g_1(f_1(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t), \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)) \\ & \dot{x}_2 = g_2(f_2(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t), \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)) \\ & ... \\ & \dot{x}_n = g_n(f_n(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t), \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)) \end{aligned}, \qquad (4)$$

където $(g_1, g_2, ..., g_n)$ са запазващи знака функции на една променлива, което означава: $g_i(-z) = -g_i(z)$ и $g_i(0) = 0$, за $i = 1,2,...,n$ и за всяко z и носят в себе си вътрешните за системата сътношения $f_1, f_2, .., f_n$.

В частност, възможно е функциите $(g_1, g_2, ..., g_n)$ да са равни на някакви константи $(k_1, k_2, ..., k_n)$:

$$g_i = k_i,\ i = 1,2,...,n,$$

при което системата (4) придобива вида:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= k_1 f_1(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t), \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)\\
\dot{x}_2 &= k_2 f_2(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t), \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)\\
&...\\
\dot{x}_n &= k_n f_n(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t), \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)
\end{aligned}, \qquad (5)$$

По дефиниция, състоянието $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n)$ от стойности на ендогенните променливи на стопанската система, е ***състояние на динамично равновесие*** за системата, ако удовлетворява уравненията (3) за всяка от допустимите стойности на времето t:

$$\begin{aligned}
f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) &= 0\\
f_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) &= 0\\
&...\\
f_n(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) &= 0
\end{aligned}, \qquad (6)$$

което казано с други думи означава, че траекторията $(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t)) = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n)$ за всяко t е решение на системата от функционални уравнения (3). Системата (3) може да има, може и да няма равновесно състояние. Ако системата има равновесно състояние $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n)$, то това означава, че съществува траектория, при която системата (3) остава в това състояние през цялото време: $(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t)) = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n)$ за всяко t. Това не изключва наличието на траектории (решения на системата (3)), които само в определени моменти от времето да попадат в състоянието $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n)$.

Състоянието на динамично равновесие $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n)$ удовлетворява и системата от уравнения (4):

$$\begin{aligned}
0 &= \dot{\bar{x}}_1 = g_1(f_1(\bar{x}_1(t), \bar{x}_2(t), ..., \bar{x}_n(t), \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)) = 0\\
0 &= \dot{\bar{x}}_2 = g_2(f_2(\bar{x}_1(t), \bar{x}_2(t), ..., \bar{x}_n(t), \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)) = 0\\
&...\\
0 &= \dot{\bar{x}}_n = g_n(f_n(\bar{x}_1(t), \bar{x}_2(t), ..., \bar{x}_n(t), \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)) = 0
\end{aligned},$$

понеже при равновесие скоростта на изменение на параметрите е равна на нула $(\dot{\bar{x}}_1, \dot{\bar{x}}_2, ..., \dot{\bar{x}}_n) = (0,0,...,0)$ и освен това $g_i(0) = 0$, за $i = 1,2,...,n$.

Равновесието на една динамична стопанска система поражда следните въпроси:

I. При какви условия съществуват равновесни състояния?

II. Стабилно ли е равновесното състояние в което е попаднала системата?

III. Как системата се доближава към равновесно състояние?

Последователно, ще дадем отговори на тези въпроси.

Условия за съществуване на равновесни състояния.

Както вече беше отбелязано, всяко равновесно за стопанската система състояние $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n)$ удовлетворява следната система от уравнения:

$$\begin{aligned} &f_1(x_1, x_2, ..., x_n, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) = 0 \\ &f_2(x_1, x_2, ..., x_n, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) = 0 \\ &... \\ &f_n(x_1, x_2, ..., x_n, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) = 0 \end{aligned} \qquad (7)$$

където $f_1, f_2, .., f_n$ са някакви функции на $n+m$ променливи.

Ако желаем да намерим равновесните състояния на системата, трябва да решим системата от уравнения (7), което означава да определим стойностите на вътрешните, ендогенните величини $x_1, x_2, ..., x_n$ при зададени стойности на външните, екзогенните променливи $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m$, за които стопанската система е в някакво равновесно (оптимално) състояние. От математическа гледна точка системата от равенства (7) се превръща в система от уравнения с неизвестни величини $x_1, x_2, ..., x_n$ и зададени, известни стойности $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m$. Решаването на тази система от уравнения означава да се изразят неизвестните параметри $x_1, x_2, ..., x_n$, като функции на известните $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m$, което формално се записва по следния начин:

$$\begin{aligned} &x_1 = x_1(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) \\ &x_2 = x_2(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) \\ &... \\ &x_n = x_n(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) \end{aligned} \qquad (8)$$

Намирането на решението (8) на системата от уравнения (7) може да стане при определени условия, например при условията на следната теорема:

Теорема за неявните функции.

Ако функциите $f_i(x_1, x_2, ..., x_n, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)$, $i = 1,2,...,n$ и техните частни производни от първи ред са непрекъснати относно $n+m$ - те променливи

$(x_1, x_2,..., x_n, \alpha_1, \alpha_2,..., \alpha_m)$ в някаква околност $N = N(x_1^0, x_2^0,..., x_m^0, \alpha_1^0, \alpha_2^0,..., \alpha_m^0)$ на точката, $(x_1^0, x_2^0,..., x_m^0, \alpha_1^0, \alpha_2^0,..., \alpha_m^0)$, която удовлетворява равенствата:

$$f_i(x_1^0, x_2^0,..., x_m^0, \alpha_1^0, \alpha_2^0,..., \alpha_m^0) = 0, \quad i = 1,2,...,n$$

и детерминантата на Якоби $J = \left|\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right|_{i,j=1}^{n}$ на $f_i, \quad i = 1,2,...,n$ относно $x_j, \quad j = 1,2,...,n$ е различна от нула в точката $(x_1^0, x_2^0,..., x_m^0, \alpha_1^0, \alpha_2^0,..., \alpha_m^0)$, т.е. $J(x_1^0, x_2^0,..., x_m^0, \alpha_1^0, \alpha_2^0,..., \alpha_m^0) \neq 0$, то съществуват функциите

$$x_i = x_i(\alpha_1, \alpha_2,..., \alpha_m), \quad i = 1,2,...,n,$$

които са еднозначно определени и непрекъснати в околността $N = N(x_1^0, x_2^0,..., x_m^0, \alpha_1^0, \alpha_2^0,..., \alpha_m^0)$ на точката $(x_1^0, x_2^0,..., x_m^0, \alpha_1^0, \alpha_2^0,..., \alpha_m^0)$ и удовлетворяват системата от уравнения:

$$\begin{aligned}
&f_1(x_1(\alpha_1, \alpha_2,..., \alpha_m), x_2(\alpha_1, \alpha_2,..., \alpha_m), x_n(\alpha_1, \alpha_2,..., \alpha_m), \alpha_1, \alpha_2,..., \alpha_m) = 0 \\
&f_2(x_1(\alpha_1, \alpha_2,..., \alpha_m), x_2(\alpha_1, \alpha_2,..., \alpha_m), x_n(\alpha_1, \alpha_2,..., \alpha_m), \alpha_1, \alpha_2,..., \alpha_m) = 0 \\
&... \\
&f_n(x_1(\alpha_1, \alpha_2,..., \alpha_m), x_2(\alpha_1, \alpha_2,..., \alpha_m), x_n(\alpha_1, \alpha_2,..., \alpha_m), \alpha_1, \alpha_2,..., \alpha_m) = 0
\end{aligned} \tag{9}$$

Теоремата за неявните функции, формулирана тук, съдържа традиционните, станали вече класически условия, при които тя се доказва в повечето учебници по математически анализ. (Виж например Hobson, 1957.)

2. Статична и динамична стабилност на равновесието.

Интересът на икономистите към стабилността на равновесието води своето начало още от въвеждането на понятието равновесие в икономиката, което във времето означава, поне от Маршал (Marshall 1879, 1890) и Валрас (Walras, 1874/1954) насам. Алфред Маршал задава реторичния въпрос: Колко пъти сте виждали изправено яйце? Стабилността на равновесието е предмет на изследванията на редица икономисти, сред които си заслужава да отбележим Пол Самюелсън (Samuelson 1947), където той полага основите на ***теорията на сравнителната статика и динамика на стопанската система***, изложена по-късно, по-подробно например от Гандолфо (Gandolfo, 1997).

Стопанската система в течение на времето преминава от едно състояние в друго. Някои от тези състояния са рановесни за системата, а другите са неравновесни. Според принципите на икономическата теория, в природата и обществото съществуват сили, които при определени условия придвижват системата от едно неравновесно състояние към някое от равновесните и състояния. Под въздействие на други сили, действащи в резултат на изменение в условията при които функционира стопанската система, тя бива изваждана от равновесното състояние в което е попаднала. Въпросът, дали стопанката система се стреми към едно равновесно състояние, независимо от това по какви причини се намира в неравновесно състояние, е еквивалентен на въпроса, дали това ***равновесно състояние е стабилно***. В икономиката се разглеждат главно два аспекта на понятието стабилност на равновесието: статична и динамична, макар че стабилността би могла да бъде пълна, частична, асимптотина, локална, глобална и т.н.. Тук ние ще се спрем на статичната и динамичната стабилност на равновесието.

Статичната стабилност показва, дали движещите сили на стопанската система действат в посока, която я придвижва към равновесие, без обаче да става ясно по каква траектория се придижва системата към равновесие в течение на времето и дали тя въобще някога ще достигне и ще се установи в това равновесие. Придвижването на системата към равновесие и достигането му, не означава, че системата ще се установи в това равновесие, понеже е възможно тя само да премне през това равновесно състояние, след което да продължи да осцилира вечно около него, както това може да се случи в системата на едно физично махало без триене. Поради това, изследването на статичната стабилност е недостатъчно. Необходимо е да се изследва и динамичната стабилност, която решава проблема оставен нерешен от статичната стабилност.

Динамичната стабилност е всъщност действителната, в смисъл на пълната концепция за стабилност, понеже тя се определя на базата на траекториите на движение на стопанската система и показва, дали в течение на времето тя достига до равновено състояние и дали остава там, докато някои външни, екзогенни за нея сили не я изведат от равновесие. Важно е да отбележим, че стабилността, независимо от това, дали е статична или динамична се установява при определени условия, които ще наричаме ***условия за стабилност***.

Методологията на сравнителната статика и динамика разглежда първо условията, при които съществува статично равновесие, след което изследва въздействието, което оказва изменението на някои от тези условия върху това равновесие. Извеждането на стопанската система от равновесие и последващия стремеж на системата към старото или към ново равновесие или към неравновесие, привнася динамика в статиката и свежда проблема за устойчивостта на статичнто равновесие до съответния проблем за устойчивост на динамичното равновесие, като на равновесната статика се съпоставя съответната и равновесна динамика и с нейните средства се решава както проблема за устойчивост на статичното така и на динамичното равновесие. Този подход Самуелсън нарича ***принцип на съпоставянето*** (correspondence principle).

Сравнителната статика е математически метод, който се прилага във физиката, но постепенно навлиза и в икономиката, като първоначално се използва главно в математическата икономика, примерно в работите на Слуцки (Slutski 1915/1953) и Хайкс (Hicks 1957). В обобщен и адаптиран за икономиката вид, методът е оформен от Пол Самюелсън (Samuelson, 1947). Както вече беше отбелязано всяко равновесно състояние на стопанската система е решение на системата от уравенения:

$$\begin{aligned} &f_1(x_1, x_2, ..., x_n, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) = 0 \\ &f_2(x_1, x_2, ..., x_n, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) = 0 \\ &... \\ &f_n(x_1, x_2, ..., x_n, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) = 0 \end{aligned}$$

където $f_1, f_2, .., f_n$ са някакви функции на $n+m$ променливи, която можем да решим при условията на теоремата за неявните функции, като изразим ендогенните величини $x_1, x_2, ..., x_n$ чрез екзогенните променливи $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m$, намирайки равновесните стойности

$$\begin{aligned} &x_1 = x_1(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) \\ &x_2 = x_2(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) \\ &... \\ &x_n = x_n(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) \end{aligned}$$

на ендогенните променливи, като функции на екзогенните параметри $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m$, които в околността $N = N(x_1^0, x_2^0, ..., x_m^0, \alpha_1^0, \alpha_2^0, ..., \alpha_m^0)$ на точката $(x_1^0, x_2^0, ..., x_m^0, \alpha_1^0, \alpha_2^0, ..., \alpha_m^0)$ удовлетворяват системата от уравнения:

$$\begin{aligned} &f_1(x_1(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m), x_2(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m), x_n(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m), \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) = 0 \\ &f_2(x_1(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m), x_2(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m), x_n(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m), \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) = 0 \\ &... \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (1) \\ &f_n(x_1(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m), x_2(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m), x_n(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m), \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) = 0 \end{aligned}$$

Да изследваме ***стабилността на статичното равновесие*** или равновесната статика на системата означава да разберем как, до каква степен и в каква посока, едно изменение на външната среда, изразено чрез изменение на екзогенните параметри влияе върху равновесното състояние изразено чрез ендогенните параметри на системата. Едно (безкрайно малко) изменение в екзогенния параметър α_j, $j = 1,2,...,m$, което математически се изразява с диференциала $d\alpha_j$, ще доведе до някакво (безкрайно малко) изменение в ендогенния параметър x_i, изразено математически чрез диференциала dx_i, $i = 1,2,...,n$. Връзката между изменението dx_i и $d\alpha_j$ е частната производна $\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_j}$, $i = 1,2,...,n$, $j = 1,2,...,m$.

Основната идея на метода на сравнителната статика е, да се направи качествен анализ на равновесието на една стопанска система въз основа на частните производни $\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_j}$, $i = 1,2,...,n$, $j = 1,2,...,m$, като се определи в каква посока и в каква степен са измененията, без да се определя дали системата след време се връща в равновесие, тъй като последното е предмет на сравнителната динамика. За да определим, как се изменят ендогенните параметри $x_1, x_2,..., x_n$ на системата, ако се измени един екзогенния параметър α_j, диференцираме относно α_j всяко от равенствата (1), като прилагаме правилата за диференциране на сложна функция:

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial \alpha_j} + \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial \alpha_j} + ... + \frac{\partial f_1}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial \alpha_j} + \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_j} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial \alpha_j} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial \alpha_j} + ... + \frac{\partial f_2}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial \alpha_j} + \frac{\partial f_2}{\partial \alpha_j} = 0$$

…

$$\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial \alpha_j} + \frac{\partial f_n}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial \alpha_j} + ... + \frac{\partial f_n}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial \alpha_j} + \frac{\partial f_n}{\partial \alpha_j} = 0$$

Последната система от уравнения е очевидно еквивалентна на:

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial \alpha_j} + \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial \alpha_j} + ... + \frac{\partial f_1}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial \alpha_j} = -\frac{\partial f_1}{\partial \alpha_j}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial \alpha_j} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial \alpha_j} + ... + \frac{\partial f_2}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial \alpha_j} = -\frac{\partial f_2}{\partial \alpha_j}$$

… (2)

$$\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial \alpha_j}+\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial \alpha_j}+\ldots+\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial \alpha_j}=-\frac{\partial f_n}{\partial \alpha_j}$$

Последната система от уравнения е линейна относно неизвестните $\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_j}$, $i=1,2,...,n$.

Решението на тази система се задава чрез формулата за решаване на система от линейни уравнения:

$$\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_j}=\frac{\Delta_i}{\Delta},\ i=1,2,...,n, \tag{3}$$

където

$$\Delta=\begin{bmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \ldots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}\\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \ldots. & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}\\ \ldots & & & \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \ldots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}\end{bmatrix}, \tag{4}$$

а Δ_i е детерминантата, която се получава от Δ, като стълба $\begin{bmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial x_i}\\ \frac{\partial f_2}{\partial x_i}\\ \ldots\\ \frac{\partial f_n}{\partial x_i}\end{bmatrix}$ в Δ се замества с

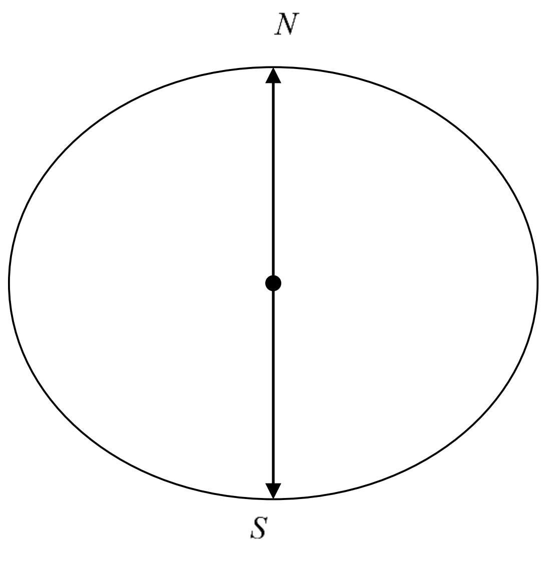
$\begin{bmatrix}-\frac{\partial f_1}{\partial \alpha_j}\\ -\frac{\partial f_2}{\partial \alpha_j}\\ \ldots\\ -\frac{\partial f_n}{\partial \alpha_j}\end{bmatrix}$ който, както се вижда от системата от уравнения (2) е образуван от свободните членове на тези уравнения.

Нека изрично да отбележим, че Δ е детерминантата на Якоби за функциите $f_1, f_2,.., f_n$ и променливите $x_1, x_2,..., x_n$, която според теоремата за неявните функции е различна от нула в околността N на точката $(x_1^0, x_2^0,..., x_n^0)$, което прави възможно поставянето на Δ в знаменателя на решението (4), т.е. системата ще има решение при тези условия.

Частната производна $\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_j} = \frac{\Delta_i}{\Delta}$ ни показва как се изменя ендогенния параметър x_i на системата, ако се измени екзогенния параметър α_j. Ако $\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_j} = \frac{\Delta_i}{\Delta} > 0$, това означава, че x_i е растяща функция на α_j, а при $\frac{\partial x_i}{\partial \alpha_j} = \frac{\Delta_i}{\Delta} < 0$, x_i е намаляваща функция на α_j. Поради това е необходимо да определим знака на $\frac{\Delta_i}{\Delta}$, което очевидно се свежда до определяне знаците на Δ и Δ_i. Знаците на Δ и Δ_i можем да определим в най-добрия случай, като пресметнем стойностите на тези величини използвайки формулите (3) и (4), които предполагат, че са известни или могат да бъдат пресметнати производните $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ и $\frac{\partial f_i}{\partial \alpha_k}$, $i = 1,2,...,n$, $j = 1,2,...,n$, $k = 1,2,...,m$. Понякога е възможно да се определят само знаците на производните $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ и $\frac{\partial f_i}{\partial \alpha_k}$, което в общият случай не е достатъчно за определяне знаците на Δ и Δ_i. Определянето на знаците на Δ и Δ_i въз основа само знаците на производните $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ и $\frac{\partial f_i}{\partial \alpha_k}$ е възможно само в частни случаи, когато например детерминантите Δ и Δ_i имат диагонален вид и стойността им е равна на произведението на елементите по главния им диагонал. Ако в такива случаи можем да преброим колко от тези елементи са с положителен и колко са с отрицателен знак, ще можем да определим и на знаците на Δ и Δ_i. Методи, за определяне на знаците на Δ и Δ_i въз основа само знаците на производните $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ и $\frac{\partial f_i}{\partial \alpha_k}$ са развити примерно от Ричард (Ritchards 1983) и Феърли и Лин (Fairly, Lin 1990) .

Дефиницията на състоянието на динамично равновесно показва, че ако една стопанска система стартира в равновесие, тя си остава в това състояние постоянно и не може да излезе от него под въздействието на своите собствени вътрешни механизми, т.е. не преминава в друго състояние от само себе си. Стопанската система, обаче под въздействието на екзогенни фактори, на външни сили, може да бъде извадена от едно равновесно състояние. Изменението на някой от екзогенните параметри $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m$ на стопанската система променя съществено условията, средата в която функционира системата поради което такова изменение се нарича шоково изменение или шок. Шок в системата на едно национално стопанство може да бъде например изменението (нарастване или намаляване) на държавните разходи, на лихвата или на всеки макро-икономически параметър, който може да бъде разглеждан като екзогенен за системата. Как стопанската система реагира на шоковите изменения и какво е нейното поведение в течение на времето след шока, е въпрос на нейната динамична стабилност.

Идеята за ***динамичната стабилност на равновесието*** в икономиката идва от физиката и използва почти същия математически апарат. В най-простия и нагледен вид концепцията за стабилността на равновесието може да се демонстрира чрез динамичната система състояща се от едно махало. Равновесните състояния на махалото са две: положението на най-високата му точка N, когато махалото е насочено вертикално нагоре и положението на най-ниската му точка S, когато то е насочено вертикално надолу. (Виж фигура 1).



Фигура 1. Равновесие и стабилност на махалото.

Ако махалото се намира в началния момент в равновесното си състояние N, или S, то ще си остане в това състояние през цялото време, ако някакви външни за системата на махалото сили не го извадят от това равновесно състояние.

При нормални физични условия, равновесното състояние N е нестабилно, докато S е стабилно, понеже ако махалото бъде извадено от състояние N, то няма да се върне обратно в него. Ако обаче махалото бъде извадено от равновесното състояние S, то след определен осцилации около равновесното състояние отново ще се върне в него.

Изваждането на една система от равновесие поставя въпроса за нейното връщане към равновесно състояние, което се свежда до динамичната стабилност на равновесното състояние, т.е. до изследване на сравнителната динамика на системата.

Казваме, че състоянието $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n)$ е ***абсолютно стабилно***, ако системата достига до това състояние стартирайки от произволно друго възможно състояние, след достатъчно дълго време, което изразено с математически термини означава, че параметрите $(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t))$ на системата клонят към равновесното състояние $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n)$, когато времето t клони към безкрайност, стартирайки от всяко възможно начално състояние $(x_1(0), x_2(0), ..., x_n(0)) = (x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0)$ в началния момент $t = 0$:

$x_i(t) \to \bar{x}_i, t \to \infty$, за $i = 1,2,...,n$

Да предположим, че състоянието на една динамична стопанска система в момента t се задава посредством ендогенните и параметри

$$X(t) = (x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t)) \text{ за } t \geq 0$$

Тъй като ***критерий за качеството на една теория е възможността за прогнозиране***, необходимо е при предположение, че познаваме състоянието на системата $(x_1(t_0), x_2(t_0), ..., x_n(t_0))$ в един начален момент от времето t_0 да сме в състояние на определим стойностите на параметрите $(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t))$ във всеки следващ момент от времето $t > t_0$. Теорията на динамичните системи ни предоставя възможност да решим тази задача като на базата на същностни икономически свойства на системата получим зависимости, които да изразим чрез уравнения в които да участват параметри определящи състоянието на разглежданата стопанска система. Тези уравнения могат да съдържат динамиката в явен вид, като зависимост между скоростта на изменение (производните) $\dot{X} = (\dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), ..., \dot{x}_n(t))$ на състоянието на системата и самото състояние $X=(x_1(t),x_2(t),...,x_n(t))$, което математически може да представлява система от диференциални уравнения (5) от предишния раздел:

$$\dot{x}_1(t)=k_1 f_1(x_1(t),x_2(t),...,x_n(t),\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m)$$

$$\dot{x}_2(t)=k_2 f_2(x_1(t),x_2(t),...,x_n(t),\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m)$$

$$\dots \qquad (5)$$

$$\dot{x}_n(t)=k_n f_n(x_1(t),x_2(t),...,x_n(t),\alpha_1,\alpha_2,...\alpha_m)$$

където $f_1,f_2,...,f_n$ са функции, определящи съотношения в състоянията на системата, задаващи динамиката и, а $\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m$ са величини, които са външно (екзогенно) зададени за стопанската система, а $k_1,k_2,...,k_n$ са константи. Да предположим, че състоянието $(\bar{x}_1,\bar{x}_2,...,\bar{x}_n)$ ***е равновесно за динамичната стопанска система*** (5):

$$0=\dot{\bar{x}}_1(t)=k_1 f_1(\bar{x}_1(t),\bar{x}_2(t),...,\bar{x}_n(t),\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m)=0$$

$$0=\dot{\bar{x}}_2(t)=k_2 f_2(\bar{x}_1(t),\bar{x}_2(t),...,\bar{x}_n(t),\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m)=0$$

$$\dots \qquad (6)$$

$$0=\dot{\bar{x}}_n(t)=k_n f_n(\bar{x}_1(t),\bar{x}_2(t),...,\bar{x}_n(t),\alpha_1,\alpha_2,...\alpha_m)=0$$

Под въздействието на външни за стопанската система сили се променят екзогенните параметри на системата $\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m$, в резултат на което, тя може да бъде извадена от равновесното си състояние $(\bar{x}_1,\bar{x}_2,...,\bar{x}_n)$ и да премине в неравновесното си състояние $(x_1,x_2,...,x_n)$. ***Отклонението*** $x_i^*=x_i-\bar{x}_i$, $i=1,2,...,n$ можем да пресметнем като извадим почленно (6) от (5):

$$\dot{x}_1^*(t)=k_1(f_1(x_1,x_2,...,x_n,\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m)-f_1(\bar{x}_1,\bar{x}_2,...,\bar{x}_n,\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m))$$

$$\dot{x}_2^*(t)=k_2(f_2(x_1,x_2,...,x_n,\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m)-f_2(\bar{x}_1,\bar{x}_2,...,\bar{x}_n,\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m))$$

$$\dots$$

$$\dot{x}_n^*(t)=k_n(f_n(x_1,x_2,...,x_n,\alpha_1,\alpha_2,...\alpha_m)-f_n(\bar{x}_1,\bar{x}_2,...,\bar{x}_n,\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m))$$

Прилагаме теоремата на Тейлор към последното равенство:

$$\dot{x}_1^*(t)=k_1\sum_{j=1}^{n}(x_j-\bar{x}_j)\frac{\partial f_1}{\partial x_j}(x_1^0,x_2^0,...,x_n^0,\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m)$$

$$\dot{x}_2^*(t)=k_2\sum_{j=1}^{n}(x_j-\bar{x}_j)\frac{\partial f_2}{\partial x_j}(x_1^0,x_2^0,...,x_n^0,\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m)$$

$$\dots$$

$$\dot{x}_n^*(t) = k_n \sum_{j=1}^{n} (x_j - \bar{x}_j) \frac{\partial f_n}{\partial x_j} (x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)$$

където $\bar{x}_i < x_i^{(0)} < x_i$, за $i = 1,2,...,n$

Заместваме $x_i - \bar{x}_i$ с x_i^*:

$$\dot{x}_1^*(t) = k_1 \sum_{j=1}^{n} x_j^* \frac{\partial f_1}{\partial x_j} (x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)$$

$$\dot{x}_2^*(t) = k_2 \sum_{j=1}^{n} (x_j^* \frac{\partial f_2}{\partial x_j} (x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)$$

$$\ldots \qquad (7)$$

$$\dot{x}_n^*(t) = k_n \sum_{j=1}^{n} x_j^* \frac{\partial f_n}{\partial x_j} (x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)$$

Последната система от уравнения е линейна относно вектора на отклоненията $\tilde{x}^* = \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ ... \\ x_n^* \end{bmatrix}$

:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1^* \\ \dot{x}_2^* \\ ... \\ \dot{x}_n^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & k_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & ... & k_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ k_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & k_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & ... & k_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ ... & & & \\ k_n \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & k_n \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & ... & k_n \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ ... \\ x_n^* \end{bmatrix} \qquad (8)$$

или

$$\dot{\tilde{x}}^* = \tilde{J}\tilde{x}, \qquad (9)$$

като сме означили: $\tilde{J} = \tilde{J}(k_i \frac{\partial f_i}{\partial x_j}) = \begin{bmatrix} k_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & k_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & ... & k_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ k_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & k_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & ... & k_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ ... & & & \\ k_n \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & k_n \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & ... & k_n \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$

Схемата за решаването на тази система е дадена в Математическото приложение и използва следната:

Основна теорема Решението $\tilde{x}(t)$ на уравнението с начално условие $\tilde{x}(0)=\tilde{x}_0$ има вида:

$$\tilde{x}(t)=e^{\tilde{J}t}\tilde{x}_0,\ t\in(-\infty,+\infty) \tag{10}$$

Пресмятането на елементите на матрицата $e^{\tilde{J}}$ става по следната процедура:

1. Определят се собствените стойности $\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n$ на матрицата $\tilde{J}$ като решение на характеристичното уравнение

$$\det[\tilde{J}-\lambda\tilde{I}\,]=0$$

2. Определят собствените вектори $\tilde{\xi}_1,\tilde{\xi}_2,...,\tilde{\xi}_n$ като решения на уравненията

$$\tilde{J}\tilde{\xi}_k=\lambda_k\tilde{\xi}_k,\ \tilde{\xi}_k\neq 0,\ k=1,2,...,n$$

3. Определят се коефициентите $c_1,c_2,...,c_n$ при зададено начално условие $\tilde{x}_0$ и собствени вектори $\tilde{\xi}_1,\tilde{\xi}_2,...,\tilde{\xi}_n$, като решение на уравнението

$$\tilde{x}_0=\sum_{k=1}^{n}c_k\tilde{\xi}_k$$

4. Общото решение се получава по формулата:

$$\tilde{x}(t)=\sum_{k=1}^{n}c_k e^{\lambda_k t}\tilde{\xi}_k \tag{11}$$

Изпълнявайки 1. получаваме

$$\det[\tilde{J}-\lambda\tilde{I}\,]=\begin{bmatrix} k_1\dfrac{\partial f_1}{\partial x_1}-\lambda & k_1\dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & k_1\dfrac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ k_2\dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & k_2\dfrac{\partial f_2}{\partial x_2}-\lambda & \dots & k_2\dfrac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \dots & & & \\ k_n\dfrac{\partial f_n}{\partial x_1} & k_n\dfrac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & k_n\dfrac{\partial f_n}{\partial x_n}-\lambda \end{bmatrix}=0$$

Представяйки последната детерминанта по степените на λ:

$$(-1)^n\lambda^n+b_1(-1)^{n-1}\lambda^{n-1}+...+b_r(-1)^r\lambda^r+...+b_{n-1}(-1)\lambda+b_n=0,$$

където коефициентите b_i за $i=1,2,...,n$ се изразяват чрез елементите на матрицата

$$\tilde{J} = \begin{bmatrix} k_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & k_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & k_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ k_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & k_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & k_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \dots \\ k_n \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & k_n \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & k_n \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$ както следва:

$$b_1 = \sum_{i=1}^{n} k_i \frac{\partial f_i}{\partial x_i}$$

b_2 е равно на сумата от главните минори от втори ред на $\tilde{J}$

...

b_r е равно на сумата от главните минори от ред r на $\tilde{J}$

...

$$b_n = \det \tilde{J} = k_1 k_2 \dots k_n \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$ или $b_n = k_1 k_2 \dots k_n \Delta$, където Δ е същата детерминанта, която се появява в сравнителната статика и която има вида:

$$\Delta = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

Собствените стойности $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ на матрицата $\tilde{J}$ ще зависят от елементите на матрицата $\tilde{J}$ и в зависимост от това дали са с отрицатели или положителни знаци ще определят сходимостта на решенията на (11) когато времето клони към безкрайност. По този начин, ние се убеждаваме, че сравнителната статика и сравнителната динамика имат обща основа, която ни позволява да получим условията за динамична стабилност като естествено продължение на условията за статична стабилност, което е същността на принципа на съпоставянето на Самуелсън. Решаването на проблема за динамичната стабилност решава и проблема за статичната стабилност.

За определяне на ***условията за динамична стабилност на равновесието*** е създаден доста сериозен математически апарат, даден в Математическото приложение.

Тъй като решаването на системата от диференциални уравнения (1) в общия случай при произволни функции $f_1, f_2,..., f_n$ съвсем не е ясна и проста работа, ние ще се опитваме, ако това въобще е възможно при съставянето на системата (1) да я получим или по-късно да я сведем до линейна система от *n* диференциални уравнения от първи ред постоянни коефициенти:

$$
\begin{aligned}
&\dot{x}_1(t) = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + ... + a_{1n}x_n(t) + b_{11}\alpha_1 + b_{12}\alpha_2 + ... + b_{1m}\alpha_m \\
&\dot{x}_2(t) = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + ... + a_{2n}x_n(t) + b_{21}\alpha_1 + b_{22}\alpha_2 + ... + b_{2m}\alpha_m \\
&\dots \qquad (12) \\
&\dot{x}_n(t) = a_{n1}x_1(t) + a_{n2}x_2(t) + ... + a_{2n}x_n(t) + b_{n1}\alpha_1 + b_{n2}\alpha_2 + ... + b_{nm}\alpha_m
\end{aligned}
$$

където a_{ij} за $i, j = 1,2,...,n$ и $b_k = b_{1k}y_1 + b_{2k}y_2 + ...b_{mk}y_m$ за $k=1,2,…,n$ са коефициенти, които не се променят в течение на времето.

Последната система можем да представим в матричен вид:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + B \qquad (12')$$

като сме означили:

$$
A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12}...a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}...a_{2n} \\ ... & \\ a_{n1} & a_{n2}...a_{nn} \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ ... \\ b_n \end{bmatrix}, \qquad X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ ... \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \qquad \dot{X}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ ... \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix}
$$

За решаването на системата от диференциални уравнения (11) или (12) има разработени методи, които при твърде общи предположения задават решенията в явен вид, което позволява свойствата на тези решения да бъдат изследвани директно. В общият случай (1) обаче не съществуват методи за точно решаване на системата от уравнения поради което се прилагат числени методи за намиране на приблизителни решения. Възможно е някои от свойствата на решенията на системата (1) да бъдат изследвани и без да се получават в явен вид, като се използват методите за качествено-графичен анализ. За теорията на диференциалните уравнения виж, например: Понтрягин 1965, Braun 1978, Takayama 1994.

Казваме, че състоянието $X^* = \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ \dots \\ x_n^* \end{bmatrix}$ на ***равновесно*** за динамичната система $X(t)$ за всяко $t \geq 0$ е в сила:

$$X(t) \equiv X^* \text{ т.е. } \left| \begin{array}{l} x_1(t) \equiv x_1^* \\ \dots \\ x_n(t) \equiv x_n^* \end{array} \right. \qquad (13)$$

Ако $X(t) \equiv X^*$ е равновесно състояние на уравнението (12), то:

$$\dot{X}(t) \equiv 0 \qquad (14)$$

Заместваме (14) в (12) и получаваме $AX^* + B = 0$. Ако матрицата A е обратима, т.е. съществува обратната матрица A^{-1}, то за равновесното състояние получаваме: $X^* = -A^{-1}B$

Ако стопанската система по някакъв начин е извадена от равновесие, то възниква въпросът, дали с течение на времето тя отново ще се върне в равновесно състояние? Възможни са следните случаи:

Казваме, че динамичната система (12) е:

- ***глобално стабилна***, ако тя извадена от едно равновесно състояние след достатъчно дълго време отново се връща в това равновесно състояние откъдето и да тръгне отново, което изразено математически означава, че системата $X(t)$ независимо от началното и състояние $X(0)$, клони към равновесната точка X^*, когато времето t клони към безкрайност, т.е. $X(t) \to X^*$, $t \to \infty$.
- ***частично стабилна***, ако се връща в равновесие само ако тръгне отново само от някои от началните възможни състояния, т.е. само за част от началните състояния $X(0)$ за системата $X(t)$ е в сила, че $X(t) \to X^*$ при $t \to \infty$.
- ***глобално нестабилна***, ако извадена от равновесие тя никога не може да попадне в равновесие, т.е. за всяко начално състояние $X(0)$ различно от равновесната точка X^*, системата $X(t)$ е разходяща при $t \to \infty$.
- ***периодична***, ако периодично преминава през равновесни състояния, т.е. ако независимо от избора на начално състояние $X(0)$, системата $X(t)$ през крайни интервали от време преминава през равновесното състояние X^*.

3. Неоинституционална концепция за уравновесяването на пазара.

3.1 Движещи сили на пазарното равновесие според Валрас и Маршал.

Общото равновесие на пазарите в една стопанска система се осъществява едновременно, спонтанно, в резултат на сложни взаимодействия в целия конгломерат от пазари на системата. За да вникнем, по-детайлно в процесите на равновесната статика и динамика, ние ще разгледаме ***поведението на един отделен пазар***, като предполагаме, че динамиката на ***останалите пазари е външно зададена чрез параметъра*** α приемайки го за ***екзогенен*** за системата, състояща се от разглеждания пазар. ***Ендогенните параметри*** на стопанската система са ***количеството*** Q ***и цената*** P ***на благото***, което се обменя на разглеждания пазар. Вътрешните взаимодействия в системата се определят от функцията на търсенето на количеството $Q = D(P,\alpha)$ и на предлагането на количеството $Q = S(P,\alpha)$ в зависимост от цената P. Състоянието $\omega = (P,Q,\alpha)$ на стопанската система състояща се от един пазар с околна среда α ще удовлетворява следната система от уравнения:

$$\begin{aligned} &Q - D(P,\alpha) = 0 \\ &Q - S(P,\alpha) = 0 \end{aligned} \qquad (1)$$

Системата на разглеждания пазар попада в статично равновесно състояние $\omega = (\overline{P},\overline{Q},\alpha)$, ако съществува цена $\overline{P}$ и количество $\overline{Q}$, които да удовлетворяват уравненията (1):

$$\begin{aligned} &\overline{Q} = D(\overline{P},\alpha) \\ &\overline{Q} = S(\overline{P},\alpha) \end{aligned} \qquad (2)$$

Равновесната цена $\overline{P}$ и равновесното количество $\overline{Q}$ ще удовлетворяват системата от уравнения (2), която поради равенствата между количествата на търсене и предлагане ще се сведе до единственото уравнение:

$$D(\overline{P},\alpha) = S(\overline{P},\alpha) \qquad (3)$$

За да разберем ***равновесната статика и динамика на пазара***, е необходимо да вникнем в ***поведението на стопанските субекти***, в ***движещите сили***, които това поведение поражда, да определим ***посоката, в която тези движещи сили тласкат стопанската система и начина по-който пазарът се доближава към равновесие.***

Движещите сили, които тласкат пазара към равновесие, според Леон Валрас са цените, а според Алфред Маршал количествата. (Виж например Marshall 1890, Walras 1874/1954 както и Samuelson 1947, Gandolfo 1997.)

Как, по какъв начин движещите сили тласкат пазара към равновесие?

Според ***Валрас,*** ако **свръх търсенето е положително (отрицателно)**, то ***цената*** има тенденция, стремеж да ***нараства (намалява)***. Преведено на математически език, това означава, ако количеството на свръх търсенето $E_Q(P,\alpha) = D(P,\alpha) - S(P,\alpha)$ е положително (отрицателно), то цената P нараства (намалява), т.е.

Ако $E_Q(P,\alpha) = D(P,\alpha) - S(P,\alpha) > 0$, то $P\uparrow$, т.е. $\dot{P} > 0$ (4)

Аргументация: Ако $E_Q(P,\alpha) = D(P,\alpha) - S(P,\alpha) > 0$, то търсенето $D(P,\alpha)$ на цена P е по-голямо от предлагането $S(P,\alpha)$ на тази цена. По-голямото търсене от наличното предлагане означава липсващи количества, която принуждава търсещите в стремежа си, да си набавят тези липсващи количества да са склонни да платят по-висока цена, за да задоволят потребностите си, което води до повишаването на цената P.

Ако $E_Q(P,\alpha) = D(P,\alpha) - S(P,\alpha) < 0$, то $P\downarrow$, т.е. $\dot{P} < 0$ (4')

Аргументация: Ако $E_Q(P,\alpha) = D(P,\alpha) - S(P,\alpha) < 0$, то на цена P, предлагането $S(P,\alpha)$ е по-голямо от търсенето $D(P,\alpha)$. По-голямото предлагане отколкото е търсенето, създава излишък, който намалява интереса на търсещите да купуват на тази цена. За да си реализират продукцията предлагащите са принудени да намалят цената P.

На фигура 1 е представен начина, по който според на Валрас цената придвижва пазара към равновесие. ***Според Валрас, движещата сила, под въздействието на която, пазарът се стреми към равновесие е цената*** P, от която зависи количеството $D(P,\alpha)$ на търсенето и количеството $S(P,\alpha)$ на предлагането на определено благо, като големината на движещата сила е пропорционална на свръх търсенето (excess demand) $E_Q(P) = D(P,\alpha) - S(P,\alpha)$, което, по дефиниция, е равно на разликата между количествата на търсенето и предлагането. При «нормални» условия количеството $D(P,\alpha)$ на търсенето е намаляваща, а количеството $S(P,\alpha)$ на предлагането е растяща функция на цената P, като двете криви се пресичат в точката $\overline{P}$ на равновесната цена и $\overline{Q}$ - на равновесното количество.

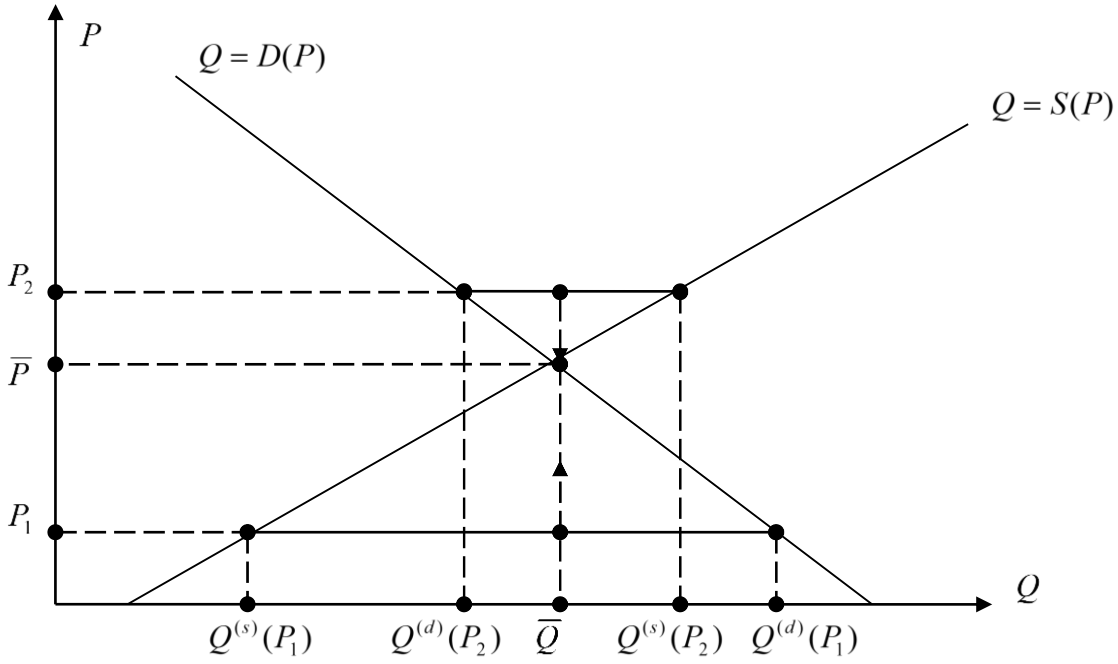
При цена $P_1 < \overline{P}$, търсещите определят някакво общо количество $D(P_1, \alpha)$, което биха търсили да закупят на тази цена, предлагащите при същата цена определят някакво общо количество $S(P_1, \alpha)$, което биха предложили за продажба при тази цена. Разликата $E_Q(P_1, \alpha) = D(P_1, \alpha) - S(P_1, \alpha)$ определя свръх търсенето $E_Q(P_1, \alpha)$ при цена P_1. По подобен начин, ако $P_2 > \overline{P}$, разликата $E_Q(P_2, \alpha) = D(P_2, \alpha) - S(P_2, \alpha)$ определя свръх търсенето $E_Q(P_2, \alpha)$ при ниво на цената P_2.

Както е показано на фигура 1:

Ако $P_1 < \overline{P}$, то $E_Q(P_1, \alpha) = D(P_1, \alpha) - S(P_1, \alpha) > 0$ и следователно $P_1 \uparrow$

Ако $P_2 > \overline{P}$, то $E_Q(P_2, \alpha) = D(P_2, \alpha) - S(P_2, \alpha) < 0$ и следователно $P_2 \downarrow$

И в двата случая, превишението в търсенето $E_Q(P, \alpha) = D(P, \alpha) - S(P, \alpha)$ „притиска" цената $\boldsymbol{P}$ към $\overline{P}$: Когато цената $\boldsymbol{P_1}$ е по-малка от $\overline{P}$, разликата $E_Q(P_1, \alpha) = D(P_1, \alpha) - S(P_1, \alpha) > 0$ е положителна, което означава, че търсеното количеството $D(P_1, \alpha)$ е по-голямо от предлаганото количеството $S(P_1, \alpha)$. По-голямото търсене покачва цената, т.е. доближава $\boldsymbol{P_1}$ до $\overline{P}$. Когато цената $\boldsymbol{P_2}$ е по-голяма от $\overline{P}$, разликата $E_Q(P_2, \alpha) = D(P_2, \alpha) - S(P_2, \alpha) < 0$ е отрицателна, което означава, че търсеното количеството $D(P_2, \alpha)$ е по-малко от предлаганото количеството $S(P_2, \alpha)$. По-слабото търсене понижава цената, което доближава $\boldsymbol{P_2}$ до $\overline{P}$. Следователно, ако $E_Q(P) = D(P, \alpha) - S(P, \alpha) > 0$, то цената P расте, ако $E_Q(P) = D(P, \alpha) - S(P, \alpha) < 0$, то P намалява.



Фигура 1. Схема на Валрас за доближаване на пазара до равновесие.

Подходът на Валрас ни позволява да изведем следните ***условия на Валрас за стабилността на статичното на равновесие***:

Статичното равновесие е стабилно, ако изменението dP независимо от това дали е в резултат на нарастването или намаляването на цената P, причинено от съответно положително или отрицателно свръх търсене $E_Q(P,\alpha) = D(P,\alpha) - S(P,\alpha)$ води до намаляване на това свръх търсене по абсолютна стойност, което от своя страна означава, че производната на свръх търсенето $E_Q(P,\alpha)$ относно цената P е отрицателна:

$$\frac{dE_Q(P,\alpha)}{dP} = \frac{dD(P,\alpha)}{dP} - \frac{dS(P,\alpha)}{dP} < 0,$$

следователно, ***скоростта на изменеие на търсенето е по-малка от скоростта на изменение на предлагането***:

$$\frac{dD(P,\alpha)}{dP} < \frac{dS(P,\alpha)}{dP} \tag{5}$$

Другата гледна точка за процеса на доближаване на един пазар до равновесие принадлежи на Алфред Маршал. ***Според Маршал, движеща сила за нагаждане на пазара към равновесие е количеството***, понеже то е „отговорно” за несъответствието между търсенето и предлагането, а измененията в цената са следствие от изменението на количествата на търсенето и предлагането.

Според ***Маршал***, ако ***цената на свръх търсенето е положителна (отрицателна), то количеството*** има тенденция да ***нараства (намалява)***, което означава, че ако цената на свръх търсенето $E_P(Q,\alpha) = D^{-1}(Q,\alpha) - S^{-1}(Q,\alpha)$ е положителна (отрицателна), то количеството Q нараства (намалява). Тук, с $D^{-1}(Q,\alpha)$ и $S^{-1}(Q,\alpha)$ сме означили обратните функции на функцията на търсенето $D(P,\alpha)$ и на функцията на предлагането $S(P,\alpha)$ съответно. $P = D^{-1}(Q,\alpha)$ означава цената, която търсещите биха заплатили за количеството Q, докато $P = S^{-1}(Q,\alpha)$ е цената на която предлагащите биха произвели и предложили количеството Q. Цената на свръх търсенето $E_P(Q,\alpha) = D^{-1}(Q,\alpha) - S^{-1}(Q,\alpha)$ е разликата между цената на която търсещите биха закупили и цената на която предлагащите биха продали количеството Q. Разликата $E_P(Q) = D^{-1}(Q) - S^{-1}(Q)$ между цената $D^{-1}(Q)$, която са готови да платят търсещите, за да купят и цената $S^{-1}(Q)$ на която предлагащите са готови да платят, за да продадат количеството Q наричаме ***цена на свръх търсенето***. Тя е мярка за несъответствието в цените на търсещите и предлагащите и според Маршал определя големината на движещата сила, която придвижва пазара към равновесие.

Преведено на математически език, схващането на Маршал означава, че:

Ако $E_P(Q,\alpha) = D^{-1}(Q,\alpha) - S^{-1}(Q,\alpha) > 0$, то $Q\uparrow$, т.е. $\dot{Q} > 0$ (6)

Аргументация: Ако $E_P(Q,\alpha) = D^{-1}(Q,\alpha) - S^{-1}(Q,\alpha) > 0$, то цената $D^{-1}(Q,\alpha)$, която търсещите биха платили за количеството Q е по-голяма от цената $S^{-1}(Q,\alpha)$, която предлагащите биха искали да получат за количеството Q. По-голямата цена, която търсещите са готови да заплатят за това количество, стимулира предлагащите да предлагат повече, в резултат на което количеството Q нараства.

Ако $E_P(Q,\alpha) = D^{-1}(Q,\alpha) - S^{-1}(Q,\alpha) < 0$, то $Q\downarrow$, т.е. $\dot{Q} < 0$ (6’)

Аргументация: Ако $E_P(Q,\alpha) = D^{-1}(Q,\alpha) - S^{-1}(Q,\alpha) < 0$, то цената $D^{-1}(Q,\alpha)$, която търсещите биха платили за количеството Q е по-малка от цената $S^{-1}(Q,\alpha)$, която предлагащите биха искали да получат за количеството Q. По-ниската цена, която търсещите дават за това количество, отколкото предлагащите биха искали да получат за него, принуждава последните да намаляват предлаганото количество Q в резултат на което количеството Q намалява.

На фигура 2 е показано, как според схващането на Маршал, количеството придвижва пазара към равновесие. Ако количеството Q_1 по-малко от равновесното количество $\overline{Q}$, то е в сила:

$$D(P_1^{(d)}) = S(P_1^{(s)}) = Q_1,$$

$$P_1^{(s)} = S^{-1}(Q_1) < D^{-1}(Q_1) = P_1^{(d)}$$

което означава, че за едно и също количество Q_1 предлагащите ще бъдат доволни да получат цената $P_1^{(s)}$, която е по-малка от цената $P_1^{(d)}$, която са готови да платят търсещите. Положителната разлика в цените $P_1^{(d)} - P_1^{(s)}$ ще стимулира предприятията да произвеждат повече, което означава, че Q_1 ще нарасне и ще се доближи до $\overline{Q}$. Ако обаче количеството Q_2 е по-голямо от $\overline{Q}$ отново от фигура 2 се вижда, че е в сила:

$$D(P_2^{(d)}) = S(P_2^{(s)}) = Q_2,$$

$$P_2^{(s)} = S^{-1}(Q_2) > D^{-1}(Q_2) = P_2^{(d)}$$

което означава, че за количеството Q_2 предлагащите ще искат да получат цената $P_2^{(s)}$, която е по-голяма от цената $P_2^{(d)}$, която ще са готови да платят търсещите, което е неизгодно за произвеждащите и предлагащите това количество, което ще принуди предприятията да произвеждат по-малко, което означава, че Q_2 ще намалее и ще се доближи до $\overline{Q}$.

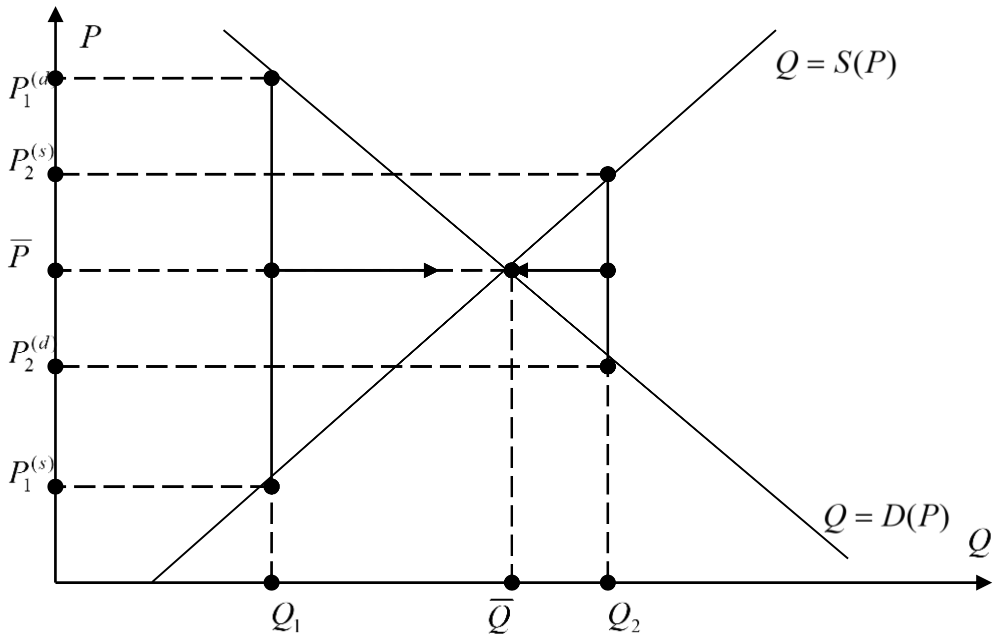
Условията на Маршал за стабилността на статичното на равновесие получаваме получаваме по следния начин:

Статичното равновесие е стабилно, ако изменението dQ независимо от това дали е в резултат на нарастването или намаляването на количеството Q, причинено от съответно положитела или отрицателна цена на свръх търсене $E_P(Q,\alpha) = D^{-1}(Q,\alpha) - S^{-1}(Q,\alpha)$ води до намаляване на цената на това свръх търсене, което от своя страна означава, че производната на цената на свръх търсенето $E_P(Q,\alpha)$ относно количеството Q е отрицателна:

$$\frac{dE_P(Q,\alpha)}{dQ} = \frac{dD^{-1}(Q,\alpha)}{dQ} - \frac{dS^{-1}(Q,\alpha)}{dQ} < 0,$$

което означава, че ***реципрочната стойност на наклона на кривата на търсенето е по-малка от реципрочната стойност на наклона на кривата на предлагането***:

$$(\frac{dD(P,\alpha)}{dP})^{-1} < (\frac{dS(P,\alpha)}{dP})^{-1} \qquad (7)$$



Фигура 2. Схема на Маршал за доближаване на пазара до равновесие.

Тук сме използвали факта, че функцията $D^{-1}(Q)$ (или $S^{-1}(Q)$) е обратна на $D(P)$ (или $S(P)$) съответно, което означава $D^{-1}(D(P)) = P$. Диференцираме двете страни на последното равенство относно P и получаваме последователно: $\frac{dD^{-1}}{dQ}\frac{dD}{dP} = 1 \Leftrightarrow$

$$\frac{dD^{-1}}{dQ} = \frac{1}{\frac{dD}{dP}} = (\frac{dD}{dP})^{-1}.$$

За да изследваме стабилността на системата относно изменението на външната среда е необходимо да определим отношението на изменението dP на цената и на изменението dQ на количеството при изменение $d\alpha$ на околната среда. За целта ще диференцираме относно двете страни на равенствата (1) относно α и като използваме последователно теоремата за диференциране на неявни функции ще получим:

$$\frac{dQ}{d\alpha}-\frac{\partial D}{\partial P}.\frac{dP}{d\alpha}-\frac{\partial D}{\partial \alpha}=0$$
$$\frac{dQ}{d\alpha}-\frac{\partial S}{\partial P}.\frac{dP}{d\alpha}-\frac{\partial S}{\partial \alpha}=0$$

Решаваме последната система относно $\frac{dP}{d\alpha}$ и $\frac{dQ}{d\alpha}$ и получаваме последователно:

$$\frac{dQ}{d\alpha}=\frac{\partial D}{\partial P}.\frac{dP}{d\alpha}+\frac{\partial D}{\partial \alpha}$$
$$\frac{\partial D}{\partial P}\frac{dP}{d\alpha}+\frac{dD}{d\alpha}-\frac{\partial S}{\partial P}.\frac{dP}{d\alpha}-\frac{\partial S}{\partial \alpha}=0$$

$$\frac{dP}{d\alpha}=-\frac{\frac{\partial D}{\partial \alpha}-\frac{\partial S}{\partial \alpha}}{\frac{\partial D}{\partial P}-\frac{\partial S}{\partial P}}$$

$$\frac{dQ}{d\alpha}=-\frac{\partial D}{\partial P}\frac{\frac{\partial D}{\partial \alpha}-\frac{\partial S}{\partial \alpha}}{\frac{\partial D}{\partial P}-\frac{\partial S}{\partial P}}+\frac{\partial D}{\partial \alpha}$$

Чрез елементарни алгебрични преобразувания от последните две равенства получаваме съответно:

$$\frac{\partial D}{\partial P}-\frac{\partial S}{\partial P}=-\frac{\frac{\partial D}{\partial \alpha}-\frac{\partial S}{\partial \alpha}}{\frac{dP}{d\alpha}}$$

$$\frac{\partial D}{\partial P}-\frac{\partial S}{\partial P}=-\frac{\partial D}{\partial P}\frac{\frac{\partial D}{\partial \alpha}-\frac{\partial S}{\partial \alpha}}{\frac{dQ}{d\alpha}-\frac{\partial D}{\partial \alpha}}$$

Отчитайки условието за стабилност (5), от последните две равенства получаваме неравенствата:

$$-\frac{\frac{\partial D}{\partial \alpha}-\frac{\partial S}{\partial \alpha}}{\frac{dP}{d\alpha}}<0$$

$$-\frac{\partial D}{\partial P}\frac{\frac{\partial D}{\partial \alpha}-\frac{\partial S}{\partial \alpha}}{\frac{dQ}{d\alpha}-\frac{\partial D}{\partial \alpha}}<0$$

Тъй като при нормални условия, търсенето е намаляваща функция на цената, ще имаме $\frac{\partial D}{\partial P}<0$, което ни дава окончателно ***условията за стабилност на стационарното равновесие относно шокове в околната среда*** изразени в изменението $d\alpha$ на екзогенния параметър α:

$$-\frac{\frac{\partial D}{\partial \alpha}-\frac{\partial S}{\partial \alpha}}{\frac{dP}{d\alpha}}<0 \qquad (8)$$

$$\frac{\frac{\partial D}{\partial \alpha}-\frac{\partial S}{\partial \alpha}}{\frac{dQ}{d\alpha}-\frac{\partial D}{\partial \alpha}}<0 \qquad (9)$$

За да определелим ***условията на Валрас и Маршал за стабилност на динамичното равновесие***, ще изследваме динамиката на системата. Динамика означава изменение. Математически, степента, размера, скоростта на мигновеното изменение на величината *P(t)* се изразява с производната и $\frac{dP}{dt}\equiv \dot{P}$ в момента от времето *t*. Системата попада в състоянието $\overline{P}$ на динамично равновесие, когато в нея нищо не се изменя, т.е. $P(t)=\overline{P}=const$ за всяко *t*. Производната на постоянната функция, на константата е нула, в следствие на което $\dot{\overline{P}}=0$.

Свръх търсенето $E_Q(P)$ генерира, определя скоростта, степента на изменение, производната $\dot{P}$ на цената *P* чрез някаква функция *G* :

$$\dot{P}=G(E_Q(P)) \qquad (10)$$

Вида на функцията G в общия случай е неизвестен и може да бъде определен в частни, конкретни случаи. За функцията $G=G(x)$ може да твърдим, че е растяща функция на x понеже нарастването на превишението в търсенето води до нарастването на скоростта на изменение на цената, а производната на растяща функция е положителна:

$$\frac{dG}{dx} > 0 \qquad (11)$$

Ако превишението в търсенето е нула, търсенето е равно на предлагането, системата е в равновесие, скоростта на изменение на цената следва да е нула, поради което за функцията G следва да предположим още, че:

$$G(0) = 0 \qquad (12)$$

Функцията $G = G(x)$ трябва да запазва знака на x, т.е.

$$sign(G(x)) = sign(x) \qquad (13)$$

Последното условие е пряко следствие от свойствата (4), според които, ако свръх търсенето $E_Q(P)$, което е аргумент на функцията G в (10) е положително, цената P ще нараства, което означава, че производната $\dot{P}$ е положителна, която в (10) е стойността на функцията G и обратно ако свръх търсенето $E_Q(P)$ е отрицателно, цената P ще намалява, което означава, че производната $\dot{P}$ е отрицателна. Графиката на функцията $G(x)$ в общия и вид е показана на фигура 3.

Уравнението (10) заедно с условията (11), (12) и (13) задава динамиката на цената на разглеждания пазар за всеки момент от времето и се нарича ***динамично уравнение на пазарната цена***.

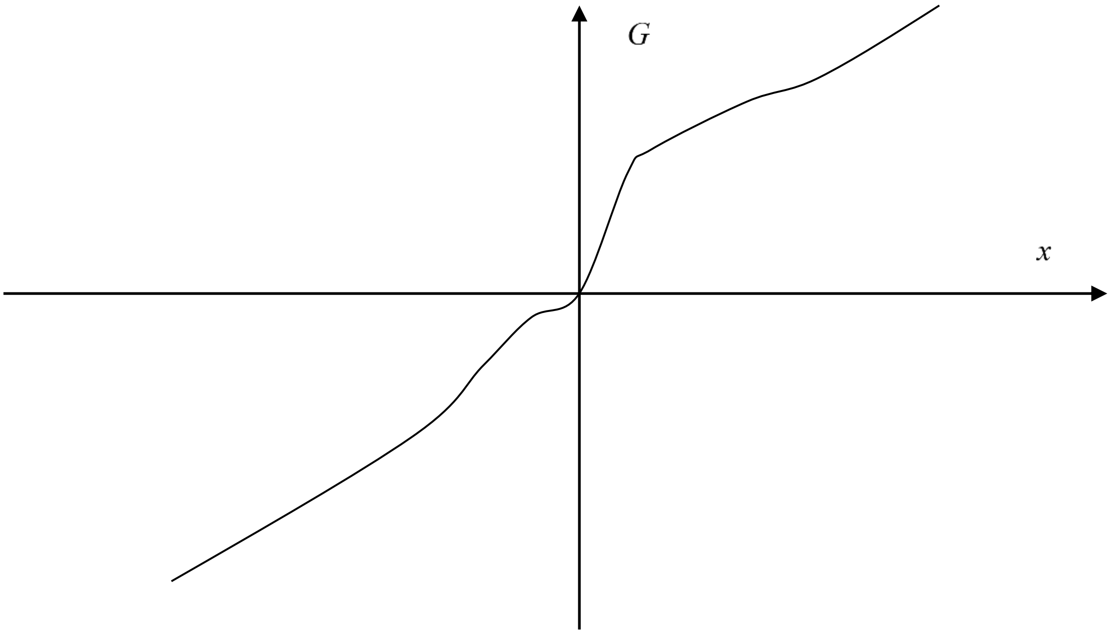
Ако оставим времето t в уравнението (10) да расте неограничено, то въз основа на (12) ще получим равенството

$$0 = \dot{\bar{P}} = G(E_Q(\bar{P})) = 0, \qquad (14)$$

което означава, че динамичното равновесие съвпада със статичното.

Според Маршал, движеща сила под въздействието на която количеството Q се стреми към равновесие е цената на свръх търсенето $E_P(Q) = D^{-1}(Q) - S^{-1}(Q)$. Цената на свръх търсенето $E_P(Q)$ на количеството Q генерира, определя скоростта, степента на изменение, производната $\dot{Q}$ на количеството Q чрез някаква функция H:

$$\dot{Q} = H(E_P(Q)) = H(D^{-1}(Q) - S^{-1}(Q)) \qquad (15)$$



Фигура 3 . Графика на функцията $G(x)$.

Подобно за предположенията за функцията G изразени чрез условията (11), (12) и (13) за функцията $H = H(x)$ ще наложим ограниченията:

$$\frac{dH}{dx} \geq 0 \tag{16}$$

$$H(0) = 0 \tag{17}$$

$$sign(H(x)) = sign(x) \tag{18}$$

Уравнението (15), заедно с ограниченията (16), (17) и (18), задава динамиката на количеството на разглеждания пазар във всеки момент от времето и се нарича ***динамично уравнение на пазарното количество***.

От математическа гледна точка (10) и (15) са диференциални уравнения от първи ред относно функциите $P(t,\alpha)$ и $Q(t,\alpha)$. За да решим уравнението (10) ще представим функцията $G(E_Q(P,\alpha))$ в ред на Тейлор относно равновесната стойност $\overline{P}$ на цената P:

$$G(E_Q(P,\alpha)) = G(E_Q(\overline{P},\alpha)) + \frac{\partial G(E_Q(P^*,\alpha))}{\partial P}(P - \overline{P}), \tag{19}$$

за P^* имаме $P^* \in (\overline{P}, P)$. Тъй като обаче $G(E_Q(\overline{P}, \alpha)) = 0$, то

$$G(E_Q(P,\alpha)) = \frac{\partial G(E_Q(P^*,\alpha))}{\partial P}(P - \overline{P}), \tag{20}$$

с $P^* \in (\overline{P}, P)$.

Заместваме (20) в (10) и получаваме

$$\dot{P} = \frac{\partial G(E_Q(P^*,\alpha)}{\partial P}(P - \overline{P}) \tag{21}$$

с $P^* \in (\overline{P}, P)$.

Линейното относно P диференциално уравнение (21) решаваме при начално условие $P^0 = P(0,\alpha)$:

$$P(t,\alpha) = \overline{P} + (P^0 - \overline{P})e^{\frac{\partial G(E_Q(P^*,\alpha)}{\partial P}t} \tag{22}$$

От (22) се вижда непосредствено, че равновесното състояние $\overline{P}$ е стабилно, т.е. $P(t,\alpha) \to \overline{P}, \quad t \to \infty$, тогава и само тогава, когато

$$\frac{\partial G(E_Q(P^*,\alpha))}{\partial P} < 0 \tag{23}$$

Последното неравенство можем да разпишем по-подробно във вида:

$$G'(E_Q(P^*,\alpha))\frac{\partial E_Q(P^*,\alpha))}{\partial P} < 0$$

или

$$G'(E_Q(P^*,\alpha))\left(\frac{\partial D(P^*,\alpha))}{\partial P} - \frac{\partial S(P^*,\alpha)}{\partial P}\right) < 0 \tag{24}$$

Тъй като според (11), $G'(E_Q(P^*,\alpha) > 0$, то от неравенството (24) следва, че ***равновесното състояние*** $\overline{P}$ ***е динамично стабилно***, тогава и само тогава, когато

$$\frac{\partial D(P^*,\alpha))}{\partial P} - \frac{\partial S(P^*,\alpha)}{\partial P} < 0$$

с $P^* \in (\overline{P}, P)$, което от своя страна означава, че ***скоростта*** $\frac{\partial D(P^*,\alpha))}{\partial P}$ ***на изменение на търсенето*** $D(P,\alpha)$ ***е по-малка от скоростта*** $\frac{\partial S(P^*,\alpha))}{\partial P}$ ***на изменение на предлагането*** $S(P,\alpha)$ ***относно цената:***

$$\frac{\partial D(P^*,\alpha))}{\partial P} < \frac{\partial S(P^*,\alpha)}{\partial P} \qquad (25)$$

Сравнявайки неравенствата (6) и (25) установяваме, че те са идентични, което означава, ***условието на Валрас за стабилност на статичното равновесие съвпада с условието за стабилност на динамичното равновесие.***

Условието на Маршал за стабилност на динамичното равновесие можем да определим по начин, съвсем аналогичен на този по който определихме условието на Валрас за стабилност на динамичното равновесие. Ако го направим, ще установим, че условието на Маршал за стабилност на динамичното равновесие съвпада с условието (7) за стабилност на статичното равновесие.

Резюмирайки можем да твърдим, че стабилността на равновесието зависи от скоростите на изменение на търсенето и на предлагането относно изменението на цената.

За по-голяма прегледност ще разгледаме частния случай когато зависимостта на търсенето и предлагането от цената е линейна и се изразява чрез равенствата:

$$Q = D(P) = \omega_d + \sigma_d P \qquad (26)$$

$$Q = S(P) = \omega_s + \sigma_s P \qquad (27)$$

където $\omega_d, \omega_s, \sigma_d, \sigma_s$ са константи. Коефициентът σ_d в равенството (26) е отрицателен, а σ_s в равенството (27) е положителен понеже предполагаме, че търсенето е намаляваща, а предлагането е растяща функция на цената. Тези два коефициента представляват всъщност съответно скоростта с която търсенето $D(P)$ и предлагането $S(P)$ реагират на изменението на цената P, понеже ако си вземем диференциал от двете страни на равенствата (26) и (27) ще получим съответно

$$dD(P) = \sigma_d dP$$

$$dS(P) = \sigma_s dP$$

От последните две равенства получаваме съответно

$$\sigma_d = \frac{dD(P)}{dP}$$

$$\sigma_s = \frac{dS(P)}{dP}$$

Динамиката на разглеждания пазар се определя от свръх търсенето $E^{(d)}(P) = D(P) - S(P) = \omega_d + \sigma_d P - \omega_s - \sigma_s P = \omega_d - \omega_s + (\sigma_d - \sigma_s)P$, което по предположение е пропорционално на скоростта на изменение $\dot{P}$ на цената P, с коефициент на пропорционалност $\pi > 0$:

$$\dot{P} = \pi(\omega_d - \omega_s + (\sigma_d - \sigma_s)P)$$

Последното уравнение с елементарни преобразувания се свежда до:

$$\dot{P} - \pi(\sigma_d - \sigma_s)P = \pi(\omega_d - \omega_s) \qquad (28)$$

Последното уравнение е нехомогенно линейно диференциално уравнение от първи ред и се решава по формула:

$$P(t) = (P(0) + \frac{\omega_d - \omega_s}{\sigma_d - \sigma_s})e^{\pi(\sigma_d - \sigma_s)t} - \frac{\omega_d - \omega_s}{\sigma_d - \sigma_s} \qquad (29)$$

Равновесната пазарна цена $\overline{P}$ се получава, когато търсенето D е равно на предлагането S, откъдето и $\omega_d + \sigma_d \overline{P} = \omega_s + \sigma_s \overline{P}$. Следователно

$$\overline{P} = -\frac{\omega_d - \omega_s}{\sigma_d - \sigma_s} \qquad (30)$$

Равновесната пазарна цена $\overline{P}$ съществува тогава и само тогава, когато знаменателя в израза $\overline{P} = -\frac{\omega_d - \omega_s}{\sigma_d - \sigma_s}$ е различен от нула, т.е. $\sigma_d - \sigma_s \neq 0$. Следователно, ***равновесие*** $\overline{P} = -\frac{\omega_d - \omega_s}{\sigma_d - \sigma_s}$ ***на разглеждания пазар е възможно само в случай, че скоростите*** σ_d ***и*** σ_s ***съответно, с които търсенето*** $D(P)$ ***и предлагането*** $S(P)$ ***реагират на изменението на цената*** P***, са различни, т.е.***

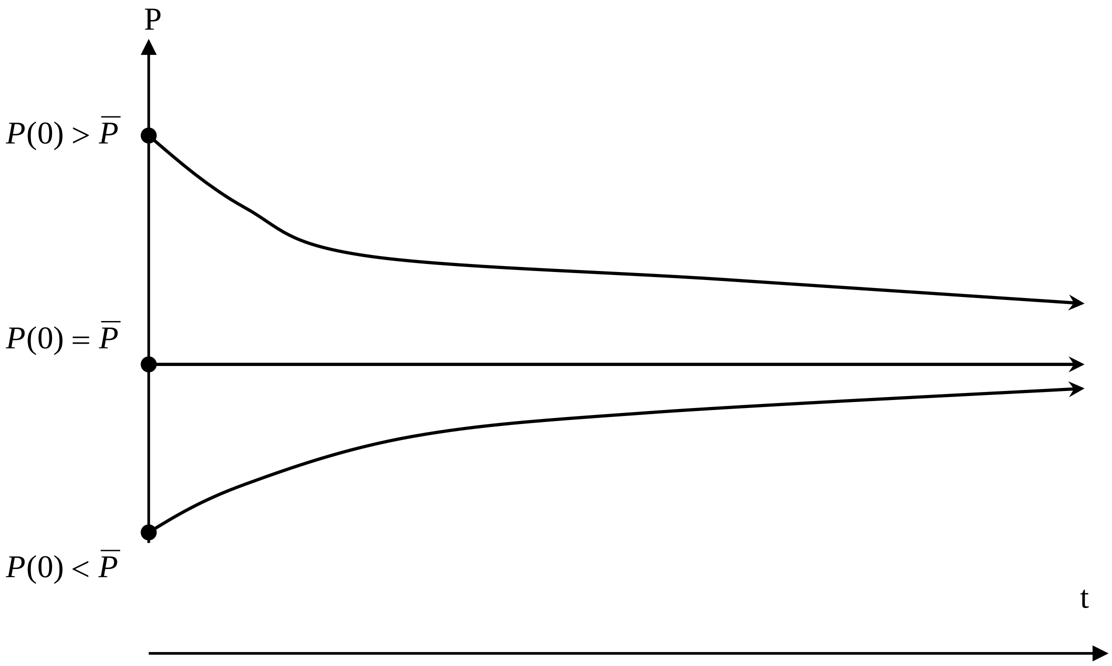
$$\sigma_d \neq \sigma_s \qquad (31)$$

(Математически, последното неравенство означава, че правите (26) и (27) на търсенето и предлагането не бива да са успоредни, понеже тогава няма да се пресекат.)

Заместваме $\overline{P} = -\dfrac{\omega_d - \omega_s}{\sigma_d - \sigma_s}$ от (30) в (29) и получаваме:

$$P(t) = (P(0) - \overline{P})e^{-kt} + \overline{P} \tag{32}$$

където сме положили $k = -\pi(\sigma_d - \sigma_s)$.



Фигура 4. Сходимост към равновесната цена.

Какви условия, обаче трябва да бъдат наложени на параметрите, за да се осигури динамична стабилност за съществуващото при условие (31) равновесие $\overline{P}$? Отговорът на този въпрос се съдържа в равенството (32), тъй като там се извършва граничния преход при $t \to \infty$. На фигура 4 е показано, че множеството от траекториите, които се доближават до равновесното състояние се разбива на три подмножества в зависимост от началното положение *P(0)* спрямо $\overline{P}$: $P(0) > \overline{P}$, $P(0) = \overline{P}$, $P(0) < \overline{P}$.

Ако $P(0) > \overline{P}$, то $P(0) - \overline{P} > 0$ и *P(t)* клони към $\overline{P}$ намалявайки.

Ако $P(0) = \overline{P}$, то $P(0) \equiv \overline{P}$ и *P(t)* е успоредна на абсцисата, на ниво $\overline{P}$.

Ако $P(0) < \overline{P}$, то $P(0) - \overline{P} < 0$ и *P(t)* клони към $\overline{P}$ нараствайки

Ако $P(0) \neq \overline{P}$, то $(P(0) - \overline{P})e^{-kt} \to 0$ при $t \to \infty$, тогава и само тогава, когато *k>0*. Следователно, динамична стабилност ще има тогава и само тогава, когато

$k = -\pi(\sigma_d - \sigma_s) > 0$. В “нормалния” случай $\pi > 0$. Следователно, изискването за динамична стабилност ще се сведе до $-(\sigma_d - \sigma_s) > 0$, което е еквивалентно на $\sigma_d - \sigma_s < 0$ и съответно на:

$$\sigma_d < \sigma_s \tag{33}$$

Последното неравенство показва, че ***необходимото и достатъчно условие за равновесното състояние на системата от един пазар да е динамично стабилно, е скоростта на изменение на предлагането относно цената да е по-голяма от скоростта на изменение търсенето относно цената.*** Математическият смисъл на неравенството (33) е, че наклонът на кривата на предлагането трябва да надвишава наклона на кривата на търсенето.

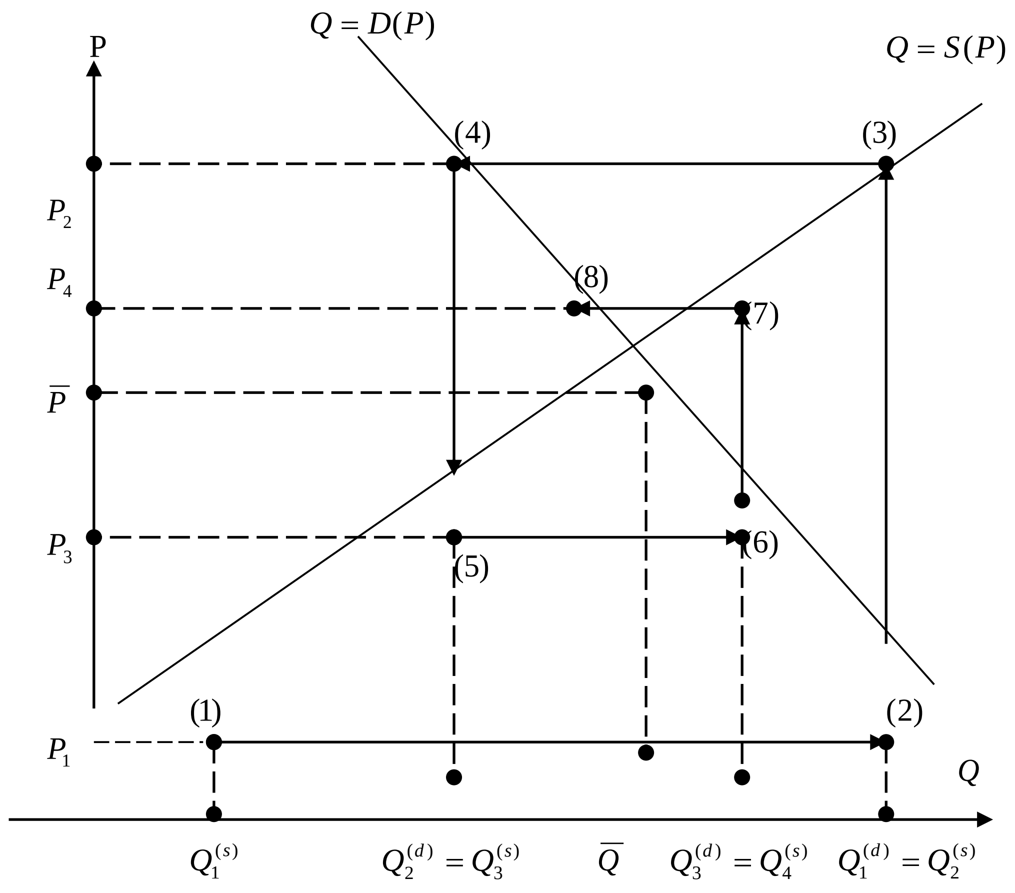
Стационарната равновесна цена $\overline{P}$ относно пазарното търсене и предлагане се оказа, че ***е и динамично равновесна и при условие (33) - стабилна***. Неравенството (33) може да бъде изпълнено в “нормалния” случай, когато функцията на търсенето е намаляваща (наклонът и $\sigma_d < 0$), а функцията на предлагането е растяща (наклонът и $\sigma_s > 0$), което е нормално при ниски инфлационни очаквания, в резултат на което пазарът ще се стреми към равновесие, както е отразено на фигура 5, осцилирайки около равновесната точка. Възможно е неравенството (33) да е изпълнено и в някои не съвсем нормални от икономическа гледна точка случаи, когато не само наклонът на кривата на предлагане има положителен наклон ($\sigma_s > 0$), а е положителен и наклонът на кривата на търсенето ($\sigma_d > 0$), което може да се случи в екстремни ситуации, когато инфлационните очаквания са високи.

Както е показано на фигура 6 в този случай пазарът клони към равновесие директно без да осцилира около равновесната точка, като количествата и цените само нарастват, ако са под равновесната точка, или само намаляват, ако са над нея.

3.2 Обща концепция за процеса на придвижването към пазарно равновесие.

Движещите сили, които тласкат пазара към равновесие, според Леон Валрас са цените, а според Алфред Маршал количествата. Не е трудно да забележим, че ***върху придвижването на пазара към равновесие влияние оказва както цената, така и количеството и схващанията на Валрас и Маршал са всъщност двете страни на един и същ общ процес***. Ние ще покажем, ***че придвижването на пазара към равновесно състояние може да бъде обхванато с една обща концепция, която приема, че***

придвижването към пазарно равновесие става както под въздействието на цената, така и на количеството, като количеството играе ролята на ускорител в придвижването на цената към равновесната и стойност. В резултат на това взаимодействие цената клони към равновесната си стойност, в общия случай осцилирайки около нея. (Chobanov, 2010).



Фигура 5. Сходимост към равновесие при нормални инфлационни очаквания.

За да вникнем в процеса на приближаване към равновесие, ще разгледаме механизмите, които придвижват пазара към това равновесие. Този процес е схематично представен на фигура 5. Да предположим, че в някакъв начален момент е обявена цена P_1. При ниво на цената P_1, както се вижда от (26) и (27) и от фигура 5, количеството на търсенето $Q_1^{(d)}$ и на предлагането е $Q_1^{(s)}$ ще бъдат съответно равни на:

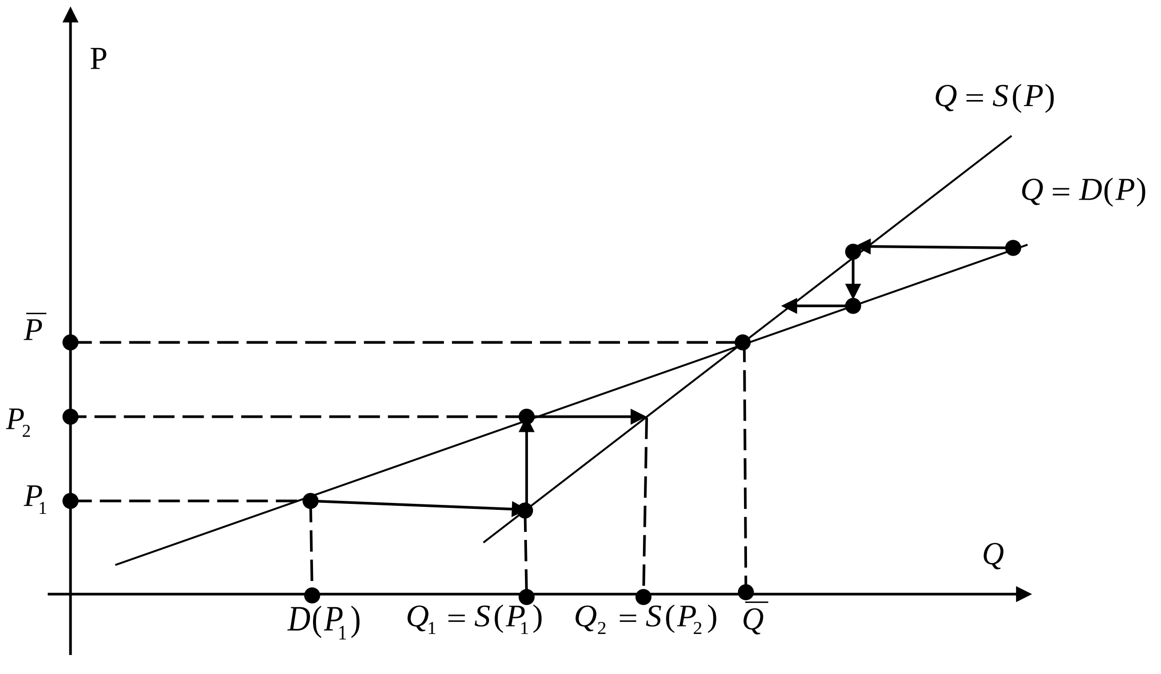
$$Q_1^{(d)} = D(P_1) = \omega_d + \sigma_d P_1 \tag{34}$$

$$Q_1^{(s)} = S(P_1) = \omega_s + \sigma_s P_1 \tag{35}$$

което ни дава свръх търсенето $E^{(d)}(P_1)$ при ниво на цените P_1 да е равно на

$$E^{(d)}(P_1) = Q_1^{(d)} - Q_1^{(s)} = D(P_1) - S(P_1) =$$
$$(\omega_d + \sigma_d P_1) - (\omega_s + \sigma_s P_1) = (\omega_d - \omega_s) + (\sigma_d - \sigma_s)P_1 > 0, \quad (36)$$

понеже в случая $Q_1^{(d)} > Q_1^{(s)}$.



Фигура 6. Сходимост към равновесие при високи инфлационни очаквания.

Според Маршал, положителната разлика $Q_1^{(d)} - Q_1^{(s)}$ при ниво на цената P_1 стимулира производителите на произвеждат повече и придвижва количеството на предлагането $Q_1^{(s)}$ на тази цена до положението $Q_1^{(d)}$, което е отразено на фигура 5 със стрелката $[1 \to 2]$. Положителното свръх търсене $E^{(d)}(P_1)$ при ниво на цените P_1 според Валрас предизвиква покачване на цената $P_1 \uparrow$. При количество $Q_1^{(d)}$, цената P_1 може да нарастне до ниво

$$P_2 = S^{-1}(Q_1^{(d)}), \quad (37)$$

както е показано със стрелката $[2 \to 3]$ на фигура 5. Тъй като $P_1 < P_2$, разликата във цените

$$P_1 - P_2 = D^{-1}(Q_1^{(d)}) - S^{-1}(Q_1^{(d)}) < 0. \quad (38)$$

Отрицателната цена на свръх търсенето $D^{-1}(Q_1^{(d)}) - S^{-1}(Q_1^{(d)})$ при количество $Q_1^{(d)}$, според Маршал намалява количеството $Q_1^{(d)} \downarrow$, понеже производителите нямат интерес да произвеждат и предлагат по-малко. При цена P_2, количеството

$$Q_1^{(d)} = D(P_1) = S(P_2) = Q_2^{(s)} \qquad (39)$$

може да намалява до нивото $Q_2^{(d)}$, което на фигура 5 е отразено със стрелката $3 \to 4$. При ниво на цената P_2, както се вижда от (26) и (27) и от фигура 5, количеството на търсенето $Q_2^{(d)}$ и на предлагането е $Q_2^{(s)}$ ще бъдат съответно равни на:

$$Q_2^{(d)} = D(P_2) = \omega_d + \sigma_d P_2 \qquad (40)$$

$$Q_2^{(s)} = S(P_2) = \omega_s + \sigma_s P_2 \qquad (41)$$

Последните две равенства ни дават свръх търсенето $E^{(d)}(P_2)$ при ниво на цените P_2 да е равно на

$$\begin{aligned} &E^{(d)}(P_2) = Q_2^{(d)} - Q_2^{(s)} = D(P_2) - S(P_2) = \\ &(\omega_d + \sigma_d P_2) - (\omega_s + \sigma_s P_2) = (\omega_d - \omega_s) + (\sigma_d - \sigma_s) P_2 < 0 \end{aligned}, \qquad (42)$$

понеже в случая $Q_2^{(d)} < Q_2^{(s)}$. Отрицателното свръх търсене $E^{(d)}(P_2)$ при ниво на цената P_2, според Валрас предизвиква намаляване на цената $P_2 \downarrow$. При количество $Q_2^{(d)}$, цената P_2 може да намалява до нивото

$$P_3 = S^{-1}(Q_2^{(d)}), \qquad (43)$$

както е показано със стрелката $[4 \to 5]$ на фигура 5. Тъй като $P_2 > P_3$, разликата във цените

$$P_2 - P_3 = D^{-1}(Q_2^{(d)}) - S^{-1}(Q_2^{(d)}) > 0 \qquad (44)$$

Положителната цена свръх търсенето $D^{-1}(Q_2^{(d)}) - S^{-1}(Q_2^{(d)})$ при количество $Q_2^{(d)}$, според Маршал води до нарастването на това количество $Q_2^{(d)} \uparrow$. При цена P_3, количеството

$$Q_2^{(d)} = D(P_2) = S(P_3) = Q_3^{(s)},$$

според Маршал може да нараства до нивото $Q_3^{(d)}$, което на фигура 5 е отразено със стрелката $[5 \to 6]$. При ниво на цената P_3, както се вижда от (26) и (27) и от фигура 5, количеството на търсенето $Q_3^{(d)}$ и на предлагането е $Q_3^{(s)}$ ще бъдат съответно равни на:

$$Q_3^{(d)} = D(P_3) = \omega_d + \sigma_d P_3 \qquad (45)$$

$$Q_3^{(s)} = S(P_3) = \omega_s + \sigma_s P_3 \qquad (46)$$

Последните две равенства ни дават свръх търсенето $E^{(d)}(P_3)$ при ниво на цените P_3 да е равно на

$$E^{(d)}(P_3) = Q_3^{(d)} - Q_3^{(s)} = D(P_3) - S(P_3) =$$
$$(\omega_d + \sigma_d P_3) - (\omega_s + \sigma_s P_3) = (\omega_d - \omega_s) + (\sigma_d - \sigma_s)P_3 > 0, \quad (47)$$

понеже в случая $Q_3^{(d)} > Q_3^{(s)}$. Положителното свръх търсене $E^{(d)}(P_3)$ при ниво на цената P_3, според Валрас предизвиква покачване на цената $P_3 \uparrow$. При количество $Q_3^{(d)}$, цената P_3 може да се покачва до нивото

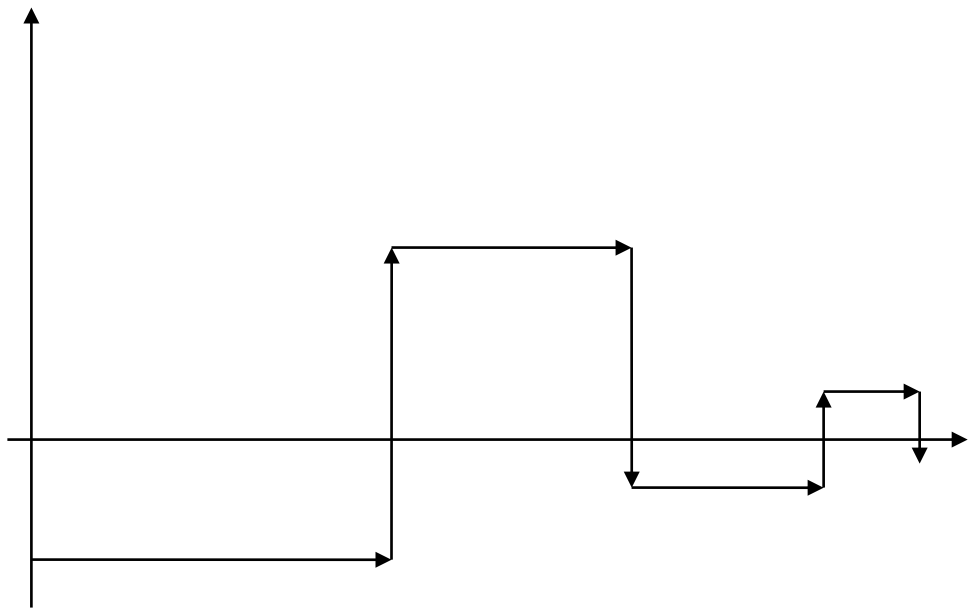
$$P_4 = S^{-1}(Q_3^{(d)}), \quad (48)$$

както е показано със стрелката $[6 \to 7]$ на фигура 5 и т.н. получаваме една редица от цени P_n и количества Q_n, $n = 1,2,3,...$ които в проследения по-горе ред образуват редицата от алтернативно сменящи се цени и количества:

$$Q_1^{(d)} - Q_1^{(s)}, P_1 - P_2, Q_2^{(d)} - Q_2^{(s)}, P_2 - P_3, ...,$$
$$Q_n^{(d)} - Q_n^{(s)}, P_n - P_{n+1}, Q_{n+1}^{(d)} - Q_{n+1}^{(s)}, P_{n+1} - P_{n+2}, ..., \quad (49)$$

за $$P_n - P_{n+1} = D^{-1}(Q_n^{(d)}) - S^{-1}(Q_n^{(d)}) \quad (50)$$

и $$Q_n^{(d)} = D(P_n) = S(P_{n+1}) = Q_{n+1}^{(s)} \quad (51)$$



Фигура 7.Затихващи колебания на цената и количеството.

Нагледното представяне на редицата (49), на фигура 7 показва, че процесът на доближаване към пазарно равновесие е процес със затихващи осцилации. В този процес, цената и количеството си взаимодействат. Механизмите на това взаимодействие се съдържат в връзката между цената и количеството, отразена във редицата:

$$P_1, P_2 = S^{-1}(Q_1^{(d)}), P_3 = S^{-1}(Q_2^{(d)}), \dots, P_{n+1} = S^{-1}(Q_n^{(d)}), \dots \tag{52}$$

Диференциалните уравнения на процесът на доближаване към пазарно равновесие със затихващи осцилации ще получим тук, като първо от функциите на търсенето и предлагането, зададени чрез равенствата (26) и (27), получим обратните функции на търсенето $D^{-1}(Q)$ и на предлагането $S^{-1}(Q)$ съответно:

$$P = D^{-1}(Q) = \frac{1}{\sigma_d} Q - \frac{\omega_d}{\sigma_d} \tag{53}$$

$$P = S^{-1}(Q) = \frac{1}{\sigma_s} Q - \frac{\omega_s}{\sigma_s} \tag{54}$$

Според Маршал, скоростта $\dot{Q}$ на изменението на количеството Q е пропоционална на цената на свръх търсенето

$$E_P(Q) = D^{-1}(Q) - S^{-1}(Q) \tag{55}$$

с някакъв коефициент на пропорционалност $\theta_q > 0$:

$$\dot{Q} = \theta_q E_P(Q) = \theta_q (D^{-1}(Q) - S^{-1}(Q)) \tag{56}$$

Заместваме $Q = S(P)$ в $S^{-1}(Q)$ от (56) и получаваме последователно:

$$\dot{Q} = \theta_q (D^{-1}(Q) - S^{-1}(S(P))$$

$$\dot{Q} = \theta_q D^{-1}(Q) - \theta_q P$$

В последното равенство заместваме $D^{-1}(Q) = \frac{1}{\sigma_d} Q - \frac{\omega_d}{\sigma_d}$ от (53) и получаваме последователно:

$$\dot{Q} = \theta_q (\frac{1}{\sigma_d} Q - \frac{\omega_d}{\sigma_d}) - \theta_q P$$

$$\dot{Q} = \frac{\theta_q}{\sigma_d} Q - \frac{\theta_q \omega_d}{\sigma_d} - \theta_q P$$

$$\dot{Q} = -\theta_q P + \frac{\theta_q}{\sigma_d} Q - \frac{\theta_q \omega_d}{\sigma_d} \tag{57}$$

Според Валрас, скоростта $\dot{P}$ на изменението на цената P е пропорционална на свръх търсенето

$$E_Q(P) = D(P) - S(P) \tag{58}$$

с някакъв коефициент на пропорционалност θ_p:

$$\dot{P} = \theta_p E_Q(P) = \theta_p (D(P) - S(P)) \tag{59}$$

Заместваме $P = D^{-1}(Q)$ в $D(P)$ от (59) и получаваме последователно:

$$\dot{P} = \theta_p (D(D^{-1}(Q)) - S(P))$$

$$\dot{P} = \theta_p Q - \theta_p S(P)$$

В последното равенство заместваме $S(P) = \omega_s + \sigma_s P$ от (27) и получаваме последователно:

$$\dot{P} = \theta_p Q - \theta_p (\omega_s + \sigma_s P)$$

$$\dot{P} = \theta_p Q - \theta_p \omega_s - \theta_p \sigma_s P$$

$$\dot{P} = -\theta_p \sigma_s P + \theta_p Q - \theta_p \omega_s \tag{60}$$

Общата динамика на пазара, включваща взаимно ускорителното взаимодействие цена-количество се задава от системата от диференциални уравнения:

$$\dot{P} = -\theta_p \sigma_s P + \theta_p Q - \theta_p \omega_s \tag{60}$$

$$\dot{Q} = -\theta_q P + \frac{\theta_q}{\sigma_d} Q - \frac{\theta_q \omega_d}{\sigma_d} \tag{57}$$

Изразяваме Q от (60), заместваме го в (57) и получаваме последователно:

$$Q = \frac{1}{\theta_p} \dot{P} + \sigma_s P + \omega_s$$

$$\frac{1}{\theta_p} \ddot{P} + \sigma_s \dot{P} = -\theta_q P + \frac{\theta_q}{\theta_p \sigma_d} \dot{P} + \frac{\theta_q \sigma_s}{\sigma_d} P + \frac{\theta_q \omega_s}{\sigma_d} - \frac{\theta_q \omega_d}{\sigma_d}$$

$$\ddot{P} = -\theta_p \sigma_s \dot{P} + \frac{\theta_q}{\sigma_d} \dot{P} - \theta_p \theta_q P + \frac{\theta_p \theta_q \sigma_s}{\sigma_d} P + \frac{\theta_q \theta_q (\omega_s - \omega_d)}{\sigma_d}$$

$$\ddot{P} = \left(\frac{\theta_q}{\sigma_d} - \theta_p \sigma_s\right) \dot{P} - \theta_p \theta_q \left(1 - \frac{\sigma_s}{\sigma_d}\right) P + \frac{\theta_q \theta_q (\omega_s - \omega_d)}{\sigma_d} \tag{61}$$

Последното диференциално уравнение (61) е от втора степен и еквивалентно на системата от диференциални уравнения от първа степен (60), (57). За да проследим изменението във времето на цената и количеството ще изследваме системата (60), (57). Матрицата A на тази система от уравнения има вида:

$$A = \begin{bmatrix} -\theta_p \sigma_s & \theta_p \\ -\theta_q & \dfrac{\theta_q}{\sigma_d} \end{bmatrix}$$

Лесно се вижда, че

$$trA = -\theta_p\sigma_s + \frac{\theta_q}{\sigma_d},\ \det A = -\theta_p\theta_q\frac{\sigma_s}{\sigma_d} + \theta_p\theta_q = \theta_p\theta_q(1-\frac{\sigma_s}{\sigma_d})$$

За характеристичното уравнение получаваме последователно:

$$\det[A-\lambda E] = \begin{bmatrix} -\theta_p\sigma_s - \lambda & \theta_p \\ -\theta_q & \frac{\theta_q}{\sigma_d} - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

$$(\theta_p\sigma_s - \lambda)(\frac{\theta_q}{\sigma_d} - \lambda) + \theta_p\theta_q = 0$$

$$-\theta_p\theta_q\frac{\sigma_s}{\sigma_d} - \frac{\theta_q}{\sigma_d}\lambda + \theta_p\sigma_s\lambda + \lambda^2 + \theta_p\theta_q = 0$$

$$\lambda^2 + (\theta_p\sigma_s - \frac{\theta_q}{\sigma_d})\lambda + \theta_p\theta_q(1-\frac{\sigma_s}{\sigma_d}) = 0$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2}(\theta_p\sigma_s - \frac{\theta_q}{\sigma_d}) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(\theta_p\sigma_s - \frac{\theta_q}{\sigma_d})^2 - \theta_p\theta_q(1-\frac{\sigma_s}{\sigma_d})}$$

Корените λ_1 и λ_2 са реални и различни тогава и само тогава, когато $D = \frac{1}{4}(\theta_p\sigma_s - \frac{\theta_q}{\sigma_d})^2 - \theta_p\theta_q(1-\frac{\sigma_s}{\sigma_d}) > 0$. Правим следните еквивалентни преобразувания

$$D = \frac{1}{4}(\theta_p\sigma_s - \frac{\theta_q}{\sigma_d})^2 - \theta_p\theta_q(1-\frac{\sigma_s}{\sigma_d}) = \frac{1}{4}(\theta_p^2\sigma_s^2 + \frac{\theta_q^2}{\sigma_d^2} - 2\theta_p\theta_q\frac{\sigma_s}{\sigma_d}) - \theta_p\theta_q + \theta_p\theta_q\frac{\sigma_s}{\sigma_d} =$$

$$= \frac{1}{4}\theta_p^2\sigma_s^2 + \frac{1}{4}\frac{\theta_q^2}{\sigma_d^2} - \frac{1}{2}\theta_p\theta q_q\frac{\sigma_s}{\sigma_d} - \theta_p\theta_q + \theta_p\theta_q\frac{\sigma_s}{\sigma_d} = \frac{1}{4}\theta_p^2\sigma_s^2 + \frac{1}{4}\frac{\theta_q^2}{\sigma_d^2} + \frac{1}{2}\theta_p\theta_q\frac{\sigma_s}{\sigma_d} - \theta_p\theta_q =$$

$$= \frac{1}{4}(\theta_p\sigma_s + \frac{\theta_q}{\sigma_d})^2 - \theta_p\theta_q = \frac{1}{4}\theta_p\theta_q(\frac{(\theta_p\sigma_s + \frac{\theta_q}{\sigma_d})^2}{\theta_p\theta_q} - 4) = \frac{1}{4}\theta_p\theta_q((\frac{\theta_p\sigma_s + \frac{\theta_q}{\sigma_d}}{\sqrt{\theta_p}\sqrt{\theta_q}})^2 - 4) =$$

$$= \frac{1}{4}\theta_p\theta_q((\sigma_s\sqrt{\frac{\theta_p}{\theta_q}} + \frac{1}{\sigma_d\sqrt{\frac{\theta_p}{\theta_q}}})^2 - 4)$$

$$D > 0 \ \Leftrightarrow ((\sigma_s\sqrt{\frac{\theta_p}{\theta_q}} + \frac{1}{\sigma_d\sqrt{\frac{\theta_p}{\theta_q}}})^2 - 4) > 0$$

Израза $\alpha = \sigma_s \sqrt{\frac{\theta_p}{\theta_q}} + \frac{1}{\sigma_d \sqrt{\frac{\theta_p}{\theta_q}}}$ ще наричаме ***акселератор или ускорител на взаимодействието цена-количество***. Тогава $D > 0 \Leftrightarrow \alpha^2 - 4 > 0$

Правим следните еквивалентни преобразувания:

$(\alpha + 4)(\alpha - 4 > 0 \Leftrightarrow \alpha - 4 > 0 \text{ и } \alpha + 4 > 0$ или $\alpha - 4 < 0 \text{ и } \alpha + 4 < 0 \Leftrightarrow$

$\alpha > 2 \text{ и } \alpha > -2$ или $\alpha < 2 \text{ и } \alpha < -2 \Leftrightarrow \alpha > 2$ или $\alpha < -2 \Leftrightarrow |\alpha| > 2$

Реални и различни корени съществуват точно тогава, когато акселераторът α на взаимодействието цена-количеството, по абсолютна стойност е по-голям от две:

$$|\alpha| = \left| \sigma_s \sqrt{\frac{\theta_p}{\theta_q}} + \frac{1}{\sigma_d \sqrt{\frac{\theta_p}{\theta_q}}} \right| > 2$$

Случай 1. $\alpha > 2$

В този случай и двата корена са отрицателни, а системата (60),(57) се записва във вида:

$$\dot{P}_1 = \lambda_1 P_1, \quad \lambda_1 < 0 \tag{62}$$

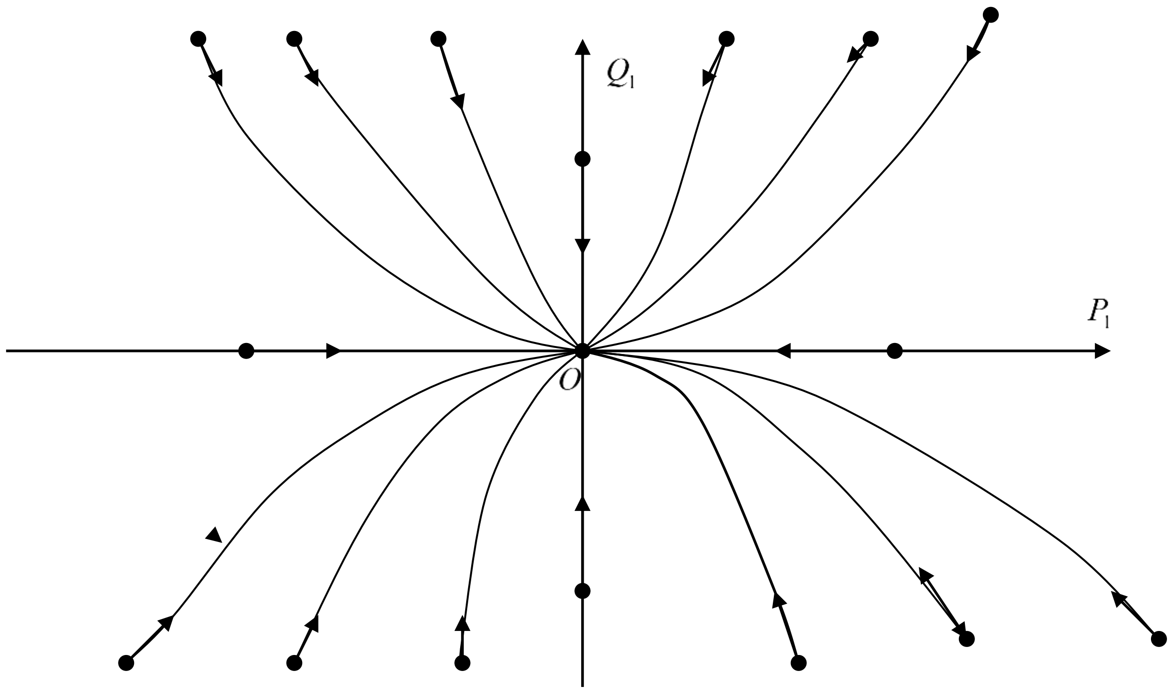
$$\dot{Q}_1 = \lambda_2 Q_1, \quad \lambda_2 < 0 \tag{63}$$

откъдето получаваме

$$P_1(t) = P_1(0)e^{\lambda_1 t} \tag{64}$$

$$Q_1(t) = Q_1(0)e^{\lambda_2 t} \tag{65}$$

При $t \to \infty$, всичките решения (64), (65) клонят към нула и почти всички интегрални криви се допират до оста OP_1, ако $|\lambda_2| > |\lambda_1|$, тъй като тогава Q_1 клони към нула по-бързо от P_1, както е показано на фигура 8.



Фигура 8. Фазови криви на пазар с много голям акселератор на взаимодействието цена-количеството.

Траекториите $P(t), Q(t)$ се получават от $P_1(t), Q_1(t)$, чрез линейна трансформация. В този случай траекториите се доближават до равновесие без да извършват каквито и да е осцилации. Ако акселераторът е голям, но не много голям, което означава, че α е по-голямо от 2, но не много повече, примерно $\alpha = 3\frac{1}{3}$, то в този случай би могло да се очаква, че цената ще направи само няколко осцилации, примерно, една, две, след което ще затихне в равновесие. За илюстрация ще разгледаме следния:

Частен случай. $\alpha = 3\frac{1}{3}$. В този случай получаваме $\lambda_1 = -\frac{1}{3}$, $\lambda_2 = -3$.

Собствения вектор $\tilde{\xi}_1 = \xi_1^{(1)}\tilde{e}_1 + \xi_1^{(2)}\tilde{e}_2$ намираме както следва:

$$\tilde{A}\tilde{\xi}_1 = \lambda_1\tilde{\xi}_1$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -k \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \xi_1^{(1)} \\ \xi_1^{(2)} \end{bmatrix} = \lambda_1\begin{bmatrix} \xi_1^{(1)} \\ \xi_1^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\xi_1^{(2)} = \lambda_1\xi_1^{(1)}$$

$$-\xi_1^{(1)} - k\xi_1^{(2)} = \lambda_1\xi_1^{(2)}$$

Тъй като $\lambda_1 = -\frac{1}{3}$, а $\alpha = 3\frac{1}{3}$, получаваме

$$\begin{aligned} \xi_1^{(2)} &= -\frac{1}{3}\xi_1^{(1)} \\ -\xi_1^{(1)} - 3\frac{1}{3}\xi_1^{(2)} &= -\frac{1}{3}\xi_1^{(2)} \end{aligned},$$

откъдето $\xi_1^{(1)} = -3\xi_1^{(2)}$. Следователно $\tilde{\xi}_1 = \tilde{e}_1 - 3\tilde{e}_2$.

Собствения вектор $\tilde{\xi}_2 = \xi_2^{(1)}\tilde{e}_1 + \xi_2^{(2)}\tilde{e}_2$ намираме както следва:

$$\tilde{A}\tilde{\xi}_2 = \lambda_2\tilde{\xi}_2$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -k \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \xi_2^{(1)} \\ \xi_2^{(2)} \end{bmatrix} = \lambda_1\begin{bmatrix} \xi_2^{(1)} \\ \xi_2^{(2)} \end{bmatrix}$$

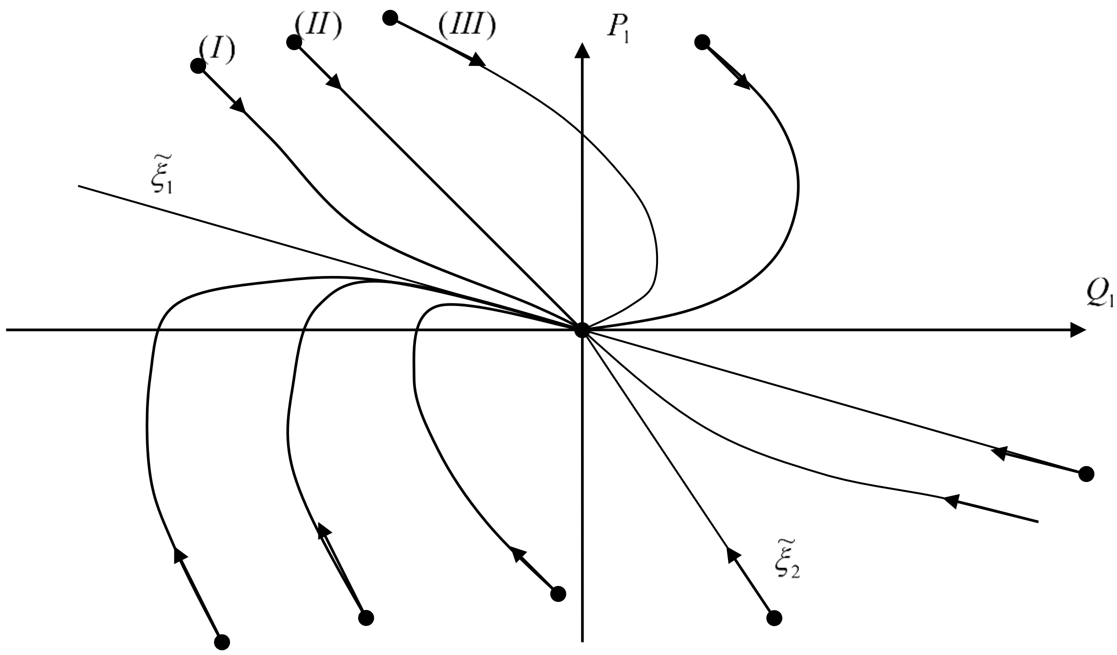
$$\begin{aligned} \xi_2^{(2)} &= \lambda_2\xi_2^{(1)} \\ -\xi_2^{(1)} - k\xi_2^{(2)} &= \lambda_2\xi_2^{(2)} \end{aligned}$$

Тъй като $\lambda_1 = -3$, а $\alpha = 3\frac{1}{3}$, получаваме

$$\begin{aligned} \xi_2^{(2)} &= -3\xi_2^{(1)} \\ -\xi_2^{(1)} - 3\frac{1}{3}\xi_2^{(2)} &= -3\xi_2^{(2)} \end{aligned},$$

откъдето $\xi_2^{(1)} = -\frac{1}{3}\xi_2^{(2)}$. Следователно $\tilde{\xi}_2 = \tilde{e}_1 - \frac{1}{3}\tilde{e}_2$

Тъй като $|\lambda_2| > |\lambda_1|$, фазовите криви имат вида изобразен на фигура 9. Фигура 9 нагледно показва интересния факт, че ако акселераторът е голям ($|\alpha| > 2$), но не много голям, което означава $\alpha = 3\frac{1}{3}$, цената не извършва много на брой затихващи осцилации около равновесното си състояние, а се доближава към него или директно или след само една осцилация, т.е. преминаване през равновесното си състояние, което се вижда от факта, че скоростта и $\dot{P} = Q$ променя знака си само веднъж (виж траектории I,II,III).



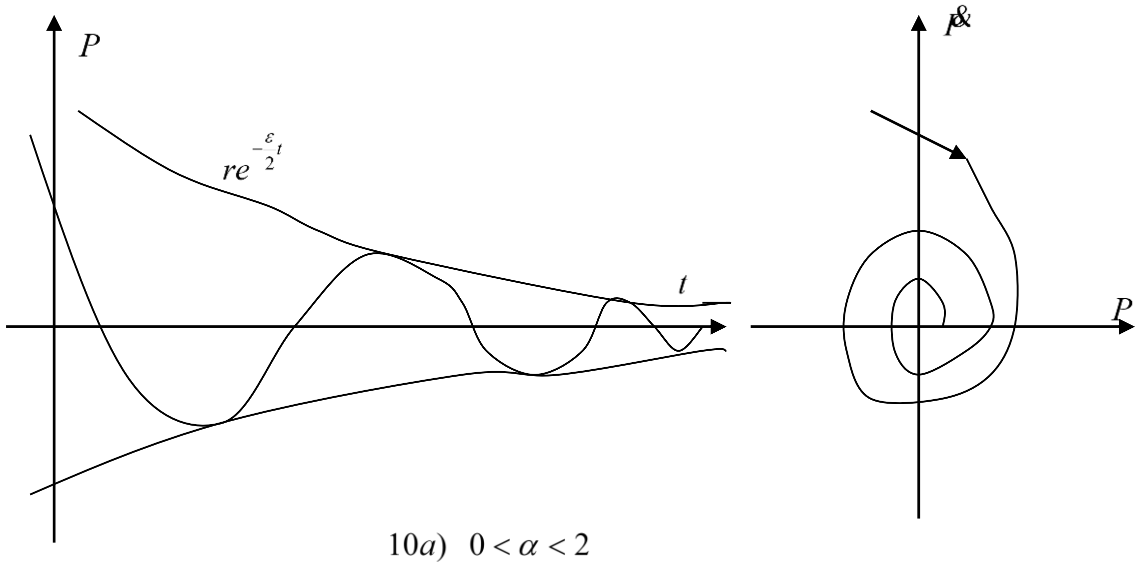
Фигура 9. Фазови криви на цена с голям, но не много голям акселератор на взаимодействието цена-количеството ($\alpha = 3\frac{1}{3}$).

Случай 2. $|\alpha| < 2$. В този случай корените λ_1 и λ_2 на характеристичното уравнение са комплексни понеже $(\frac{\alpha}{2})^2 - 1 < 0$ и $\lambda_{1,2} = -\frac{\alpha}{2} \pm \sqrt{(\frac{\alpha}{2})^2 - 1}$. Реалната част на комплексно спрегнатите корени λ_1 и λ_2 е $-\frac{\alpha}{2}$. Траекториите $P(t)$ на уравнението (4) ще имат вида (Мат. приложение):

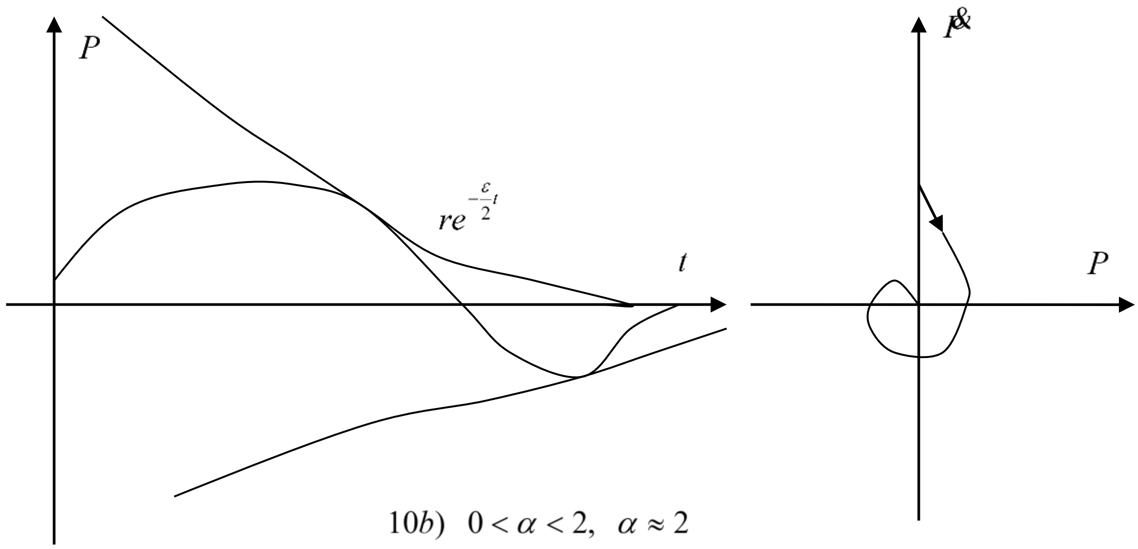
$$P(t) = re^{\alpha t}\cos(\varphi - \omega t) = Ae^{\alpha t}\cos\omega t + Be^{\alpha t}\sin\omega t \qquad (7)$$

където коефициентите r, φ, A, B се определят от началните условия.

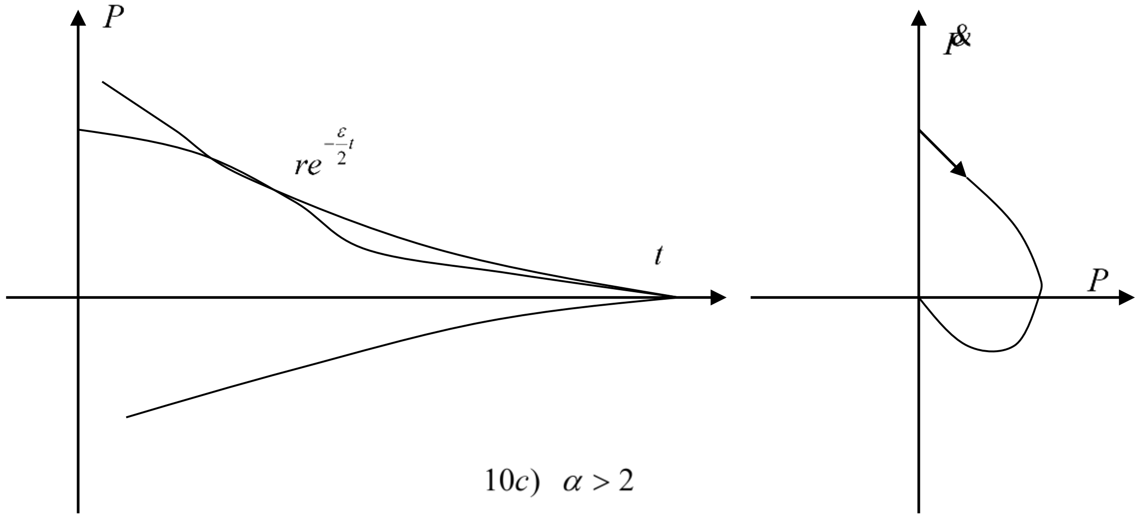
Резюмирайки, можем да кажем, че в случая 2 осцилациите на цената са затихващи с намаляваща амплитуда $re^{\alpha t}$ и с период $\frac{2\pi}{\omega}$. Колкото е по-голяма еластичността, толкова по-бързо намалява амплитудата. За стойности на α, за които $0 < \alpha < 2$, цената извършва безбройно много осцилации около равновесната си точка, като фазовата крива се доближава до началото със свиващо се кръгово движение, както е показано нагледно на фигура 10а. Нарастването на акселератора α и доближаването му до 2 при $\alpha \to 2$, влече честотата $\omega = \sqrt{1 - \dfrac{\alpha^2}{4} \to 0}$, а периодът $\dfrac{2\pi}{\omega} \to \infty$ (фигура 10в). При $\alpha > 2$, корените λ_1 и λ_2 са реални и цената достига до равновесие без да осцилира (фигура 10с).



10a) $0 < \alpha < 2$



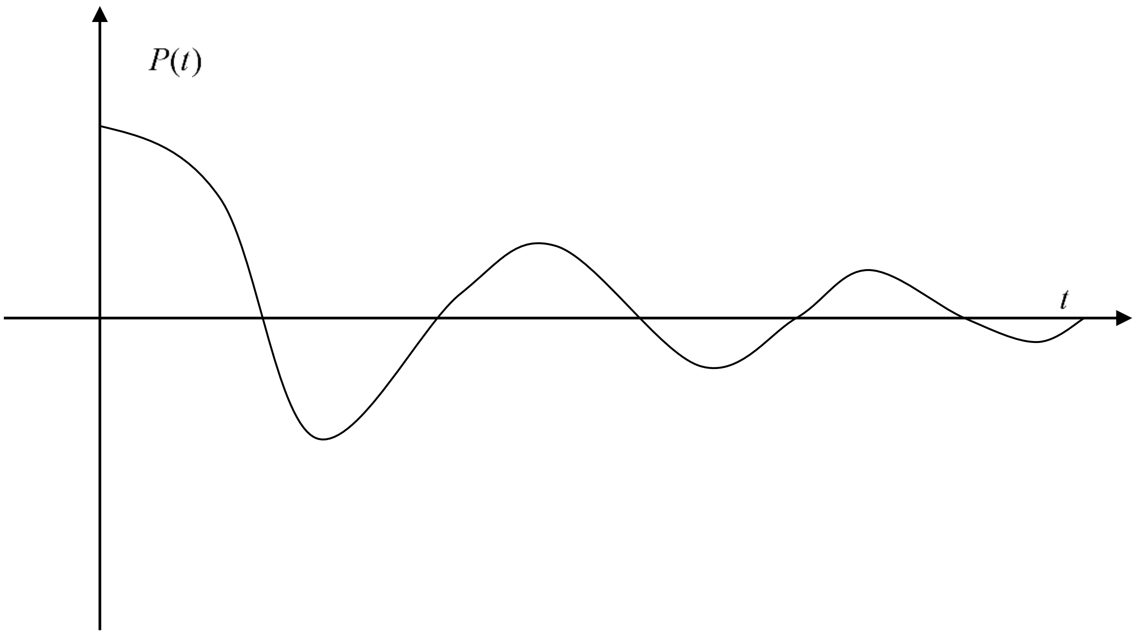
10b) $0 < \alpha < 2, \quad \alpha \approx 2$



Фигура 10. Поведение на цената за различни стойности на акселератора α на взаимодействието цена-количество.

В природата и обществото, изваденат от равновесие система се стреми към равновесното си състояние, осцилирайки около него под въздействието на инерционни еластични сили на привличане или отблъскване. В природата, този процес може да бъде наблюдаван, например при отклоняване на махало от равновесното му положение, което осцилирайки около това равновесие отново се връща в него или при опъването на струна, която по този начин се извежда от равновесие и трептейки, осцилирайки около равновесното си положение отново се връща в него. Осцилацията или трептенето е процес, който протича при извеждане на една величина от равновесната и стойност, в резултат на което, при определени условия, под въздействието на специфични за системата сили на привличане или отблъскване, системата отново се връща в него, осцилирайки. Теорията на осцилациите или трептенията е мащабно развита за изследнаване на процеси на трептене във физиката и биологията. Измежду многото публикации на тази тема ние ще посочим за справка само следните: Иван Желязков 2000, Плачкова, Мишева 2004, Араманович, Левин 1969, Hopf 1948, Арнольд 1984.

В икономиката, изведената от равновесие стопанска система се приближава към равновесното си състояние под въздействието на сили породени от разликите в цените и количествата, което определя и поведението на цената $P(t)$ в зависимост от времето t. Ако свръх търсенето е положително, това означава, че търсенето надвишава предлагането, което поражда и силите, действащи за премахването на тази разлика. Това означава, че завишеното търсене води до повишаване на цената, а високата цена е изгодна за производителите и това е силата, която ги кара да произвеждат повече, да увеличават предлагането и по този начин да намаляват разликата в търсенето и предлагането, докато я доведат до нула, когато търсенето е равно на предлагането и системата попада в равновесие. Изравняването на търсенето и предлагането обаче в общия случай не преустановява автоматично и незабавно увеличаването на предлагането поради инерцията, която съществува в стопанските дейности.



Фигура 11. Затихваща осцилация на цената.

Предлагането продължава да нараства, а цената да намалява, докато се получи свръх предлагане, което означава, че разликата между търсене и предлагане става отрицателна, което задейства обратния механизъм: ниските цени са неизгодни за производителите и те намаляват производството и предлагането, а ниските цени поддържат търсенето високо, в резултат на което цената $P(t)$ намалява, стига до равновесната стойност, подминава я и повтаря описания дотук цикъл с намалена амплитуда, като продължава нататък като затихваща осцилация, при която $P(t)$ клони към равновесната стойност $P*$, когато времето t расте неограничено. Затихващата осцилация на $P(t)$ е нагледно представена на фигура 11.

Общата концепция за доближаването на пазара към равновесие ни позволява ***да излезем от неокласическата схема на Валрас и Маршал*** и да разгледаме този процес ***от гледна точка на институционализма, като отчитаме и транзакционните разходи в този процес .***Транзакционните разходи, които участниците в един пазар правят, за да реагират по адекватен начин на измененията на цената и на количествата на търсене и предлагане са далеч по-големи отколкото изглежда на пръв поглед от схемите на Валрас и Маршал. Те са основно свързани с набавянето на информация за действителната конфигурация на цените, търсенето и предлагането и след това с дейностите, които следва да бъдат осъществени, като адекватна реакция на новополучената информация. Търсещите на пазара имат нужда от информация за цените, която те си набавят поне частично с наблюдения, проучвания, анализи, които са свързани с разходи. Предлагащите на пазара имат нужда от информация не само за цени, но и за количества на търсене и предлагане, за да решат, кое е оптималното количество, което да произведат. За производството е необходимо технологично време, което в някои случаи може да е доста дълго, като например едногодишния цикъл на селско-стопанското производство. Динамиката на стопанския кръговрат налага информацията постоянно да бъде обновявана и актуализирана, което отново означава разходи. И накрая, случайни фактори могат така да променят цените, търсенето и предлагането, че да обезсмисля цялата събрана информация. Не по-малки са разходите за осъществяване на дейности и действия, необходими за адекватна реакция на получената информация. Информацията за повишаване на търсенето на определена стока или услуга предполага разширяване на производството и, което означава разходи за инвестиции, което променя търсенето и предлагането на фактори на производство и индуцира разходи например за увеличаване на човешкия капитал – образование, обучение и т.н. Обратно, информацията за намаляване на търсенето на определена стока или услуга води до други разходи – за преструктуриране, преквалификация и т.н. Този макар и съвсем бегъл поглед върху възможни транзакционни разходи на участниците в един пазар ни показва, че те може да се окажат твърде големи. Големите транзационни разходи могат не само да забавят значително адаптацията на пазара към равновесие, те могат да насочат пазара и към неравновесно състояние. ***Мярка за този вид транзакционни разходи е акселератора цени-количества.***

4. Равновесна статика и динамика на два взаимно свързани пазара.

Тук ще концентрираме нашето внимание върху динамичното взаимодействие между два пазара, като ще следваме изложението в статията (Chobanov 2009). Да разгледаме динамична система, определена от функционирането на два взаимно свързани пазара, които да обозначим с числата 1 и 2. На пазара 1 се предлага и търси благото 1, с цена P_1, а на пазара 2 се предлага и търси благото 2 с цена P_2. Количеството на търсенето $Q_1^{(d)}(P_1, P_2)$ и на предлагането $Q_1^{(s)}(P_1, P_2)$ на благото 1 на пазара 1 зависи преди всичко от цената P_1 на благото 1, а също и от цената P_2 на благото 2. По подобен начин, количеството на търсенето $Q_2^{(d)}(P_1, P_2)$ и на предлагането $Q_2^{(s)}(P_1, P_2)$ на благото 2 на пазара 2 зависи преди всичко от цената P_2 на благото 2, а също и от цената P_1 на благото 1. Да предположим, че тази зависимост е линейна:

$$Q_1^{(d)} = \delta_{10} - \delta_{11}P_1 + \delta_{12}P_2 \qquad (1)$$

$$Q_1^{(s)} = \sigma_{10} + \sigma_{11}P_1 - \sigma_{12}P_2 \qquad (2)$$

$$Q_2^{(d)} = \delta_{20} + \delta_{21}P_1 - \delta_{22}P_2 \qquad (3)$$

$$Q_2^{(s)} = \sigma_{20} - \sigma_{21}P_1 + \sigma_{22}P_2 \qquad (4)$$

където $\delta_{ij}, \sigma_{ij}, i = 1,2;\ j = 0,12$ са положителни константи. (В общия случай зависимостта на търсенето и предлагането от цената не е линейна. Възможна е линеаризация на една нелинейна динамична система.)

Равновесните пазарни цени $\overline{P} = (\overline{P}_1, \overline{P}_2)$ се получават, когато на пазара $i,\quad i = 1,2$, търсенето $Q_i^{(d)}$ е равно на предлагането $Q_i^{(s)}$, откъдето и

$$\delta_{10} - \delta_{11}\overline{P}_1 + \delta_{12}\overline{P}_2 = \sigma_{10} + \sigma_{11}\overline{P}_1 - \sigma_{12}\overline{P}_2 \qquad (5)$$

$$\delta_{20} + \delta_{21}\overline{P}_1 - \delta_{22}\overline{P}_2 = \sigma_{20} - \sigma_{21}\overline{P}_1 + \sigma_{22}\overline{P}_2 \qquad (6)$$

Следователно

$$(\delta_{11} + \sigma_{11})\overline{P}_1 - (\delta_{12} + \sigma_{12})\overline{P}_2 = \delta_{10} - \sigma_{10} \qquad (7)$$

$$-(\delta_{21} + \sigma_{21})\overline{P}_1 + (\delta_{22} + \sigma_{22})\overline{P}_2 = \delta_{20} - \sigma_{20} \qquad (8)$$

В матричен вид:

$$\begin{bmatrix} \delta_{11}+\sigma_{11} & -(\delta_{12}+\sigma_{12}) \\ -(\delta_{21}+\sigma_{21}) & \delta_{22}+\sigma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{P}_1 \\ \overline{P}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{10}-\sigma_{10} \\ \delta_{20}-\sigma_{20} \end{bmatrix} \qquad (9)$$

Означаваме $\Delta = \begin{bmatrix} \delta_{11}+\sigma_{11} & -(\delta_{12}+\sigma_{12}) \\ -(\delta_{21}+\sigma_{21}) & \delta_{22}+\sigma_{22} \end{bmatrix}$ $\Omega = \begin{bmatrix} \delta_{10}-\sigma_{10} \\ \delta_{20}-\sigma_{20} \end{bmatrix}$ $\overline{P} = \begin{bmatrix} \overline{P}_1 \\ \overline{P}_2 \end{bmatrix}$ и получаваме

$$\Delta\overline{P} = \Omega \qquad (10)$$

Следователно

$$\overline{P} = \Delta^{-1}\Omega \qquad (11)$$

За да получим равновесната точка в експлицитен, нематричен вид решаваме системата (7),(8) като прилагаме формулите на Крамер:

$$\overline{P}_1 = \frac{\det\begin{bmatrix} \delta_{10}-\sigma_{10} & -(\delta_{12}+\sigma_{12}) \\ \delta_{20}-\sigma_{20} & \delta_{22}+\sigma_{22} \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} \delta_{11}+\sigma_{11} & -(\delta_{12}+\sigma_{12}) \\ -(\delta_{21}+\sigma_{21}) & \delta_{22}+\sigma_{22} \end{bmatrix}} = \frac{(\delta_{10}-\sigma_{10})(\delta_{22}+\sigma_{22})+(\delta_{20}-\sigma_{20})(\delta_{12}+\sigma_{12})}{(\delta_{11}+\sigma_{11})(\delta_{22}+\sigma_{22})-(\delta_{12}+\sigma_{12})(\delta_{21}+\sigma_{21})} \qquad (12)$$

$$\overline{P}_2 = \frac{\det\begin{bmatrix} \delta_{11}+\sigma_{11} & \delta_{10}-\sigma_{10} \\ -(\delta_{21}+\sigma_{21}) & \delta_{20}-\sigma_{20} \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} \delta_{11}+\sigma_{11} & -(\delta_{12}+\sigma_{12}) \\ -(\delta_{21}+\sigma_{21}) & \delta_{22}+\sigma_{22} \end{bmatrix}} = \frac{(\delta_{20}-\sigma_{20})(\delta_{11}+\sigma_{11})+(\delta_{10}-\sigma_{10})(\delta_{21}+\sigma_{21})}{(\delta_{11}+\sigma_{11})(\delta_{22}+\sigma_{22})-(\delta_{12}+\sigma_{12})(\delta_{21}+\sigma_{21})} \qquad (13)$$

Динамиката на системата от двата пазара ще се определя от икономическата им същност. Скоростта $\dot{P}_i$ на изменение на цената $P_i = P_i(t), \quad i = 1,2$ ще е пропорционална на напрежението, което се създава от несъответствието (разликата) между количествата на търсенето и предлагането $Q_i^{(d)} - Q_i^{(s)}$, което математически се изразява чрез равенствата:

$$\begin{aligned} \dot{P}_1 &= \theta_1(Q_1^{(d)} - Q_1^{(s)}) \\ \dot{P}_2 &= \theta_2(Q_2^{(d)} - Q_2^{(s)}) \end{aligned} \qquad (14)$$

където $\theta_i > 0$ е коефициент на пропорционалност, а скоростта на изменение на цената е първата и производна $\frac{dP}{dt} \equiv \dot{P}$. Заместваме (1)-(4) в (14) и получаваме последователно:

$$\begin{aligned} \dot{P}_1 &= \theta_1(\delta_{10} - \delta_{11}P_1 + \delta_{12}P_2 - \sigma_{10} - \sigma_{11}P_1 + \sigma_{12}P_2) \\ \dot{P}_2 &= \theta_2(\delta_{20} + \delta_{21}P_1 - \delta_{22}P_2 - \sigma_{20} + \sigma_{21}P_1 - \sigma_{22}P_2) \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} \dot{P}_1 &= -\theta_1(\delta_{11} + \sigma_{11})P_1 + \theta_1(\delta_{12} + \sigma_{12})P_2 + \theta_1(\delta_{10} - \sigma_{10}) \\ \dot{P}_2 &= \theta_2(\delta_{21} + \sigma_{21})P_1 - \theta_2(\delta_{22} + \sigma_{22})P_2 + \theta_2(\delta_{20} - \sigma_{20}) \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_1 \\ \dot{P}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta_1(\delta_{11} + \sigma_{11}) & \theta_1(\delta_{12} + \sigma_{12}) \\ \theta_2(\delta_{21} + \sigma_{21}) & -\theta_2(\delta_{22} + \sigma_{22}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \theta_1(\delta_{10} - \sigma_{10}) \\ \theta_2(\delta_{20} - \sigma_{20}) \end{bmatrix} \tag{17}$$

Означаваме

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} -\theta_1(\delta_{11} + \sigma_{11}) & \theta_1(\delta_{12} + \sigma_{12}) \\ \theta_2(\delta_{21} + \sigma_{21}) & -\theta_2(\delta_{22} + \sigma_{22}) \end{bmatrix}, \ \mathrm{B} = \begin{bmatrix} \theta_1(\delta_{10} - \sigma_{10}) \\ \theta_2(\delta_{20} - \sigma_{20}) \end{bmatrix}, \ P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \tag{18}$$

и получаваме

$$\dot{P} = \mathrm{A}P + \mathrm{B} \tag{19}$$

Уравненията (16), (17) и (19) са еквивалентни и задават динамиката на цените на два взаимно свързани пазара.

Динамичното равновесие на системата настъпва когато в нея нищо не се променя, всичко е едно и също, постоянно, а скоростта на изменение е нула:

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_1 \\ \dot{P}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{20}$$

Следователно, равновесните състояния ще получим, ако решим уравнението:

$$\begin{bmatrix} -\theta_1(\delta_{11} + \sigma_{11}) & \theta_1(\delta_{12} + \sigma_{12}) \\ \theta_2(\delta_{21} + \sigma_{21}) & -\theta_2(\delta_{22} + \sigma_{22}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \theta_1(\delta_{10} - \sigma_{10}) \\ \theta_2(\delta_{20} - \sigma_{20}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{21}$$

Последното уравнение е еквивалентно на

$$\begin{bmatrix} -(\delta_{11}+\sigma_{11}) & (\delta_{12}+\sigma_{12}) \\ (\delta_{21}+\sigma_{21}) & -(\delta_{22}+\sigma_{22}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} (\delta_{10}-\sigma_{10}) \\ (\delta_{20}-\sigma_{20}) \end{bmatrix}, \tag{22}$$

което съвпада с уравнението (9).

Съвпадението на уравненията (9) и (22) означава, че състоянието на пазарното равновесие на системата съвпадат със състоянието на динамичното и равновесие и се задава чрез формулите (12) и (13).

Стабилността на равновесното състояние на системата ще изследваме като приложим теорема 4 от предходния раздел, която приложена за разглеждания случай ще придобие вида:

Зададеното чрез формулите (12) и (13) равновесно състояние на пазарните цени $\overline{P} = (\overline{P}_1, \overline{P}_2)$ на динамичната система (19) с матрица A е:

I. *Глобално стабилно*, тогава и само тогава когато: $traceA < 0$, $\det A > 0$

II. *Глобално нестабилно*, тогава и само тогава когато: $traceA > 0$, $\det A > 0$

III. *Център или фокус* (фазовите траектории са концентрични, затворени криви, обикалящи в орбити около центъра, без да се доближават или отдалечават от него), тогава и само тогава, когато: $traceA = 0$, $\det A > 0$

IV. *Седловинно*, тогава и само тогава, когато: $\det A < 0$

За динамичната система (19) с матрица A с матрица зададена в (18) получаваме:

$$traceA = -(\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11}) + \theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22})), \tag{23}$$

$$\det A = \theta_1\theta_2((\delta_{11}+\sigma_{11})(\delta_{22}+\sigma_{22}) - (\delta_{12}+\sigma_{12})(\delta_{21}+\sigma_{21})) \tag{24}$$

Заместваме получените в (23) и (24) резултати в последното твърдение:

Зададеното чрез формулите (12) и (13) равновесно състояние на пазарните цени $\overline{P} = (\overline{P}_1, \overline{P}_2)$ на динамичната система (19) с матрица A е:

I. *Глобално стабилно*, тогава и само тогава когато:

$$traceA = -(\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11}) + \theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22})) < 0, \tag{25}$$

$$\det A = \theta_1\theta_2((\delta_{11}+\sigma_{11})(\delta_{22}+\sigma_{22}) - (\delta_{12}+\sigma_{12})(\delta_{21}+\sigma_{21})) > 0 \tag{26}$$

II. *Глобално нестабилно*, тогава и само тогава когато: $traceA > 0$, $\det A > 0$

$$traceA = -(\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11}) + \theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22})) > 0, \tag{27}$$

$$\det A = \theta_1\theta_2((\delta_{11}+\sigma_{11})(\delta_{22}+\sigma_{22}) - (\delta_{12}+\sigma_{12})(\delta_{21}+\sigma_{21})) > 0 \tag{28}$$

III. *Център или фокус* (фазовите траектории са концентрични, затворени криви, обикалящи в орбити около центъра, без да се доближават или отдалечават от него), тогава и само тогава, когато: $traceA = -(\theta_1(\delta_{11} + \sigma_{11}) + \theta_2(\delta_{22} + \sigma_{22})) = 0$,

(29)

$$\det A = \theta_1\theta_2((\delta_{11} + \sigma_{11})(\delta_{22} + \sigma_{22}) - (\delta_{12} + \sigma_{12})(\delta_{21} + \sigma_{21})) > 0 \qquad (30)$$

IV. *Седловинно*, тогава и само тогава, когато:

$$\det A = \theta_1\theta_2((\delta_{11} + \sigma_{11})(\delta_{22} + \sigma_{22}) - (\delta_{12} + \sigma_{12})(\delta_{21} + \sigma_{21})) < 0 \qquad (31)$$

Задавайки основните линейни зависимости (1)-(4) определящи търсенето и предлагането на двата пазара предположихме, че $\delta_{ij}, \sigma_{ij}, i = 1,2; j = 0,12$ са положителни константи. Положителни по предположение са и коефициентите на пропорционалност $\theta_i > 0$ на динамиката на двата пазара (14). При тези предположения, очевидно е в сила:

$$traceA = -(\theta_1(\delta_{11} + \sigma_{11}) + \theta_2(\delta_{22} + \sigma_{22})) < 0 \qquad (32)$$

Това означава, че равновесното състояние на разглежданата система или е глобално стабилно (случай I), когато $\det A = \theta_1\theta_2((\delta_{11} + \sigma_{11})(\delta_{22} + \sigma_{22}) - (\delta_{12} + \sigma_{12})(\delta_{21} + \sigma_{21})) > 0$ или е седловинно (случай IV), когато $\det A = \theta_1\theta_2((\delta_{11} + \sigma_{11})(\delta_{22} + \sigma_{22}) - (\delta_{12} + \sigma_{12})(\delta_{21} + \sigma_{21})) < 0$.

В случай I съществува глобално стабилно равновесие, което означава, че двата пазара синхронно се придвижват към равновесното си състояние.

В случай IV обаче равновесието е седловинно, което означава, че равновесието е частично стабилно и по-конкретно, съществуват точно две фазови траектории, които се доближават директно, без да преминават в съседни области към равновесното състояние и точно две фазови траектории, които също така директно се отдалечават от него към безкрайността, а всички останали фазови траектории в началото се доближават към равновесното състояние, след което пресичат демаркационна линия и безкрайно се отдалечават от него. Наименованието седловинна точка е подсказано от нагледната представа, която може бъде предложена в този случай. Седловинната равновесна точка е най-ниската точка на гребена на едно седло. Към нея директно се спускат фазовите траектории, които се движат точно по гребена на седлото. От равновесната точка директно надолу "по краката на ездача" се спускат двете фазови траектории, които безкрайно се отдалечават от нея. Останалите фазови траектории се спускат първоначално успоредно или почти успоредно на гребена на седлото, като се приближават към най-ниската му точка, след което пресичат вдлъбнатината на демаркационна линия и се пренасочват в посока успоредна или почти успоредна на краката на ездача, към безкрайността.

За да вникнем в същността на глобалното и частичното (седловинно) равновесие на двата пазара ще разгледаме по-подробно фазовите им диаграми. Демаркационни линии са правите:

$$\dot{P}_1 = 0: \; -(\delta_{11} + \sigma_{11})P_1 + (\delta_{12} + \sigma_{12})P_2 + \delta_{10} - \sigma_{10} = 0 \tag{33}$$

$$\dot{P}_2 = 0: \; (\delta_{21} + \sigma_{21})P_1 - (\delta_{22} + \sigma_{22})P_2 + \delta_{20} - \sigma_{20} = 0 \tag{33'}$$

които могат да бъдат записани във вида:

$$\dot{P}_1 = 0: \; P_2 = \frac{\delta_{11} + \sigma_{11}}{\delta_{12} + \sigma_{12}} P_1 - \frac{\delta_{10} - \sigma_{10}}{\delta_{12} + \sigma_{12}} \tag{34}$$

$$\dot{P}_2 = 0: \; P_2 = \frac{\delta_{21} + \sigma_{21}}{\delta_{22} + \sigma_{22}} P_1 + \frac{\delta_{20} - \sigma_{20}}{\delta_{22} + \sigma_{22}} \tag{34'}$$

Наклоните на демаркационните линии $\dot{P}_1 = 0$ и $\dot{P}_2 = 0$ пресмятаме като вземем диференциал от двете страни на (33) и (33):

$$\dot{P}_1 = 0: \; -(\delta_{11} + \sigma_{11})dP_1 + (\delta_{12} + \sigma_{12})dP_2 = 0 \tag{35}$$

$$\dot{P}_2 = 0: \; (\delta_{21} + \sigma_{21})dP_1 - (\delta_{22} + \sigma_{22})dP_2 = 0 \tag{35'}$$

$$\dot{P}_1 = 0: \; (\delta_{11} + \sigma_{11})dP_1 = (\delta_{12} + \sigma_{12})dP_2 \tag{36}$$

$$\dot{P}_2 = 0: \; (\delta_{21} + \sigma_{21})dP_1 = (\delta_{22} + \sigma_{22})dP_2 \tag{36'}$$

$$\frac{dP_2}{dP_1}\Big|_{\dot{P}_1 = o} = \frac{\delta_{11} + \sigma_{11}}{\delta_{12} + \sigma_{12}} \tag{37}$$

$$\frac{dP_2}{dP_1}\Big|_{\dot{P}_2 = o} = \frac{\delta_{21} + \sigma_{21}}{\delta_{22} + \sigma_{22}} \tag{37'}$$

Демаркационните линии се пресичат в равновесната точка: $(\overline{P}_1, \overline{P}_2)$

$$\overline{P}_1 = \frac{(\delta_{10} - \sigma_{10})(\delta_{22} + \sigma_{22}) + (\delta_{20} - \sigma_{20})(\delta_{12} + \sigma_{12})}{(\delta_{11} + \sigma_{11})(\delta_{22} + \sigma_{22}) - (\delta_{12} + \sigma_{12})(\delta_{21} + \sigma_{21})} \tag{38}$$

$$\overline{P}_2 = \frac{(\delta_{20} - \sigma_{20})(\delta_{11} + \sigma_{11}) + (\delta_{10} - \sigma_{10})(\delta_{21} + \sigma_{21})}{(\delta_{11} + \sigma_{11})(\delta_{22} + \sigma_{22}) - (\delta_{12} + \sigma_{12})(\delta_{21} + \sigma_{21})} \tag{38'}$$

При определени условия, под въздействие на силата, възникваща в резултат на разминаването между търсене и предлагане, системата се доближава до равновесната си точка. За по-детайлно разглеждане използваме зависимостите на търсенето и предлагането от цените, които изразихме чрез:

$$q_1^{(d)}: \; Q_1^{(d)} = \delta_{10} - \delta_{11}P_1 + \delta_{12}P_2 \tag{39}$$

$$q_1^{(s)}:\ Q_1^{(s)} = \sigma_{10} + \sigma_{11}P_1 - \sigma_{12}P_2 \tag{40}$$

$$q_2^{(d)}:\ Q_2^{(d)} = \delta_{20} + \delta_{21}P_1 - \delta_{22}P_2 \tag{41}$$

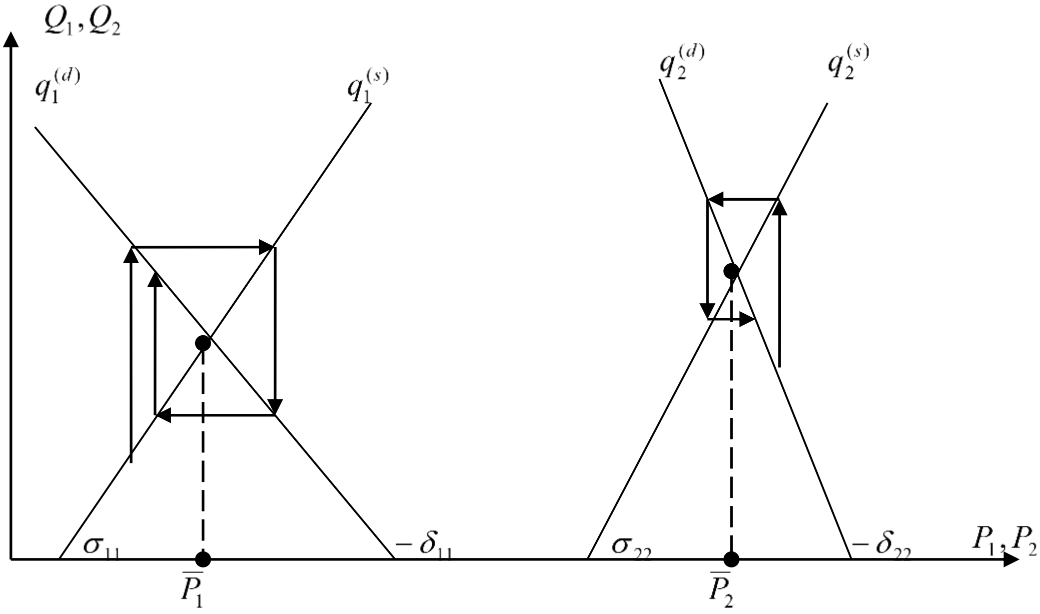
$$q_2^{(s)}:\ Q_2^{(s)} = \sigma_{20} - \sigma_{21}P_1 + \sigma_{22}P_2 \tag{42}$$

На фигура 1 е показана сходимостта на пазара благото 1 и благото 2 към равновесната му цена $\overline{P_1}$ и съответно $\overline{P_2}$ под въздействието на центростремителната (свиващата) сила $\sigma_{11} + \delta_{11}$ и съответно $\sigma_{22} + \delta_{22}$, определяща скоростта на уравновесяване на пазара на благото 1 и съответно на благото 2. Когато $\sigma_{11} + \delta_{11} > 0$ ($\sigma_{22} + \delta_{22} > 0$) силата на въздействие е свиваща и пазарът 1 (2) се доближава с течението на времето към равновесната си цена $\overline{P_1}$ ($\overline{P_2}$), със скорост пропорционална на $\sigma_{11} + \delta_{11} > 0$ ($\sigma_{22} + \delta_{22} > 0$). По подобен начин, когато $\sigma_{11} + \delta_{11} < 0$ ($\sigma_{22} + \delta_{22} < 0$) силата на въздействие е разтягаща и пазарът 1 (2) се отдалечава с течението на времето от $\overline{P_1}$ ($\overline{P_2}$).

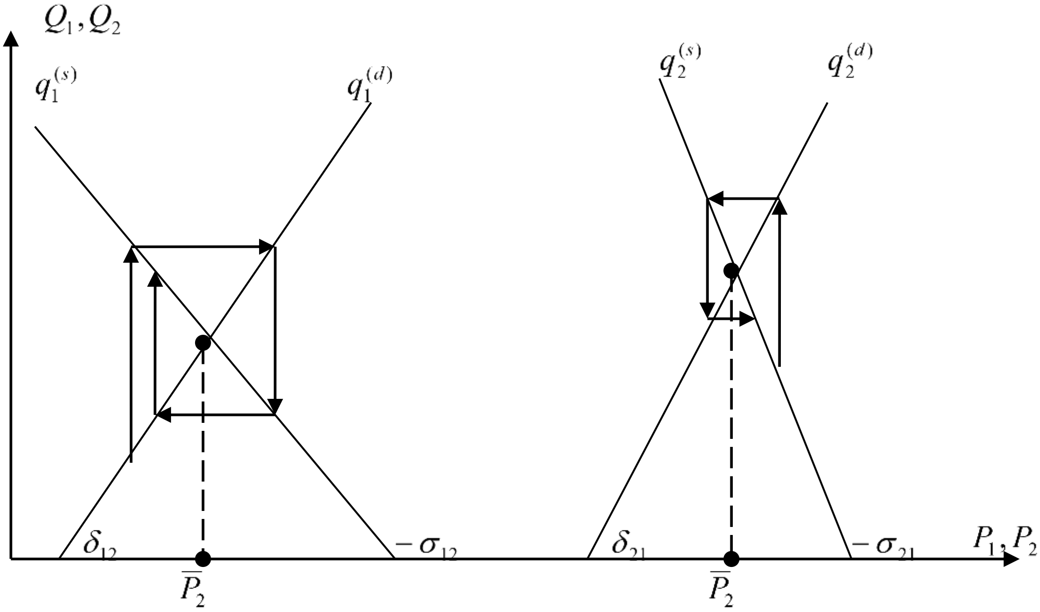
Според (32) $traceA = -(\theta_1(\delta_{11} + \sigma_{11}) + \theta_2(\delta_{22} + \sigma_{22})) < 0$, което ще означава, че всеки от двата пазара поотделно се стреми към равновесие със сила (скорост) пропорционална на $\sigma_{11} + \delta_{11} > 0$ и $\sigma_{22} + \delta_{22} > 0$, съответно. Дали и как двата пазара ще стигнат до равновесие като цяло зависи и от допълнителните взаимодйствия между тях. Въздействието на първия пазар върху втория се определя от величината $\delta_{12} + \sigma_{12} > 0$, която е пропорционална на силата (скоростта на сходимост) с която вторият пазар „придърпва” първия към своята равновесна точка $\overline{P_2}$. Подобно, величината $\sigma_{21} + \delta_{21} > 0$ е пропорционална на силата с която първият пазар „придърпва” втория към своята равновесна точка $\overline{P_1}$. (Виж фигура 2.) Ако тези сили на взаимно придърпване не са големи, то

$$\det A = \theta_1\theta_2((\delta_{11} + \sigma_{11})(\delta_{22} + \sigma_{22}) - (\delta_{12} + \sigma_{12})(\delta_{21} + \sigma_{21})) > 0,$$

то системата ще остане в състояние на глобално равновесие.



Фигура 1. Доближаване до равновесие на двата пазара поотделно

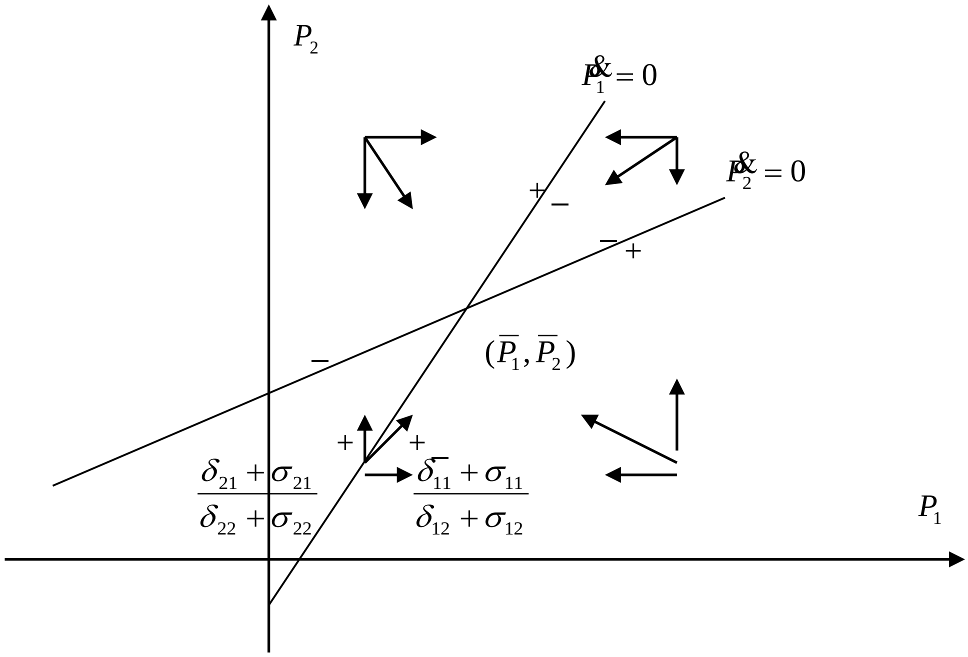


Фигура 2. Взаимно „придърпване” на пазарите.

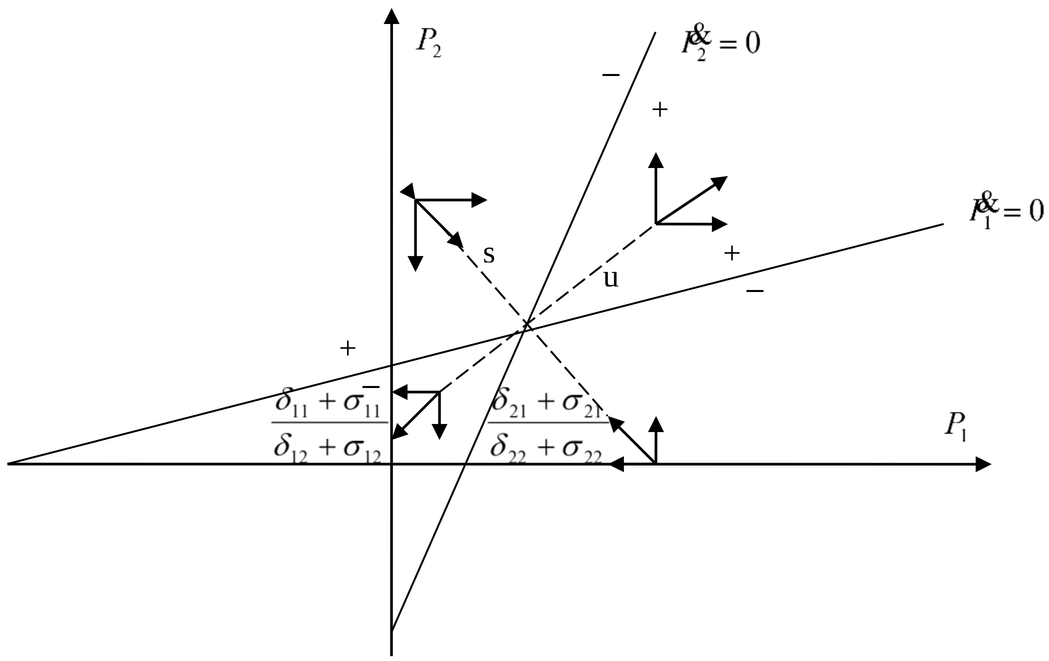
Ако „придърпванията” $\delta_{12} + \sigma_{12} > 0$, $\sigma_{21} + \delta_{21} > 0$ са толкова големи, че

$$\det A = \theta_1 \theta_2 ((\delta_{11} + \sigma_{11})(\delta_{22} + \sigma_{22}) - (\delta_{12} + \sigma_{12})(\delta_{21} + \sigma_{21})) < 0,$$

то системата на двата пазара ще се дестабилизира и от глобално стабилна ще се превърне в частично стабилна (седловинна).



Фигура 3. Глобално стабилна система на два пазара.



Фигура 4. Седловинно стабилна система на два пазара

Фазовата диаграма на глобално стабилна система на два пазара е представена на фигура 3, а фазовата диаграма на седловинно стабилната система е представена на фигура 4. Равновесната точка $(\overline{P}_1, \overline{P}_2)$ е първи квадрант на координатната система P_1OP_2, понеже цените се предполага да са положителни.

При глобална стабилност $\det A = \theta_1\theta_2((\delta_{11} + \sigma_{11})(\delta_{22} + \sigma_{22}) - (\delta_{12} + \sigma_{12})(\delta_{21} + \sigma_{21})) > 0$, очевидно еквивалентно на $\frac{\delta_{11} + \sigma_{11}}{\delta_{12} + \sigma_{12}} > \frac{\delta_{21} + \sigma_{21}}{\delta_{22} + \sigma_{22}}$, което означава, че наклонът на демаркационната права $\dot{P}_1 = 0$ е по-голям от наклона на демаркационната права $\dot{P}_2 = 0$, а разположението на знаците от двете страни на демаркационните прави определя състоянието на глобална стабилност.

В случая на седловинна стабилност, знакът се обръща: $\det A = \theta_1\theta_2((\delta_{11} + \sigma_{11})(\delta_{22} + \sigma_{22}) - (\delta_{12} + \sigma_{12})(\delta_{21} + \sigma_{21})) < 0$, еквивалентно на $\frac{\delta_{11} + \sigma_{11}}{\delta_{12} + \sigma_{12}} < \frac{\delta_{21} + \sigma_{21}}{\delta_{22} + \sigma_{22}}$, означаващо че наклонът на демаркационната права $\dot{P}_1 = 0$ става по-малък от наклона на демаркационната права $\dot{P}_2 = 0$, променят се знаците от двете страни на демаркационните прави, което определя и състоянието на седловинна стабилност.

Различието в стабилността на равновесието в двата случая се дължи на различията в силите на „свиване" и „придърпване" между двата пазара. Силата на „свиване" или „скоростта" на доближаване на първия пазар към равновесната му точка $\overline{P}_1$ е $\delta_{11} + \sigma_{11}$, а на вторият пазар към неговата равновесна точка $\overline{P}_2$ е $\delta_{22} + \sigma_{22}$. Общата сила или скорост на сходимост със която пазарите се доближават към своето равновесие е $(\delta_{11} + \sigma_{11})(\delta_{22} + \sigma_{22})$. Силата с която вторият пазар „придърпва" първия и по някакъв начин го забавя или отклонява от стремежа му към равновесие е $\delta_{12} + \sigma_{12}$. По аналогия, силата с която първият пазар придърпва втория е $\delta_{21} + \sigma_{21}$. Сумарно, „взаимното придърпване" е $(\delta_{12} + \sigma_{12})(\delta_{21} + \sigma_{21})$. Когато „стремежът към равновесие" $(\delta_{11} + \sigma_{11})(\delta_{22} + \sigma_{22})$ е по-голям от „центробежната сила" $(\delta_{12} + \sigma_{12})(\delta_{21} + \sigma_{21})$, то стремежът към равновесие надделява и равновесието е глобално стабилно. Обратно, ако центробежната сила надделява над центростремителната, двата пазара се отдалечават от равновесната си точка и равновесието е нестабилно. Възможно е обаче при определено съотношение на тези противоположно действащи сили да се получи частично или седловинно равновесие. В този случай стабилно равновесие се получава само по седловидната линия s показана на фигура 4, където противоположните придърпвания между двата пазара взаимно се неутрализират и в това относително крехко равновесие, подобно на въжеиграч, който балансира на въже, двата пазара се доближават, клонят към равновесното си състояние. Ако обаче единият от двата пазара успее да наруши този крехък баланс, и двата пазара тръгват към бездната на безкрайността.

За да намерим аналитичния израз на уравнението на линията на седлото s на фигура 4, ще решим системата от уравнения (16)-(19):

$$\dot{P}_1 = -\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11})P_1 + \theta_1(\delta_{12}+\sigma_{12})P_2 + \theta_1(\delta_{10}-\sigma_{10})$$
$$\dot{P}_2 = \theta_2(\delta_{21}+\sigma_{21})P_1 - \theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22})P_2 + \theta_2(\delta_{20}-\sigma_{20})$$

Еквивалентна на:

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_1 \\ \dot{P}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11}) & \theta_1(\delta_{12}+\sigma_{12}) \\ \theta_2(\delta_{21}+\sigma_{21}) & -\theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \theta_1(\delta_{10}-\sigma_{10}) \\ \theta_2(\delta_{20}-\sigma_{20}) \end{bmatrix}$$

Означаваме

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} -\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11}) & \theta_1(\delta_{12}+\sigma_{12}) \\ \theta_2(\delta_{21}+\sigma_{21}) & -\theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22}) \end{bmatrix}, \ \mathrm{B} = \begin{bmatrix} \theta_1(\delta_{10}-\sigma_{10}) \\ \theta_2(\delta_{20}-\sigma_{20}) \end{bmatrix}, \ P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}$$

и получаваме

$$\dot{P} = \mathrm{A}P + \mathrm{B}$$

Собствените стойности λ на матрицата A пресмятаме от уравнението:

$$\det(A - \lambda E) = 0$$

Или всъщност:

$$\begin{vmatrix} -\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11}) - \lambda & \theta_1(\delta_{12}+\sigma_{12}) \\ \theta_2(\delta_{21}+\sigma_{21}) & -\theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22}) - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

Последното е еквивалентно на:

$$(\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11}) + \lambda)(\theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22}) + \lambda) - \theta_1\theta_2(\delta_{12}+\sigma_{12})(\delta_{21}+\sigma_{21}) = 0$$

$$\theta_1\theta_2(\delta_{11}+\sigma_{11})(\delta_{22}+\sigma_{22})+\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11})\lambda+\theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22})\lambda+\lambda^2-\theta_1\theta_2(\delta_{12}+\sigma_{12})(\delta_{21}+\sigma_{21})=0$$

$$\lambda^2+(\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11})+\theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22}))\lambda+\theta_1\theta_2((\delta_{11}+\sigma_{11})(\delta_{22}+\sigma_{22})-(\delta_{12}+\sigma_{12})(\delta_{21}+\sigma_{21}))=0$$

Решаваме последното уравнение и получаваме:

$$\lambda_{1,2}=-\frac{\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11})+\theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22})}{2}\pm$$

$$\pm\sqrt{(\frac{\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11})+\theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22})}{2})^2-\theta_1\theta_2((\delta_{11}+\sigma_{11})(\delta_{22}+\sigma_{22})-(\delta_{12}+\sigma_{12})(\delta_{21}+\sigma_{21}))}$$

или

$$\lambda_{1,2}=-\frac{\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11})+\theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22})}{2}\pm$$

$$\pm\sqrt{(\frac{\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11})-\theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22})}{2})^2+\theta_1\theta_2(\delta_{12}+\sigma_{12})(\delta_{21}+\sigma_{21})}$$

Подкоренната величина е положителна, понеже $\theta_1,\theta_2,\delta_{12},\sigma_{12},\delta_{21},\sigma_{21}$ са положителни. Следователно, съществуват два реални и различни корена:

$$\lambda_1=-\frac{\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11})+\theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22})}{2}+$$

$$+\sqrt{(\frac{\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11})+\theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22})}{2})^2-\theta_1\theta_2((\delta_{11}+\sigma_{11})(\delta_{22}+\sigma_{22})-(\delta_{12}+\sigma_{12})(\delta_{21}+\sigma_{21}))}$$

(43)

(44)

$$\lambda_2=-\frac{\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11})+\theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22})}{2}-$$

$$-\sqrt{(\frac{\theta_1(\delta_{11}+\sigma_{11})+\theta_2(\delta_{22}+\sigma_{22})}{2})^2-\theta_1\theta_2((\delta_{11}+\sigma_{11})(\delta_{22}+\sigma_{22})-(\delta_{12}+\sigma_{12})(\delta_{21}+\sigma_{21}))}$$

Очевидно $\lambda_2<\lambda_1$. Тъй като $\theta_1,\theta_2,\delta_{11},\sigma_{11},\delta_{22},\sigma_{22}$ са положителни, λ_2 ще е отрицателно, а λ_1 може да е отрицателно, може и да е положително, в зависимост от големината на подкоренната величина:

Случай 1. $\det A=\theta_1\theta_2((\delta_{11}+\sigma_{11})(\delta_{22}+\sigma_{22})-(\delta_{12}+\sigma_{12})(\delta_{21}+\sigma_{21}))>0$

В този случай $\lambda_2<\lambda_1<0$ и равновесието на системата е глобално стабилно.

Случай 2. $\det A=\theta_1\theta_2((\delta_{11}+\sigma_{11})(\delta_{22}+\sigma_{22})-(\delta_{12}+\sigma_{12})(\delta_{21}+\sigma_{21}))<0$

В този случай $\lambda_2<0<\lambda_1$ и равновесието на системата е седловинно стабилно.

Стабилността на равновесието е върху правата на седлото, уравнението на която за общата линейна динамична система (1),(2) е зададено чрез (16) в приложение II и се получава от него чрез полагането

$$a_{11} = -\theta_1(\delta_{11} + \sigma_{11}),$$

$$a_{12} = \theta_1(\delta_{12} + \sigma_{12}),$$

$$a_{21} = \theta_2(\delta_{21} + \sigma_{21}),$$

$$a_{22} = -\theta_2(\delta_{22} + \sigma_{22}),$$

$$b_1 = \theta_1(\delta_{10} - \sigma_{10}),$$

$$b_2 = \theta_2(\delta_{20} - \sigma_{20}),$$

$$x_1(0) = P_1, \; x_2(0) = P_2 :$$

В резултат на полагането за еквивалентните уравнения

$$\begin{aligned} \dot{P}_1 &= a_{11}P_1 + a_{12}P_2 + b_1 \\ \dot{P}_2 &= a_{21}P_1 + a_{22}P_2 + b_2 \end{aligned} \tag{46}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_1 \\ \dot{P}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \tag{47}$$

с

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \; \mathrm{B} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}, \; P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \tag{48}$$

и

$$\dot{P} = \mathrm{A}P + \mathrm{B} \tag{49}$$

получаваме равновесната права на седлото

$$P_2 = \frac{\lambda_2 - a_{11}}{\lambda_1 - a_{11}} P_1 + \frac{b_1(\lambda_2 - a_{11}) - b_2 a_{12}}{\lambda_1(\lambda_1 - a_{11})} \tag{50}$$

С

$$\lambda_1 = \frac{a_{11} + a_{22}}{2} + \sqrt{\left(\frac{a_{11} + a_{22}}{2}\right)^2 - (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})}$$

$$\lambda_2 = \frac{a_{11} + a_{22}}{2} - \sqrt{\left(\frac{a_{11} + a_{22}}{2}\right)^2 - (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})}$$

получаваме окончателно (51)

$$P_2 = \frac{\frac{a_{11}+a_{22}}{2} - \sqrt{(\frac{a_{11}+a_{22}}{2})^2 - (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} - a_{11}}{\frac{a_{11}+a_{22}}{2} + \sqrt{(\frac{a_{11}+a_{22}}{2})^2 - (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} - a_{11}} P_1 +$$

$$+ \frac{b_1(\frac{a_{11}+a_{22}}{2} - \sqrt{(\frac{a_{11}+a_{22}}{2})^2 - (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} - a_{11}) - b_2 a_{12}}{(\frac{a_{11}+a_{22}}{2} + \sqrt{(\frac{a_{11}+a_{22}}{2})^2 - (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})})(\frac{a_{11}+a_{22}}{2} + \sqrt{(\frac{a_{11}+a_{22}}{2})^2 - (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} - a_{11})}$$

Последното равенство относно P_1 и P_2 е уравнението на «гребена на седлото», което в случая е права линия, по която се движат равновесните траектории. Следователно, седловинното равновесие на пазарите 1 и 2 е стабилно само в случай, че между нивата на цените им P_1 и P_2 се подддържа съотношението (51).

Случая цени-заплати.

Да предположим, първият от разгледаните пазари е пазара на труда с цена P_1, равна на средната работна заплата W, а вторият от разглежданите пазари е пазара на благата с ниво на цените P. Заместваме в (51) и получаваме

$$P = \alpha W + \beta \qquad (52)$$

където $\alpha = \frac{\frac{a_{11}+a_{22}}{2} - \sqrt{(\frac{a_{11}+a_{22}}{2})^2 - (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} - a_{11}}{\frac{a_{11}+a_{22}}{2} + \sqrt{(\frac{a_{11}+a_{22}}{2})^2 - (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} - a_{11}}$,

$$\beta = \frac{b_1(\frac{a_{11}+a_{22}}{2} - \sqrt{(\frac{a_{11}+a_{22}}{2})^2 - (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} - a_{11}) - b_2 a_{12}}{(\frac{a_{11}+a_{22}}{2} + \sqrt{(\frac{a_{11}+a_{22}}{2})^2 - (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})})(\frac{a_{11}+a_{22}}{2} + \sqrt{(\frac{a_{11}+a_{22}}{2})^2 - (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} - a_{11})}$$

Коефициентът α показва скоростта на изменение на цените при изменение на заплатите, понеже $\alpha = \frac{dP}{dW}$, която от своя страна е пропорционална на производителността на труда.

5. Динамика и равновесие на цената в пазар с висока степен на неопределеност.

Цената на една стока в пазарното стопанство се определя от търсенето и предлагането в даден момент от времето, на дадено място и при определени условия за информираност и свобода, в действията на продавача и купувача. На практика, при определянето на цената влияят и редица други фактори, някои от които имат неопределен или случаен характер. Но дори и в случаите когато цената се определя при много коректни отношения на пазара, търсенето и предлагането също имат елемент на случайност, понеже появата на по-големи или по-малки купувачи или продавачи на пазара, както и измененията в номенклатурата на стоките (появата на нови по-привлекателни стоки и производители) въвеждат елементи на неопределеност в търсенето и предлагането. Случаен характер има и поведението на участниците в пазара. Например, дали един гражданин на една страна, в даден момент ще реши да си купи чужда валута, за да пътува в чужбина или ще предпочете да не пътува и да вложи парите си в обзавеждане е твърде субективно и има елементи на неопределеност или случайност. Случайни отклонения в пазарното определяне на валутните курсове предизвиква и появата на валутния пазар на големи купувачи на валута поради необходимостта, от внос на определена стока. Курсът на една валута спрямо друга, е всъщност цената на първата спрямо втората. Поради това определянето на курса на една валута спрямо друга е определянето на една цена. Например определянето на курса на долара относно лева означава, да се посочи колко лева ще струва един долар. От всичко казано дотук става ясно, че цената на дадена стока (например на долара) в български левове примерно в определен момент от времето и на определено място в общия случай е случайна величина. По-нататък ние ще разглеждаме обикновено цени на валутния пазар, макар че разсъжденията, ни ще бъдат в сила за произволен пазар. Нека обаче да отбележим, че факторите, които определят цената (или курса на една валута), са както случайни, така и детерминирани. Ние вече посочихме някои случайни фактори. Детерминираните фактори са свързани главно със състоянието на икономиката на страната. Да не забравяме, че върху цените на валутния пазар влияят или се опитват да влияят и спекуланти, които ако са натрупали големи количества от дадена валута се опитват с психологически или други средства да покачват цената на тази валута. Съвсем не на последно място по важност е влиянието върху цените на валутния пазар, което може да оказва Централната банка. При голямо търсене на дадена валута, което води до повишаване на цената й, Централната банка може да се намеси като пусне на пазара определено количество от нея и да намали цената й. С подобна намеса курса (или цената) на дадена валута може да бъде поддържана близка, до постоянна, което в термините на теорията на вероятностите означава, че цената, разглеждана като случайна величина, ще бъде с малка дисперсия. Дисперсията може да стане равна. на нула**,** което означава, че случайната величина изразяваща цената ще се съсредоточи в една единствена стойност и курса на тази валута ще бъде фиксиран. Както е добре известно, официалният курс на дадена валута може да бъде фиксиран и с други административни мерки. Цената на едно благо, въобще казано, е случайна величина, която зависи от времето и мястото на пазара. Ще предположим, че мястото на пазара е постоянно и ще отчитаме зависимост на цените от случайния фактор и от времето.

Да означим с $\xi_t(\omega)$ цената на едно благо в момента t съответстващата на случайното състояние на света или на природата ω. Тук за определеност може да разглеждаме курса (цената) на долара или на произволна валута спрямо лева. Множеството на всички случайни състояния на света или на природата ще означаваме с Ω. В теорията на вероятностите Ω се нарича множество от елементарни събития. В икономиката приемаме, че това са всички състояния на света или състояния на природата. Цената $\xi_t(\omega)$ е случайна величина зависеща от времето t което се отчита от даден начален момент, т.е. $t > 0$, а това означава, че { $\xi_t(\omega)$ за $\omega \in \Omega$, $t > 0$ } е случаен процес. Във всеки фиксиран момент от времето t, $\xi_t(\omega)$ е случайна величина, а при всяко фиксирано състояние на света ω, $\xi_t(\omega)$ е реална функция на времето t, която обикновено се нарича траектория. За дадено състояние на света ω' цената се изменя по траекторията $\xi_t(\omega')$, а за друго състояние ω'' изменението или движението, става по траекторията $\xi_t(\omega'')$, например.

Въпросът, който интересува изследователите, е какви са свойствата на случайния процес $\xi_t(\omega)$.

Първата известна публикация по този въпрос е на Башелие (Bachalier 1900/1964) през 1900 година. Той предполага, че $\xi_t(\omega)$ е процес на Брауново движение . Това означава, че:

1) $\xi_t(\omega)$ е процес с независими нараствания т.е. за произволни n и $0 < t_0 < t_1 < t_2 < \ldots t_{n-1} < t_n$, случайните величини $\xi_{t_1} - \xi_{t_0}, \xi_{t_2} - \xi_{t_1}, \ldots, \xi_{t_n} - \xi_{t_{n-1}}$ са

независими.

2) $\xi_t(\omega)$ е хомогенен, т.е. разпределението на нарастването $\xi_{t+h} - \xi_t$ зависи само от h, но не и от t което означава, че $P(\xi_{t+h} - \xi_t < x) = P(\xi_h - \xi_0 < x)$ за всяко $x \in (-\infty, +\infty)$.

3) $\xi_t(\omega)$ има нормално разпределение $N(\mu t, \sigma^2 t)$ със средна стойност $E\xi_t = \mu t$ и дисперсия $D\xi = \sigma^2 t$.

Интересно е да отбележим, че математически същия случаен процес служи за описание на движението на прашинка от цветен прашец на колоиден разтвор, явление наблюдавано за първи път от английския естествоизпитател Браун и описано от него в статията му (Brown 1828). По-късно, наблюдаваното от Браун явление влиза в историята на науката под наименованието Брауново движение. Траекторията на движението на наблюдаваната от Браун частица, е начупена линия с причудлива форма, която се получава, както се установява по-късно под въздействието на ударите на молекулите на колоидния разтвор върху частицата. Частицата или прашинката и е значително по-голяма от една молекула, а траекторията й се формира в резултат на ударите на много молекули върху нея. В каква посока и колко ще се придвижи частицата зависи от сумата на силите с които молекулите я блъскат. Казано с други думи, положението на частицата $\xi_t(\omega)$ в даден момент t е случайна величина, която е сума от независимите случайни величини $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_n$ (ударите на молекулите):

$$\xi_t(\omega) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + ... + \varepsilon_n .$$

Тъй като n е голямо число (в един кубически сантиметър има от порядъка на 10^{23} молекули), то разпределението на $\xi_t(\omega)$ се получава приблизително при големи n, т.е. при $n \to \infty$. Ако за случайните величини $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_n, ...$ са в сила условията на централната гранична теорема (например, условието на Линдеберг – Фелер), то след центриране и нормиране може да приемем, че $\xi_t(\omega)$ има нормално разпределение. Може да се покаже, че условието на Линдеберг - Фелер следва от изискването събираемите да бъдат равномерно малки относно сумата. Физичните условия са именно такива: Сумарното въздействие върху частицата е резултат от много независими и равномерно малки относно сумата удари. Въз основа на тези разсъждения можем да приемем, че разпределението на $\xi_t(\omega)$ при Брауновото движение е нормално, което съответства на условие 3).

Аргументите да приемем, че цената, (на дадена валута, примерно) $\xi_t(\omega)$ има нормално разпределение са подобни на тези при движението на брауновата частица. Цената $\xi_t(\omega)$, както бе вече отбелязано се определя от редица независими случайни влияния $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_n, ...$, които й въздействат като я покачват (положителни) или я намаляват (отрицателни), така че в крайна сметка можем да приемем, че тя е сума от голям брой независими и равномерно малки относно сумата събираеми:

$$\xi_t(\omega) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + ... + \varepsilon_n .$$

При тези условия е в сила централната гранична теорема, т.е. $\xi_t(\omega)$ ще има нормално разпределение. Следователно аргументите са съвсем аналогични на тези при брауновото движение. Тук обаче трябва, да бъдем значително по-внимателни, тъй като може да съществува пазар при който събираемите $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_n$ може да не са равномерно малки относно сумата. Възможно е постоянно да се намесва някой значителен фактор, (например Централната банка на валутния пазар) а това ще означава, че събираемите не са равномерно малки относно сумата, което не ни дава основание да приложим централната гранична теорема, и следователно няма да можем да твърдим, че разпределението е нормално. Нарушението на нормалността на разпределението може да се дължи и на съществуването на зависимост между величините $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_n$. Статистически изследвания на определени валутни пазари също показват, че предположение за нормалност може да се окаже неадекватно. В крайна сметка, дали разпределението на $\xi_t(\omega)$ е нормално или не, решаваме в зависимост от особеностите на конкретния пазар.

Ако условията 1), 2) и 3) са в сила, то случайния процес $\xi_t(\omega)$ ще наричаме модел на Башелие.

Случайният процес $\{ \xi_t(\omega),\ t \in T \}$ има определени свойства, които определят динамиката на цената:

I. Разпределението на случайната величина $\xi_t(\omega)$.

Както вече беше споменато по-горе вероятностното разпределение на случайната величина $\xi_t(\omega)$ при определени условия може да се окаже нормално, както това е в случая на процеса на Башалие. Разбира се, има и случаи когато разпределението на тази случайна величина не е нормално. Статистически анализи показват, че „опашката" на разпределението на случайната величина $\xi_t(\omega)$ е „по-тежка" от „опашката" на нормалното разпределение, което означава, че нейното разпределение не може да е нормално. Математически този факт се изразява чрез равенството

$$P(\xi_t(\omega) > x) \approx x^{-\alpha} L(x), \quad x \to \infty$$

което показва, че „опашката" на разпределението $P(\xi_t(\omega) > x)$ е от порядъка $x^{-\alpha}L(x)$ при $x \to \infty$, като $\alpha > 0$, а L е слабо меняща се функция, което означава, че $L(x+y)/L(x) \to 1$ при $x \to \infty$ за всяко $y > 0$. Виж, например Митник и Рачев (Mitnik, Rachev 1993). Разпределения с тежки опашки са изследвани и в (Akrigay, Booth 1988).

II. Стационарност или нестационарност.

Процесът на Башалие е стационарен или хомогенен, което грубо казано означава, че вероятностното разпределение на зависещата от времето случайна величина, не се променя в течение на времето. Много често обаче, финансовите временни редове имат нестационарно поведение, което означава, че има периоди на ниска активност и периоди на висока активност, когато измененията,скоковете в цените идват на гроздове, на клъстъри. (Mandelbrot 1963, Eagle 1982).

III. Степен на корелираност на случайния процес $\xi_t(\omega)$ относно времевите интервали.

В най-упростения случай се предполага, че цената $\xi_{t+s}(\omega)$ в момента $t+s$ не зависи от цената $\xi_t(\omega)$ в момента t. Възможно е, обаче да съществува и висока степен на зависимост (корелираност) между тези случайни величини (Bollerslev 1992). Процесът на Башалие е процес със независими нараствания, което означава ниска степен на зависимост на случайните величини в различни моменти от времето. По-висока е степента на зависимост в процесите на Марков. Процесите с независими нараствания са частен случай на процесите на Марков. Свойството характеризиращо (определящо) един процес на Марков се изразява не строго казано в липса на последействие. По-конкретно, при условие, че примерно, е известен обменния курс на една валута спрямо друга в момента t_0 например $\xi_{t_0}(\omega) = x$, то поведението на курса в бъдеще зависи само от състоянието в настоящия момент t_0, но не и от състоянието на курса $\xi_t(\omega)$ за времето преди това, т.е. за $t < t_0$. С други думи при известно настояще бъдещето и миналото са независими. Всъщност Башелие предполага, че курсът на валутата $\xi_t(\omega)$ е хомогенен процес на Марков с нормално разпределение във всеки момент t. Нека изрично да отбележим, че не винаги е ясно дали е в сила липсата на последействие, за да твърдим, че $\xi_t(\omega)$ е процес на Марков. Поради това и предположението на Башелие се проверява с помощта на статистически тестове.

Обикновено, когато се изследва някакъв процес или явление, както в случая $\xi_t(\omega)$, се започва с твърде ограничителни предположения, които не създават проблеми в техническо отношение. След това стъпка по стъпка условията се отслабват и се разширява кръга на явленията или процесите, които се разглеждат. Така е и в случая, който сега разглеждаме.

Следващата стъпка в отслабването на условията е премахването на условието за нормалност на разпределението 3). Тази стъпка е направена от Фама в статията му Fama 1965. Предположенията на Фама се свеждат до условието, че последователните изменения в курса са независими еднакво разпределени случайни величини. Да предположим, че курса $\xi_t(\omega)$ се изменя в дискретни моменти от времето $t = 0,1,2,\ldots$. Тези дискретни моменти от времето могат да бъдат дни, часове, минути или други цели единици от времето. Стойностите на $\xi_t(\omega)$ може също да се изразяват в цели пунктове.

Изменението на курса $\xi_t(\omega)$ във всеки момент от времето t се дава очевидно от разликата $\xi_t - \xi_{t-1}$, т.е.

$\varepsilon_t = \xi_t - \xi_{t-1}$, за $t = 1,2,\ldots.$

От $\xi_t = \xi_{t-1} + \varepsilon_t$, за $t = 1,2,\ldots.,$ (1)

следва $\xi_t = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 + \ldots + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$, за $t = 0,1,2,\ldots.$ (2)

където $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t, \ldots$ е редица от независими еднакво разпределени случайни величини.

Един случаен процес $\xi_t(\omega)$, $t = 1,2,\ldots.$ се нарича случайно блуждаене, ако за него е в сила представянето (1) за една редица от независими еднакво разпределени случайни величини $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t, \ldots$. Фама всъщност предполага, че процеса на изменението в цените на валутния пазар е случайно блуждаене.

Случайното блуждаене е процес на Марков понеже, ако е известна цената $\xi_{t-1}(\omega)$ в настоящия момент $t-1$, то стойността $\xi_t(\omega)$ на цената в бъдещия момент t зависи само от стойността на цената $\xi_{t-1}(\omega)$ в настоящия момент $t-1$, но не и от стойностите в миналото, поради (1) и независимостта на случайните величини $\varepsilon_0, \varepsilon_1, ..., \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t, ...$.

Обикновено е трудно или невъзможно да се каже предварително дали $\xi_t(\omega)$ е случайно блуждаене или не е. И тук са разработени статистически тестове за проверка на хипотезата $\xi_t(\omega)$ да е случайно блуждаене срещу алтернативата да не е. Съвсем не са редки случаите, когато тази хипотеза се оказва неверна. Причината за това е, че или зависимостта (корелациите) е по-силна от тази на процеса на Марков или случайните изменения не са еднакво разпределени. Затова и разглежданията се правят в още по-общ контекст, когато се допуска още по-силна корелираност, което означава, че се отслабват определящите случайното блуждаене $\xi_t = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 + ... + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$ условия:

I. $\varepsilon_0, \varepsilon_1, ..., \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t, ...$ са еднакво разпределени случайни величини

II. $\varepsilon_0, \varepsilon_1, ..., \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t, ...$ са независими случайни величини.

Всяко от последните две условия може да бъде премахнато или отслабено. Първото от двете условия е премахнато от Грейнджър и Моргенстерн в тяхната публикация (Granger, Morgenstern, 1970) посветена на прогнозирането на цените на акциите на фондовата борса. Премахването на второто условие означава допускането на зависимост от миналото, която е по-силна от зависимостта в един процес на Марков

Ако $\varepsilon_0, \varepsilon_1, ..., \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t, ...$ са независими случайни величини, то $\xi_t = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 + ... + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$ е процес на Марков. По-силна зависимост на цената от миналото се въвежда чрез така наречените авторегресионни временни редове.

Авторегресионен времевен ред от ред p наричаме времевния ред ξ_t, зададен чрез рекурентното равенство

$$\xi_t = \alpha_1 \xi_{t-1} + \alpha_2 \xi_{t-2} + ... + \alpha_p \xi_{t-p} + \varepsilon_t$$

където $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_p$ са неслучайни параметри, а $\varepsilon_0, \varepsilon_1, ..., \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t, ...$ са независими и еднакво разпределени случайни величини. Параметъра p се нарича лаг или влекало. Той показва колко стъпки назад се отчита миналото. Най-простия авторегресионен модел получаваме при наличието на единствен параметър $\alpha_1 = \rho$:

$$\xi_t = \rho\xi_{t-1} + \varepsilon_t$$

Да обърнем внимание на факта, че при $\rho = 1$ авторегресионният процес съвпада със случайното блуждаене. Съществуват статистически тестове за проверка на хипотезата $H_0 : \rho = 1$ т.е. дали ξ_t е случайно блуждаене (Dicky, Fuller 1979, Fairly, Lin 1990)

Авторегресионните модели търпят редица обобщения и обхващат твърде широк клас от временни редове. За тях съществува подробно разработен математически апарат, който се използва често за прогнозиране на цените акциите на борсата или а валутните курсове. Прогнозирането на цените, обаче не е предмет на настоящата работа. Ние ще се ограничим с казаното от Морис Кендал (Kendall, 1953):

"Не е за вярване, че всичко това което казвам или показвам ще разруши илюзията, че външен инвеститор може да направи пари като изиграе пазара: така че нека да го оставим да разчита на собствените си средства."

Редица емпирични изследвания и наблюдения показват, че цената на финансовите активи на борсовите пазари се изменя плавно за определен период от време, след което в някакъв случаен момент от времето реагира шоково, като след взрив в резултат на настъпването на някакво събитие (политическо, икономическо, информационно, природно бедствие и т.н.), след което цената утихва и се изменя плавно до новия взрив и т.н. Такова явление може да се моделира чрез известния в теория на вероятностите процес на случайните взривове (shot noise process). Виж (Chobanov 1999). За математическото описание на този процес, да предположим, че цената $\xi_t(\omega)$ на определено благо или финансов актив се формира в резултат на експлозивни случайни изменения $\Theta_1(\omega,t), \Theta_2(\omega,t), ...\Theta_n(\omega,t), ...$, които стават в случайните моменти от времето $\tau_1(\omega), \tau_2(\omega), ..., \tau_n(\omega), ...$по следната схема: В случайния момент от времето $\tau_1(\omega)$ настъпва някакво събитие, което рязко, подобно на взрив променя условията на пазара, в резултат на което цената скача от някакво ниво прието за нулево, на нивото на случайния процес $\Theta_1(\omega,t)$, където продължава да се изменя по траекторията на този процес, докато в някакъв следващ случаен момент от времето $\tau_2(\omega)$ настъпи някакво друго събитие, което отново рязко, подобно на взрив да промени условията на пазара, в резултат на което цената да скочи, като към нивото на случайния процес $\Theta_1(\omega,t)$, да се добави траекторията на процеса $\Theta_2(\omega,t)$. Върху последната траектория, цената се придвижва до следващото експлозивно изменение, където се добавя нова траектория и така нататък до безкрайност. Математически, описаната процедура може да бъде изразена чрез равеството:

$$\xi_t(\omega) = \sum_{k:\tau_k(\omega)\le t} \Theta_k(\omega, t-\tau_k(\omega)), \qquad (3)$$

където $\Theta_1(\omega,t), \Theta_2(\omega,t), \ldots \Theta_n(\omega,t), \ldots$ са независими, еднакво разпределени случайни процеси, а $\tau_1(\omega), \tau_2(\omega), \ldots, \tau_n(\omega), \ldots$ са точките на един случаен точков процес върху полуправата $[0,\infty)$. По-подробно, равенството (3) може да бъде записано във вида:

$$\xi_t = 0, \qquad \text{ако } 0 \le t < \tau_1$$

$$\xi_t = \Theta_1(t-\tau_1), \qquad \text{ако } \tau_1 \le t < \tau_2$$

$$\xi_t = \Theta_1(t-\tau_1) + \Theta_2(t-\tau_2), \qquad \text{ако } \tau_2 \le t < \tau_3$$

$$\ldots \qquad (4)$$

$$\xi_t = \Theta_1(t-\tau_1) + \Theta_2(t-\tau_2) + \ldots + \Theta_k(t-\tau_k), \text{ако } \tau_k \le t < \tau_{k+1}$$

$\ldots$

Броя на точките от $\tau_1(\omega), \tau_2(\omega), \ldots, \tau_n(\omega), \ldots$, които попадат в множеството A от сигма-алгебрата на Борел $\mathrm{B}([0,\infty))$ върху $[0,\infty)$ да означим с $\nu(\omega, A)$. В сила е представянето:

$$\nu(\omega, A) = \sum_{k=1}^{\infty} \delta_{\tau_k(\omega)}(A), \qquad (5)$$

където $\delta_a(A) = 1$ за $a \in A$ и $\delta_a(A) = 0$ за $a \notin A$.

В частния случай когато $A = [0,t)$ получаваме:

$$\nu_t(\omega) = \nu(\omega,[0,t)) = \sum_{k=1}^{\infty} \delta_{\tau_k(\omega)}([0,t)) = Number\{k : \tau_k(\omega) < t\}, \qquad (6)$$

От (3) и (6) получаваме:

$$\xi_t(\omega) = \sum_{k=1}^{\nu_t(\omega)} \Theta_k(\omega, t-\tau_k(\omega)), \qquad (7)$$

Последното равенство представя цената $\xi_t(\omega)$ като сума от случаен брой случайни величини. Ние ще използваме апарата на характеристичните функции, за да получим свойства на разпределението на цената в зависимост от разпределенията на моментите и големините на скокообразните изменения на пазара. Характеристичната функция на цената $\xi_t(\omega)$ ще означим с $\varphi_t(z)$:

$$\varphi_t(z) = Ee^{iz\xi_t} \qquad (8)$$

За да конкретизираме нашите разглеждания, ще направим следните допълнителни предположения върху разпределенията на големините и моментите на скокообразните изменения на цената.

Ще предположим, че $\Theta_k(t)=\Theta_k(\omega,t)$ за $k=1,2,...$ са независими браунови движения, което означава:

I. $\Theta_k(t)=0$ почти сигурно, за $k=1,2,...$

II. $\Theta_k(t)=\Theta_k(\omega,t)$ за $k=1,2,...$ е стационарен процес със независими нараствания.

III. Плътността на разпределение $p(x,t)$ на $\Theta_k(t)=\Theta_k(\omega,t)$ за $k=1,2,...$ е нормална: $p(x,t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi t}}e^{-\frac{x^2}{2t}}$, а характеристичната и функция е $\Psi_t(z)=Ee^{iz\Theta_k(t)}=e^{-z^2t/2}$

. Предположението, че скокообразното изменение на цената в случайни моменти от времето, е по траекториите на брауново движение, означава, че се предполага висока степен на неопределеност в размера на изменението на цената.

За случайните моменти от времето $\tau_1(\omega),\tau_2(\omega),...,\tau_n(\omega),...$, в които става скокообразното изменение в цената, ще предполагаме, че образуват поасонов точков процес с брояща мярка $\nu(\omega,A)$. В поасоновия точков процес, броя на случайните моменти $\nu_t(\omega)=Number\{k:\tau_k(\omega)<t\}$ попадащи в интервала $[0,\infty)$ има разпределение на Поасон с интензивност λt:

$$P(\nu_t(\omega)=n)=e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^n}{n!},\ n=1,2,...,\ \lambda>0 \qquad (9)$$

За поасоновия процес е в сила свойството: Случайните величини $\nu(\omega,\Delta_1),\nu(\omega,\Delta_2),...,\nu(\omega,\Delta_n)$ са независими за произволен набор от непресичащи се интервали от време $\Delta_1,\Delta_2,...,\Delta_n$. Характерна особеност на поасоновия точков процес е високата степен на „разбърканост”, на хаотичност на точките, което във физиката означава висока ентропия или хаос и служи за моделиране на разреден или идеален газ, в който частиците или си взаимодействат слабо или въобще не си взаимодействат. В разглеждания от нас случай, предположението, че случайните моменти от времето $\tau_1(\omega),\tau_2(\omega),...,\tau_n(\omega),...$, в които става скокообразното изменение в цената, образуват поасонов точков процес означава, че тези моменти се появяват съвсем хаотично, с висока степен на неопределеност.

Резюмирайки, можем да кажем, че предположението, че скокообразното изменение на цената в случайни моменти от времето, е по траекториите на ***брауново движение***, а случайните моменти от времето в които става това изменение представляват ***поасонов точков процес*** означава, че се предполага ***висока степен на неопределеност на пазара и на изменението на цената***.

За да изследване на свойствата на цената $\xi_t(\omega)$ в пазар с висока степен на неопределеност, ще пресметнем характеристичната функция и $\varphi_t(z)$:

Теорема Ако $\Theta_k(t) = \Theta_k(\omega,t)$ за $k = 1,2,...$ са независими браунови движения, случайните моменти от времето $\tau_1(\omega), \tau_2(\omega),...,\tau_n(\omega),...$, в които става скокообразното изменение в цената образуват поасонов точков процес с интензивност λt, то

$$\varphi_t(z) = Ee^{iz\xi_t} = \exp\{\frac{2\lambda}{z^2}(1-e^{-z^2t/2}) - \lambda t\}$$

Доказателство. Пресмятането на характеристичната функция $\varphi_t(z)$ на цената $\xi_t(\omega)$, по дефиниция равна на $\varphi_t(z) = Ee^{iz\xi_t}$, ще направим, като използваме представянето (7) на $\xi_t(\omega)$ като сума от случайни величини. Прилагаме формулата за пълната вероятност и използваме следните свойства на поасоновия процес и брауновото движение:

I. Условното разпределение на положенията на точките в един поасонов точков процес при условие, че в интервала от време $(0,t)$ са попаднали n точки, е като разпределенията на n независими и равномерно разпределени в интервала от време $(0,t)$, случайни величини, което математически може да бъде затисано, като:

$$P(\tau_j \in ds / \upsilon_t(\omega) = n) = \frac{ds}{t}$$

II. Характеристичната функция на $\Theta_k(t) = \Theta_k(\omega,t)$ е тази на нормалното разпределение, което в математически означения се записва, като:

$$E(\exp(iz\Theta_k(\omega,t))) = \exp(-\frac{z^2t}{2})$$

$$\varphi_t(z) = Ee^{iz\xi_t} = E(\exp(iz\xi_t)) = E(\exp(iz(\sum_{j=1}^{\nu_t(\omega)}\Theta_j(\omega, t-\tau_j(\omega))))) =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty}(E(\exp(iz\sum_{j=1}^{n}\Theta_j(\omega, t-\tau_j(\omega))/(\upsilon_t(\omega)=n))))P(\upsilon_t(\omega)=n) =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty}(\prod_{j=1}^{n}E(\exp(iz\Theta_j(\omega, t-\tau_j(\omega))/(\nu_t(\omega)=n)))(\frac{(\lambda t)^n}{n!}\exp(-\lambda t)) =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty}(\prod_{j=1}^{n}(\int_0^t E(\exp(iz\Theta_j(t-s))\frac{ds}{t})(\frac{(\lambda t)^n}{n!}\exp(-\lambda t)) =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty}(\frac{1}{t}\int_0^t \exp(-\frac{z^2(t-s)}{2})ds)^n(\frac{(\lambda t)^n}{n!}\exp(-\lambda t)) =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty}(\frac{2}{z^2 t}\int_0^t \exp(-\frac{z^2(t-s)}{2})d(-\frac{z^2(t-s)}{2}))^n(\frac{(\lambda t)^n}{n!}\exp(-\lambda t)) =$$

$$= (\exp(-\lambda t))\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{2}{z^2 t}\exp(-\frac{z^2(t-s)}{2})\Big|_{s=0}^{t})^n\frac{(\lambda t)^n}{n!} =$$

$$= (\exp(-\lambda t))\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{2}{z^2 t}(1-\exp(-\frac{z^2 t}{2})))^n\frac{(\lambda t)^n}{n!} =$$

$$= (\exp(-\lambda t))\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{2\lambda}{z^2}(1-\exp(-\frac{z^2 t}{2})))^n\frac{1}{n!} =$$

$$= (\exp(-\lambda t))(\exp(\frac{2\lambda}{z^2}(1-\exp(-\frac{z^2 t}{2}))) = \exp(\frac{2\lambda}{z^2}(1-\exp(-\frac{z^2 t}{2}))-\lambda t)$$

Глава 5.
Равновесна статика и динамика на макроикономическите пазари в отвореното стопанство.

1. Динамиката на стопанският цикъл и зародишите на растежа.

Стопанската система функционира повтаряйки ***вечния цикъл***: ***Предприятията произвеждат определени количества блага Y, които на цени P чрез транзакционните механизми на пазара, се превръща в доход PY на домакинствата, които плащат данък T на държавата, потребяват C и спестяват S от него:***

$$Y = PY = T + C + S \tag{1}$$

Как дохода Y ще бъде разпределен за данъците T, за потреблението C, и каква част ще остане за спестяването S ще зависи от склонностите на стопанския субект за плащане на данъци, за потребление и за спестяване.

Силата, която движи този сложен процес, горивото в мотора на ***стопанския цикъл***, са ***интересите, мотивите на стопанските субекти да извършават или да не извършват определени дейности или действия*** в този цикъл. Интересите, мотивите на стопанските субекти са закодирани в нормите им на поведение, в психологическите ***закономерности на човека и намират явен израз в крайна сметка в склонността стопанския субект да извършва или да не определена стопанска дейност***.

Математически склонността за плащането на данъците T, за потреблението C и за спестяването S се измерват от съответните маргиналните склонности: за плащане на данъци τ за потребление c и за спестяване s, дефинирани чрез равенствата:

$$\tau = \frac{dT}{dY} \tag{2}$$

$$c = \frac{dC}{dY} \tag{3}$$

$$s = \frac{dS}{dY} \tag{4}$$

$$\tau + c + s = 1 \tag{5}$$

Склонността за извършване на определена стопанска дейност от стопански субект се разглежда в ***средно-статистически смисъл,*** което означава, че тя се измерва с ***вероятността на събитието стопанският субект да извърши определена***

стопанска дейност. Поради непредвидимостта в поведението на стопаските субекти, ***икономическите величини на микро ниво са в общия случай случайни величини***.

Данъците T, потреблението C, и спестяването S на едно конкретно избрано домакинство са случайни величини понеже се влияят от много непредвидими или трудни за предвиждане фактори, а много често и самото домакинство не е наясно как да разпредели дохода си Y на тези три компоненти, определящи използването му.

Преминаването от микро ниво към макро ниво в икономиката става чрез агрегиране, сумиране или усредняване икономическите величини на микроикономическо ниво.

Макроикономическите величини са агрегираните суми или средните стойности на съответните микроикономически величини.

На макроикономическо ниво можем да разглеждаме сумарно общия доход Y, общо данъците T, общото потребление C, и общото спестяване S или съответните средни стойности отнесени за цялото стопанство. Поради това и закономерностите, които формулираме на макроикономическо ниво ще се отнасят или за агрегирани или за средни величини.

Полученият от едно домакинство доход Y се разпределя на микро ниво по следния начин: Част от дохода Y се отделя за плащане на данъците T, а останалата част се разпределя за потреблението C и спестяването S, т.е. : $Y = T + C + S$.

Как дохода Y ще бъде разпределен за данъците T, за потреблението C, и каква част ще остане за спестяването S ще зависи от маргиналните склонности: за плащане на данъци τ, за потребление c и за спестяване s, които ще определят и количествата на тези величини на макро ниво. ***Разпределението на дохода*** Y ***за данъците*** T***, за потреблението*** C ***и за спестяването*** S ***представлява първичен генератор за икономически растеж***, понеже ***спестяванията и данъците*** могат да се ***инвестират.*** Именно поради това и въпросът, от какво зависи потреблението и съответно спестяването е занимавал икономистите от край време. Виж, примерно (Felderer, Homburg 1999).

Основната хипотеза на кейнсианската теория гласи, че ***реалното потребление*** C зависи от ***реалния доход*** Y, като математически тази зависимост се изразява чрез ***функцията на потреблението*** $C = C(Y)$. В тази хипотеза има здрава житейска логика поради простата причина, че за да бъде потребявано нещо, то трябва реално да съществува, т.е. да е произведено и да бъде предложено за потребление и доходът да е реално получен. Тази каузална зависимост на потреблението C от дохода Y, обаче не може да бъде обяснена от гледна точка на неокласическата теория, понеже в модела на Валрас, търсенето и предлагането както на благата така и на факторите на производство се определят, планират едновременно и в зависимост единствено от цените им. Следователно, в неокласическата схема, търсенето за потребление C, предлагането на труд, определящо до голяма степен дохода Y се определят едновременно в зависимост от предпочитанията и сигналите определящи цените и макар че потреблението C и дохода Y са свързани от бюджетното ограничение, оттук не следва съществуването на каузално определена зависимост на C от Y. Зависимостта на C от Y не означава, че доходът Y е единственият фактор, който определя потреблението C. Самият Кейнс в своята „Обща теория" посочва много други фактори, които биха могли да окажат влияние върху формирането на потреблението C. Сред тях е и лихвата i, която според класическата и неокласическата теория играе основна роля при определянето на потреблението. В тази връзка, Кейнс отбелязва, че: „Няма да се намерят много хора, които ще променят начина си на живот затова, че лихвата е паднала от 5 на 4 процента." Практиката показва, че лихвата не влияе директно върху потреблението. Тя обаче може да влияе върху потреблението индиректно, като вторичен фактор, например чрез увеличаване или намаляването на някои фактори на производство, а оттам и на дохода, което е схващане не само на кейнсиацитe, но и на неокласиците.

Характерните особености на функцията на потреблението $C = C(Y)$ се основават на една закономерност в психологията на хората, която Кейнс формулира в своята „Обща теория" по следния начин:

„Под въздействието на основен психологически закон, хората по правило, средно-статистически са предразположени при нарастването на дохода Y да повишават потреблението си, макар и не във същата степен в която се е повишил дохода"

В математически термини, това означава, че маргиналната склонност към потребление е строго между нула и единица:

$$0 < c = \frac{dC}{dY} < 1$$

Както при потреблението, нарастването на дохода, средно статистически ще доведе до нарастването на спестяваниията, т.е. $S = S(Y)$ е растяща функция на Y, т.е.

$$s = \frac{dS}{dY} = S'(Y) \geq 0$$

Основното бюджетно ограничение $Y = T + C + S$ за разпределение на дохода Y ни показва, че след плащането а данъците T и разходите за потребление C, остават спестяванията S. Част от спестяванията могат да бъдат заделени за по-късно потребление. Основната част спестяванията обаче обикновено се влага в икономически механизми с цел умножаването им чрез положителна възвръщаемост. Именно тези вложения се превръщат в инвестиции. Какво да прави със спестяванията си, решава домакинството, което ги притежава. Възможно е, домакинството просто да ги задържи, да ги „замрази" за известно време и по-късно да реши как да ги използва: за потребление или за инвестиране. Решението на едно домакинство, дали да задържи част от спестяванията извън стопанския цикъл или да ги превърне изцяло в инвестиции се взема на микроикономическо ниво и има субективен характер, независимо от това дали е рационално или нерационално. То има обаче макроикономически последствия, които могат да стимулират или да възпират стопанския цикъл. От макроикономическа гледна точка е най-добре, всички спестявания S да се превърнат в инвестиции I, т.е. $S = I$. Тогава естествено възниква въпроси, от какво зависи и как би могло да се стимулира търсенето за инвестиране I. Въобще казано, търсенето за инвестиране I е случайна величина, която зависи от редица случайни фактори. Освен случайните фактори, върху формирането на търсенето за инвестиране влияят и други детерминирани фактори. ***Основният мотив, който определя търсенето за инвестиране е нормата на възвръщаемост на инвестицията***. Конкретизирайки основния мотив на търсенето за инвестиране, един спестител ще реши да инвестира, т. е. да превърне в даден капитал част или всичките си спестявания в зависимост от възвръщаемостта на капитала. Най-популярният и прост начин за ***умножаването на капитала*** K е влагането му в банка. При лихва i, в края на първата година капиталът ще стане $K_1 = (1+i)K$, в края на втората година към капитала ще бъде добавен още $K_2 = (1+i)^2 K$ и т.н., в края на n - тата година още $K_n = (1+i)^n K$, като общата стойност на получения в края на n - тата година капитал K' сумарно ще бъде равен на:

$$K' = K_1 + K_2 + .. + K_n \qquad (6)$$

$$K' = K((1+i) + (1+i)^2 + ... + (1+i)^n) \qquad (7)$$

Да предположим сега, че сме вложили този капитал не в банка, а сме то инвестирали, като сме закупили производствени мощности, които всяка от следващите n години ни носят съответни годишни нетни приходи $Q_1, Q_2, ..., Q_n$, което общо в края на n - тата година носи общ нетен приход

$$Q' = Q_1 + Q_2 + .. + Q_n \qquad (8)$$

Ако $Q' > K'$ (или $\frac{Q'}{K'} > 1$), то ние естествено ще предпочетем да инвестираме в производствените мощности, вместо да държим парите в банка, но ако $Q' < K'$ (или $\frac{Q'}{K'} < 1$), то ще постъпим обратно. За да можем да сравняваме двете възможности по години, образуваме съответните отношения по години: $\frac{Q_1}{K_1}, \frac{Q_2}{K_2}, ..., \frac{Q_n}{K_n}$. Очевидно

$$\frac{Q_1}{K_1} = \frac{Q_1}{K(1+i)}$$

$$\frac{Q_2}{K_2} = \frac{Q_2}{K(1+i)^2}$$

$$\dots \qquad (9)$$

$$\frac{Q_n}{K_n} = \frac{Q_n}{K(1+i)^n}$$

Ако $\frac{Q_1}{K_1} + \frac{Q_2}{K_2} + ... + \frac{Q_n}{K_n} > 1$, то ще предпочетем производствените възможности пред банката. Ако $\frac{Q_1}{K_1} + \frac{Q_2}{K_2} + ... + \frac{Q_n}{K_n} = 1$, то производствената капитализация ще бъде равнопоставена на банковия влог. В този случай имаме

$$\frac{Q_1}{K(1+i)} + \frac{Q_2}{K(1+i)^2} + ... + \frac{Q_n}{K(1+i)^n} = 1$$

Следователно

$$K = \frac{Q_1}{(1+i)} + \frac{Q_2}{(1+i)^2} + ... + \frac{Q_n}{(1+i)^n} \qquad (10)$$

В последното равенство, лихвата играе ролята на база за сравняване на възвръщаемостта на капитала. Тя ни дава идея за следната дефиниция:

Ако предположим, че инвестираме едно спестяване, като закупим производствени мощности, капитал на стойност K, който n години носи годишни нетни приходи $Q_1, Q_2, ..., Q_n$, то стойността r получена като решение на уравнението

$$K = \frac{Q_1}{(1+r)} + \frac{Q_2}{(1+r)^2} + ... + \frac{Q_n}{(1+r)^n} \quad (11)$$

наричаме ***маргинална производителност на капитала***.

Дефиниционното равенство (11) показва формално математически, че ***маргиналната производителност на капитала*** r ***намалява с нарастването на обема на капитала*** K. Икономическото обяснение на този феномен е, че първоначално се реализират инвестициите, които са с най-голяма възвръщаемост, като за по-нататъшните инвестиции остава капитал с по-малка възвръщаемост и се проявява тенденция на насищане, докато накрая капитала с ай-ниската възможна възвръщаемост.

Маргиналната производителност на капитала дава възможност на един потенциален инвеститор да взема решение, дали да инвестира в капитал с маргинална производителност r, или да вложи парите си в банка с лихва i. Рационално действащите стопански субекти при $r > i$ предпочитат капиталовата инвестиция, а при $r < i$ - банката. Това означава, че зависимостта на търсенето за инвестиране $I = I(i)$ от лихвата i е отрицателна. Високата лихва намалява инвестициите, понеже ги насочва към банките и обратно, ниските лихви ги връщат към инвестиране в капиталови активи. Математически, това означава, че $I = I(i)$ ***е намаляваща функция*** и производната и е отрицателна:

$$\frac{dI}{di} < 0 \quad (12)$$

Отрицателната зависимост на търсенето за инвестиране I от лихвата i е основа за провеждане на съответна икономическа политика, например намаляване на лихвата с цел оживяване на стопанската дейност. Нека изрично да отбележим обаче, че тази зависимост е в средно статистически смисъл и търсенето за инвестиции се формира под въздействието и на други фактори, като например психологически въздействия, очаквания, риск и т.н.

Агрегираното търсене на блага в едно национално стопанство е израз на желанието на определени стопански субекти да притежават блага. Желанието, независимо от това дали е основано на действителни потребности или на прищевки, не е достатъчно за придобиване на блага. Необходимо е тези блага, които се търсят, да ги има, да се предлагат и търсещите да имат покупателната сила да ги купят. ***Ефективното агрегирано търсене на блага*** $Y^{(d)}$ според Кейнс е сумата от търсенето на блага за (частно) потребление $C = C(Y)$, на търсенето за потреблението на обществени блага (държавни разходи) G и на търсенето за инвестиране I: $Y^{(d)} = C(Y) + I + G$. Замествайки в последното равенство $C(Y) = C_{aut} + cY$, където $c = \dfrac{dC}{dY}$, получаваме:

$$Y^{(d)} = C_{aut} + cY + I + G \qquad (13)$$

Ефективното агрегирано търсене на блага $Y^{(d)}$ се удовлетворява от предлагането Y, когато

$$Y^{(d)} = Y \qquad (14)$$

Какъв доход Y е необходим, за да удовлетвори, следователно и да уравновеси ефективното агрегирано търсене на блага $Y^{(d)}$, намираме като заместим (14) в (13) и решим относно Y уравнението

$$Y = C_{aut} + cY + I + G \qquad (15)$$

Получаваме последователно:

$$Y - cY = C_{aut} + I + G$$

$$Y(1-c) = C_{aut} + I + G$$

$$Y_0 = \frac{1}{1-c}(C_{aut} + I + G) \qquad (16)$$

Последното равенство показва, че при зададени c, C_{aut}, I, G, доходът Y_0, необходим, за да удовлетвори търсенето $Y^{(d)}$ се пресмята чрез (16) и зависи от величините c, C_{aut}, I, G. Този резултат на кейнсианската школа противоречи на неокласическата теория, понеже според теоремата на Сей, всяко предлагане намира своето търсене на съответното ценово равнище, а предлагането и получавания оттам доход Y се определя от производствената функция $Y = f(N)$, основно от предлагането на труд N и се удовлетворява на трудовия пазар, поради което и според неокласическата теория не може да съществува (принудителна) безработица. На практика обаче принудителна безработица съществува и се обяснява от кейнсианската теория с възможността Y_0, да не съвпада с дохода при пълна заетост Y_f, което ще означава

$$Y_0 < Y_f \qquad (17)$$

При $Y_0 < Y_f$ производството и заетостта биват подтискани поради недостатъчно ефективно търсене, при това, независимо от реалната заплата $\frac{W}{P}$, която може и да е достигнала равновесното си ниво при пълна заетост $(\frac{W}{P})_f$.

Равенството (16) определя нивото на равновесния доход Y_0 при зададени величини c, C_{aut}, I, G, като по този начин решава един проблем на ***равновесната статика***. Естествено изглежда обаче да си поставим въпроса, как ще се промени равновесния доход Y_0, ако променят се някои от определящите го величини c, C_{aut}, I, G, като по този начин преминем към ***сравнителната статика***. При фиксирани автономното потребление C_{aut} и държавни разходи G, ще разгледаме влиянието на маргиналната склонност към потребление c и на инвестициите I върху дохода Y_0. Маргиналната склонност към потребление c влияе върху Y_0 чрез израза $\frac{1}{1-c}$, който се нарича мултипликатор на дохода и се означава с μ, понеже мултиплицира, умножава дохода:

$$\mu = \frac{1}{1-c} \tag{18}$$

Замествайки (12) в (10) ще получим

$$Y_0 = \mu(C_{aut} + I + G) \tag{19}$$

Едно безкрайно малко изменение dI на инвестициите I ще доведе до съответно безкрайно малко изменение dY_0 на дохода Y_0, като връзката между тях ще се получи чрез вземане на пълен диференциал от двете страни на равенството (19):

$$dY_0 = \mu dI \tag{20}$$

В последното равенство, диференциалите dY_0 и dI могат да бъдат заменени с разликите (нараствания, изменения), съответно равни на ΔY и ΔI:

$$\Delta Y = \mu \Delta I \tag{21}$$

Производството, получаването на дохода Y, разделянето му на потребление и инвестиции е един итеративен процес, който ще опишем по-подробно. Нека да предположим, че в първия цикъл имаме:

$$\Delta Y_1 = \mu \Delta I_1 \tag{22}$$

Нарастването на дохода ΔY_1 се използва за потребление, като

$$(1-c)\Delta Y_1 = \Delta I_2 \tag{23}$$

от него се инвестира. Заместваме ΔI_2 от (23) в (21) и получаваме:

$$\Delta Y_2 = \mu(1-c)\Delta Y_1 = c\Delta Y_1 \tag{24}$$

На следващата итерация имаме $\Delta Y_3 = c^2 \Delta Y_1$, а на n - тата итерация $\Delta Y_n = c^{n-1}\Delta Y_1$.

Общият краен доход Y е сумата от нарастванията:

$$Y = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n = \sum_{n=1}^{\infty} c^{n-1}\Delta Y_1 = \Delta Y_1 \sum_{n=1}^{\infty} c^{n-1} = \Delta Y_1 \frac{1}{1-c} = \mu \Delta Y_1$$

Следователно

$$Y = \mu \Delta Y_1 \tag{25}$$

Последното равенство показва, че дохода се умножава със същия мултипликатор с който се умножават и инвестициите.

Зародишите на растежа са заложени в основното тъждество на отвореното стопанство

$$Y = C + S + T + NEx \tag{26}$$

и в поведението на стопанските субекти изразяващо се в техните склонности към потребление, към спестяване, към плащане на данъци, към търговия, обмен с останалия свят (нетен износ). Отчитайки, че

$$S = I = \dot{K} \tag{27}$$

$$T = G \tag{28}$$

получаваме

$$Y = C + I + G + NEx \tag{29}$$

Стопанският цикъл е първичен генератор на растежа. Той е в основата на моделите на растежа, на които няма да се спираме тук.

2. Макроикономическо измерение в поведението на стопанските субекти в отделните сектори на стопанската система. Равновесна статика и динамика на трудовия и на капиталовия пазар.

Стопанските субекти принадлежат и/или извършват стопански дейности в някои следните сектори на системата на отвореното стопанство: домакинства (H), предприятия (E), държава (G), капиталов сектор(K), чужбина (ROW). Равновесието на макроикономическите пазари се формира като резултат от поведението на средно-статистическия стопански субект в отделните сектори.

Поведението на предприятията

Предприятието планира да получи номинална печалба π - изразена в парични мерни единици за определен период от време, като разликата между приходите от оборота PY и разходите за труд WN и капиталовите разходи $K^{(d)}$:

$$\pi = PY^{(s)} - WN^{(d)} - iK^{(d)} \qquad (1)$$

като сме означили с:

P - цена на благата

$Y^{(s)}$ количеството на предлаганата продукция

W - цената на труда, т.е. работната заплата

i - цената на капитала, т.е. лихвата

$N^{(d)}$ - количеството необходим труд, изразен в брой работни единици

$K^{(d)}$ - количество на търсения за производство капитал

В общия случай, от неокласическа гледна точка, продукцията Y се получава от вложения труд N и вложения капитал K чрез производствената функция F :

$$Y = F(N, K) \qquad (2)$$

При предположение, че

$$\frac{\partial F}{\partial N} > 0 \text{ и } \frac{\partial F}{\partial K} > 0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial N^2} < 0 \text{ и } \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0 \qquad (4)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial N \partial K} = \frac{\partial^2 F}{\partial K \partial N} = 0 \qquad (5)$$

Замествайки (2) в (1) получаваме

$$\pi = PF(N, K) - WN^{(d)} - iK^{(d)} \qquad (6)$$

Максимума на печалбата π относно променливите N и K намираме чрез диференциране и приравняване на нула на частните производни относно тези променливи:

$$\frac{\partial \pi}{\partial N} = P\frac{\partial F}{\partial N} - W = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = P\frac{\partial F}{\partial K} - iP = 0$$

Решенията на последните две уравнения ни дават следните условия за оптималното количество труд и капитал, които трябва да се вложат, за да се получи максимална печалба:

$$\frac{\partial F}{\partial N} = \frac{W}{P} \tag{7}$$

$$\frac{\partial F}{\partial K} = i \tag{8}$$

Израза $\frac{\partial F}{\partial N}$ наричаме ***маргинална производителност на труда***, а $\frac{\partial F}{\partial K}$ - ***маргинална производителност на капитала***.

Равенствата (7) и (8) показват, че за постигането на максимална печалба е необходимо маргиналната производителност на труда да е равна на реалната работна заплата, а маргиналната производителност на капитала - на лихвата.

Вземайки диференциал от двете страни на (7) получаваме последователно:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial N^2} dN = d(\frac{W}{P})$$

$$\frac{dN}{d(\frac{W}{P})} = \frac{1}{\frac{\partial^2 F}{\partial N^2}} < 0 \tag{9}$$

Дясната страна на равенството (9) е отрицателна поради (4). Отрицателната лява страна на (9) означава, че количеството (на търсенето) на труд $N = N^{(d)}$ е намаляваща функция на реалната работна заплата $\frac{W}{P}$, което записваме по следния начин:

$$N^{(d)} = N^{(d)}(\underset{(-)}{\frac{W}{P}}) \tag{10}$$

Вземайки диференциал от двете страни на (8) получаваме последователно:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} dK = di$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} \frac{dK}{dI} \frac{dI}{di} = 1$$

Тъй като $I = K - K_0$, то $dI = dK$. Следователно

$$\frac{dI}{di} = \frac{1}{\frac{\partial^2 F}{\partial K^2}} < 0 \tag{11}$$

Дясната страна на равенството (11) е отрицателна поради (4). Отрицателна лява страна на (11) означава, че инвестициите I са намаляваща функция на лихвата i, което записваме:

$$I = I(\underset{(-)}{i}) \tag{12}$$

Фигурите 1 и 2 онагледяват съответно факта, че нарастването на реалната работна заплата води до нарастването на търсенето на труд, а нарастването на лихвата – до намаляване на инвестициите.

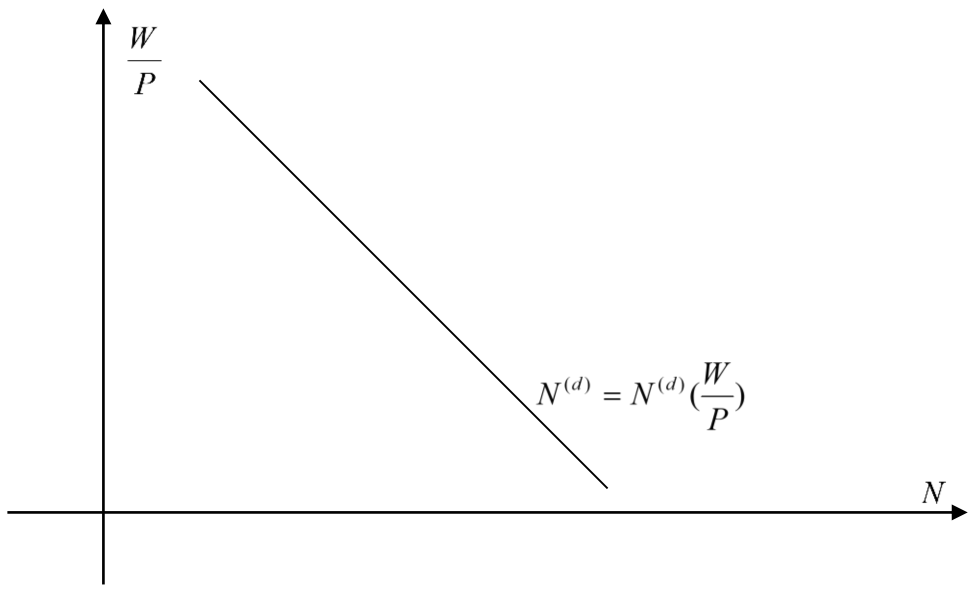
Предприятията произвеждат и предлагат благата $Y^{(s)} = Y = F(N, K)$. При постоянно количество на вложения капитал $\overline{K}$, предлаганата продукция $Y^{(s)}$ ще зависи от количеството на търсенето на труд $N^{(d)} = N^{(d)}(\frac{W}{P})$. Следователно

$$Y^{(s)} = F(N^{(d)}(\frac{W}{P}), \overline{K}) \tag{13}$$

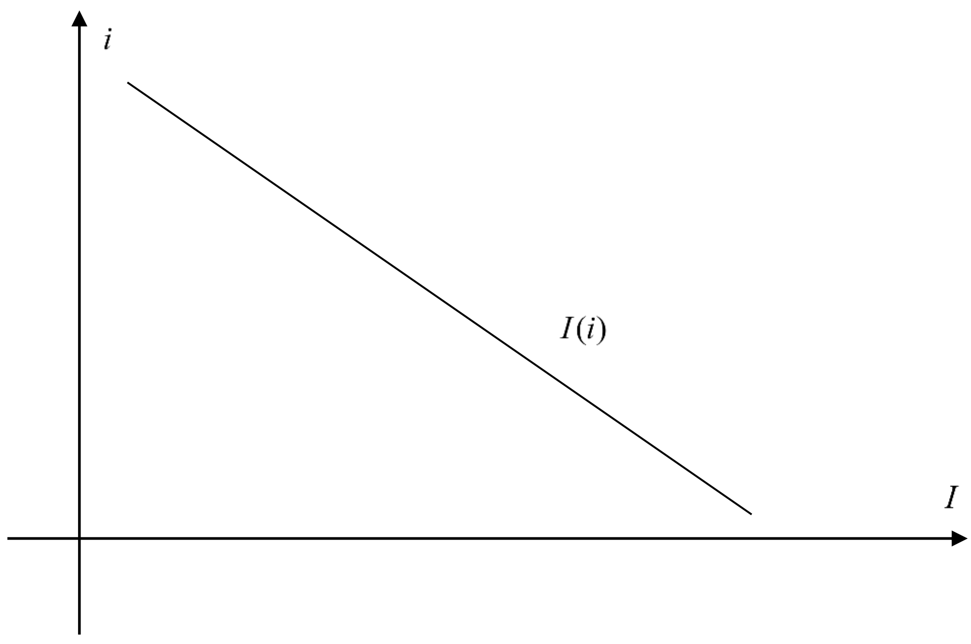
От (4), (10) и (13) заключаваме, че

$$Y^{(s)} = Y^{(s)}(\underset{(-)}{\frac{W}{P}}) \tag{14}$$

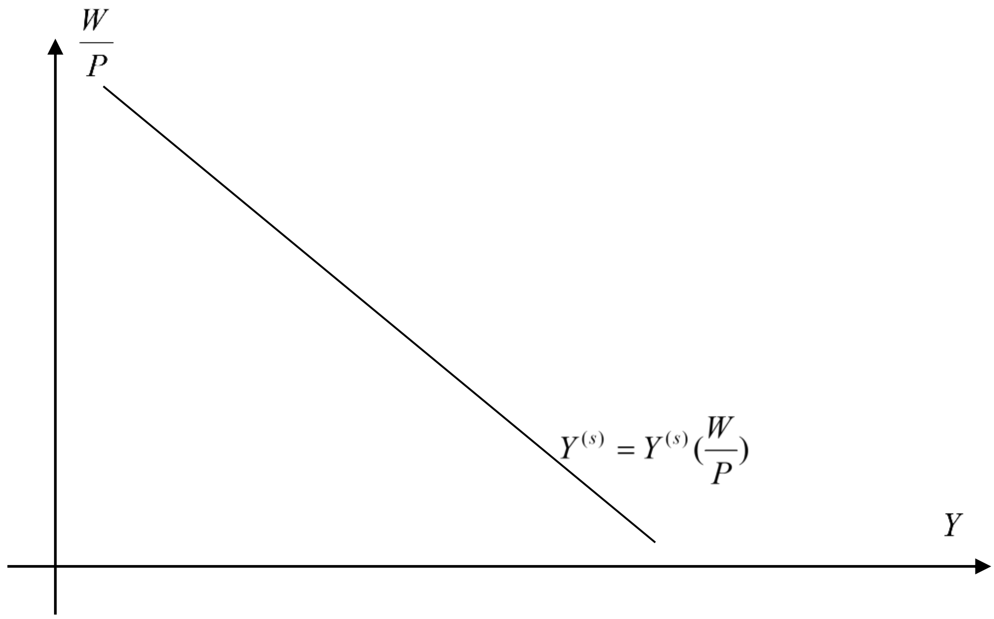
Съотношението (14) е онагледено на фигура 3. То означава, че нарастването на реалната работна заплата води до намаляването на количеството на предлаганата продукция.



Фигура 1. Търсенето на труд от предприятията в зависимост от реалната работна заплата.



Фигура 2. Търсенето на инвестиции от предприятиятя в зависимост от лихвата.



Фигура 3. Предлагането на произведена продукция в зависимост от реалната работна заплата.

Поведението на домакинствата

Средно статистическото домакинство в своето поведение се стреми да получи възможно най-голям номинален доход PY максимизирайки съотношението:

$$PY = WN^{(s)} + iK^{(s)} + \pi \qquad (15)$$

където P е нивото на цените, W - работната заплата, $N^{(s)}$- предлагането на труд, i - лихвата, $K^{(s)}$- предлагането на капитал, π печалбата на предприятията. Домакинствата получават печалбата на π предприятията, формирана в съответствие с формулата (1), понеже те са собственици на предприятията.

Величината $Y = Y^{(d)}$ в равенството (15) има смисъл на ***планиран търсен доход***, а $Y = Y^{(s)}$ има смисъла на ***планирана предлагана продукция***. Ако плановете на търсещите и предлагащите стопански субекти съвпадат, то:

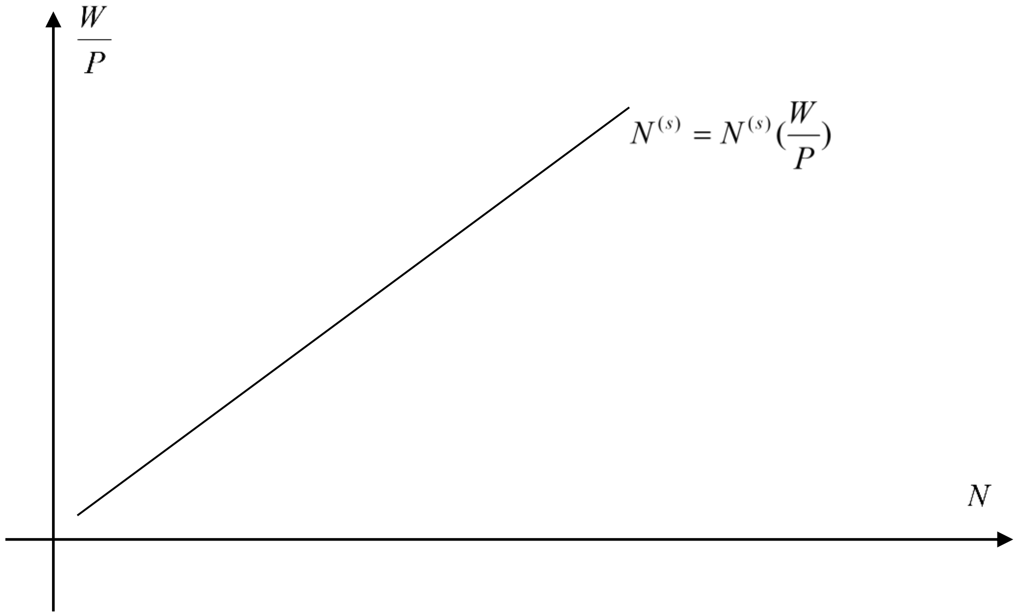
$$Y^{(d)} = Y^{(s)} = Y \qquad (16)$$

Ако дадено домакинство предложи едно маргинално (допълнително) количество $dN^{(s)}$ единици труд при реална заплата $\frac{W}{P}$, то ще получи маргинално (допълнително) количество от dY единици доход:

$$dY = \frac{W}{P} dN^{(s)} \qquad (17)$$

С нарастването на работната заплата $\frac{W}{P}$ ще нарасне според (17) и допълнителният доход dY на домакинството, което означава, че ще нарасне неговата полза. Нарастването на ползата, според аксиомата за собствената полза, мотивира домакинствата да увеличават предлагането на труд $dN^{(s)}$, което означава, че ***функцията на предлагането на труд*** $N^{(s)} = N^{(s)}(\frac{W}{P})$ ***е растяща относно реалната работна заплата*** $\frac{W}{P}$ (виж фигура 4):

$$N^{(s)} = N^{(s)}(\underset{(+)}{\frac{W}{P}}) \tag{18}$$



Фигура 4. Предлагането на труд в зависимост от реалната работна заплата.

Домакинството разпределя дохода си Y за потребление C и за спестяване S, което може да се разглежда като възможност за бъдещо потребление:

$$Y = C + S \tag{19}$$

Според ***неокласическата теория***, решението но домакинството, каква част от дохода си Y да използва за потребление C и каква част S да спести, ***зависи единствено и само от лихвата*** i. Тъй като при по-висока лихва, домакинството има по-голяма полза да спестява и обратно, при пониска лихва, ползата му е по-малка, това ще означава, че спестяването S ще е растяща функция $S(i)$ на лихвата i:

$$S = S(\underset{(+)}{i}) \qquad (20)$$

Тъй като според равенството (11) потреблението C допълва спестяването S до дохода Y, то потреблението C ще бъде намаляваща функция $C(i)$ на лихвата i:

$$C = C(\underset{(-)}{i}) \qquad (21)$$

Домакинството инвестира спестяването S, като го превръща в капитал $K^{(s)}$:

$$K^{(s)} = S \qquad (22)$$

Чрез заместване на (19) и (22) в (15) получаваме следния баланс на дохода и разпределението му от домакинството:

$$PC + PS = WN^{(s)} + iK^{(s)} + \pi \qquad (23)$$

Кръговратът на взаимодействието между секторите.

Кръговратът на взаимодействието между секторите на стопанската система се описва от равенството (1), което задава производството на благата и от равенството (23), което определя разпределението на произведените блага за потребление и спестяване, както и капитализацията на спестяванията. Цикълът производство – разпределение – потребление или инвестиране в производството и отново производство, се затваря, ако заместим печалбата π от (1) в (23): $PC + PS = WN^{(s)} + iK^{(s)} + PY^{(s)} - WN^{(d)} - iK^{(d)}$

Разместването на членовете на последното равенство ни води до:

$$P(C + S - Y^{(s)}) + W(N^{(d)} - N^{(s)}) + i(K^{(d)} - K^{(s)}) = 0$$

В последното равенство полагаме $Y^{(d)} = C + S$ и получаваме

$$P(Y^{(d)} - Y^{(s)}) + W(N^{(d)} - N^{(s)}) + i(K^{(d)} - K^{(s)}) = 0 \qquad (24)$$

В (24) заместваме свръх търсенето на пазара на благата $E^{(d)}(Y) = P(Y^{(d)} - Y^{(s)})$, свръх търсенето на пазара на труда $E^{(d)} = W(N^{(d)} - N^{(s)})$, свръх търсенето на капиталовия пазар $E^{(d)}(K) = i(K^{(d)} - K^{(s)})$ и получаваме

$$E^{(d)}(Y) + E^{(d)}(N) + E^{(d)}(K) = 0 \qquad (25)$$

Равенството (24) или все едно (25) представлява всъщност закона на Валрас за затворена стопанска система, без пари и без правителство.

Равновесна статика и динамика на трудовия пазар.

Теорията на трудовия пазар започва с класиката и неокласиката, търпи своето развитие с подхода на Кейнс и придобива съвременния си вид в неокласическия синтез на тези два подхода. (Felderer, Homburg 1999, Sesselmeier 1998) Стандартният неокласически модел на трудовия пазар, основан на общата теория на равновесието разглежда търсенето и предлагането на труд в зависимост от цената му, която е всъщност работната заплата. Предприятията и домакинствата се срещат на трудовия пазар, където предприятията търсят количеството труд $N^{(d)}$ в съответствие с функцията $N^{(d)}(\frac{W}{P})$ на търсенето на труд (10) в раздел 1, а домакинствата предлагат труда $N^{(s)}$ в съответствие с функцията $N^{(s)}(\frac{W}{P})$ на предлагането на труд (18) в раздел 2. Търсенето на труд $N^{(d)}(\frac{W}{P})$ е намаляваща (фиг. 1), а предлагането на труд $N^{(s)}(\frac{W}{P})$ е растяща функция на цената на труда $\frac{W}{P}$ (фиг. 4.). На пазара на труда, при определени условия може да бъдат достигнати равновесните стойности на труда N^{*} и на реалната работна заплата $(\frac{W}{P})^{*}$ (фиг. 5). Движещата сила, която тласка пазара на труда към равновесие е свръх търсенето на труд

$$E^{(d)}(N(\frac{W}{P})) = N^{(d)}(\frac{W}{P}) - N^{(s)}(\frac{W}{P}) \qquad (26)$$

Скоростта $\dot{W} = \frac{dW}{dt}$ на изменението на цената на труда (работната заплата) е функция $G(.)$ на свръх търсенето на труд:

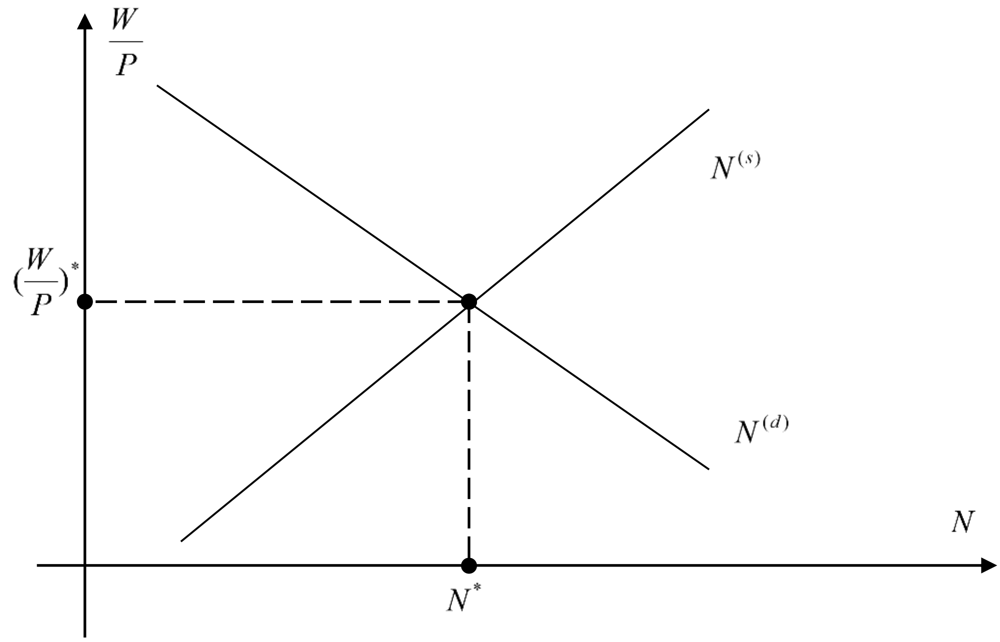
$$\dot{W} = G(E^{(d)}(N(\frac{W}{P})) = G(N^{(d)}(\frac{W}{P}) - N^{(s)}(\frac{W}{P})) \qquad (27)$$

Следователно, скоростта $\dot{W} = \frac{dW}{dt}$ е някаква функция $F(.)$ на реалната работна заплата $\frac{W}{P}$:

$$\dot{W} = F(\frac{W}{P}) \qquad (28)$$

Линеаризирайки функцията $F(.)$ ще получим:

$$\dot{W} = \eta \frac{W}{P} + \theta \quad \text{с } \eta > 0 \qquad (29)$$



Фигура 5. Равновесие на трудовия пазар.

Означаваме с $w = \dfrac{dW}{W}$ относителното изменение на номиналната заплата W, а с $p = \dfrac{dP}{P}$ - относителното изменение на нивото на цените P. Вземаме диференциал от логаритъм от двете страни на (29) и получаваме последователно:

$$d\ln\dot{W} = d\ln(\eta\frac{W}{P})$$

$$\frac{d\dot{W}}{W} = \eta d\ln(\frac{W}{P})$$

$$\frac{d\dot{W}}{W} = \eta\frac{d(\frac{W}{P})}{\frac{W}{P}}$$

$$\frac{d\dot{W}}{W} = \eta\frac{P}{W}(\frac{PdW - WdP}{P^2})$$

$$\frac{d\dot{W}}{W} = \eta(\frac{dW}{W} - \frac{dP}{P})$$

$$\dot{w} = \eta(w - p) \qquad (30)$$

Равенствата (27)-(30) са различни форми основното динамично уравнение на трудовия пазар.

Равновесна статика и динамика на капиталовия пазар.

На капиталовия пазар се предлагат спестяванията $S = S(Y)$ и се търсят фактори на производство, т.е. инвестиции в производството $I = I(i)$. Предлаганите за инвестиране спестявания S зависят от дохода Y, понеже те са част от него ($0 \leq S \leq Y$) .

Търсенето за инвестиране I ще зависи от лихвата i, т.е. $I = I(i)$, като намаляваща функция както се убедихме по-горе, понеже при ниска лихва спестяванията, вместо да се държат в банка е по-изгодно да се инвестират в дейностите с по-висока възвращаемост, примерно в образование и обучение за повишаване на човешкия капитал, или за закупуване на предприятия или недвижимости и обратно, при висока лихва е по-лесно да се получи тази възвръщаемост, вместо да се търси друга, т.е. $\frac{dI}{di} < 0$

Свръх търсенето на капиталовия пазар $E^{(d)} \Pr odFactors)$ ще има вида:

$$E^{(d)} \Pr odFactors) = E^{(d)}(Y) = I(i) - S(Y) \qquad (31)$$

Равновесие на капиталовия пазар се получава, когато за определени стойности (Y,i) на дохода и лихвата, търсенето и предлагането се изравняват, т.е.

$$S(Y) = I(i) \qquad (32)$$

Геометричното място на всички точки (Y,i)***, за които е валидно това равенство (32) представлява крива, която носи наименованието*** IS***,*** $I = Investment$***,*** $S = Saving$ ***.***

На фигура 6 зависимостта $Y = Y(i)$ на кривата IS е представена като намаляваща функция понеже е в сила следната:

Теорема 1. Кривата IS ***представена като зависимостта*** $Y = Y(i)$ ***е намаляваща функция на*** i ***.***

Доказателство. Вземаме пълен диференциал от двете страни на равенството (32):

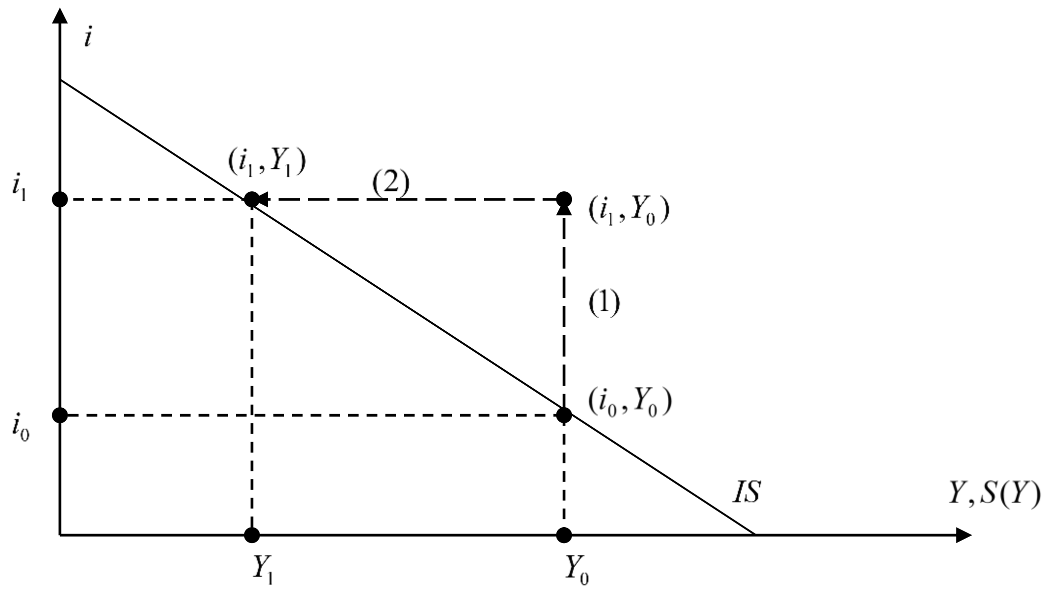
$$dS(Y) = dI(i)$$

Следователно

$$\frac{dS}{dY} dY = \frac{dI}{dr} di$$

$$\frac{dY}{di}=\frac{\frac{dI}{di}}{\frac{dS}{dY}}\le 0$$

На фигура 6 е нагледно показано действието на регулаторните механизми, които според теорията на Кейнс придвижват системата от равновесно в неравновесно положение и отново в някакво друго ново равновесие. Според Кейнс, лихвата на капиталовия пазар се задава от паричния пазар. Да предположим, че при равновесно положение (i_0,Y_0) с $I(i_0)=S(Y_0)$, т.е. $E^{(d)}(Y_0)=I(i_0)-S(Y_0)=0$, паричният пазар задава нова по-висока лихва i_1, $i_1>i_0$. Тогава системата ще се придвижи от равновесното положение (i_0,Y_0) в неравновесното (i_1,Y_0), над кривата IS, което е означено със стрелката (1) и понеже от $i_1>i_0$ следва $I(i_1)<I(i_0)$. Следователно, за свръх търсенето ще имаме $E^{(d)}(Y_0)=I(i_1)-S(Y_0)<0$. При зададено по този начин $I(i_1)$, свръх търсенето $E^{(d)}(Y_0)=I(i_1)-S(Y_0)$ се свежда до нула чрез изменение на произведената продукция Y_0, която да намалява до Y_1 под въздействие на намалелите инвестиции в резултат на увеличената лихва, като се получава $E^{(d)}(Y_1)=I(i_1)-S(Y_1)=0$ и системата попада в равновесното положение (i_1,Y_1) на кривата IS, което е означено със стрелката (2).



Фигура 1. Равновесната IS крива на капиталовия пазар.

Динамичното уравнение на капиталовия пазар е частен случай на динамичното уравнение на произволен пазар, разгледан в глава 3, раздел 1 на втора част, равенство (15): $\dot{Q} = H(E_p(Q)) = H(D^{-1}(Q) - S^{-1}(Q))$, изразяващо подхода на Маршал, че силата придвижваща системата към равновесие е в несъответствието на количествата Q, което се приема и от Кейнс, за разлика от неокласиците, според които движещата сила е в цената. Равенството (15) приложено в конкретния случай ще придобие вида:

$$\dot{Y} = H(E^{(d)}(\Pr oductionFactors))$$

т.е. $$\dot{Y} = H(I(i) - S(Y)) \qquad (33)$$

където $H(x)$ е реална функция на реалния аргумент x със свойствата:

$H(0) = 0, H' > 0, signH(x) = signx$.

3. Стойност, относителност на цените и ролята на парите в стопанския кръговрат. Равновесна статика и динамика на паричния пазар.

Парите в стопанския кръговрат.

Тъй като смисълът от съществуването на стопанските субекти е да задоволяват потребностите на хората, то и стойността на един стопански обект ще зависи от степента задоволяване на потребността и от предпочитанията на хората. Жизнено важни блага в ограничени количества, като вода и храна, може да се окажат с по-висока стойност от примерно бижута. Тъй като потребностите и предпочитанията на хората, наред с обективната необходимост, съдържат и субективизъм, то и стойността има, като цяло, субективен характер. Обменът на блага, обаче изисква наличието на някаква, по възможност обективна ***мярка за стойност***. Всеки човек има субективно, интуитивно усещане за стойността на определено благо. Самото измерване на стойността е доста хлъзгаво занимание, което се основава повече на субективни потребности и ценностни системи отколкото на обективни, общовалидни критерии. За да се създаде повече обективизъм в определянето на стойността, хората си избират някакво благо, което да служи като на ***сравнителна база*** за измерване на стойността на всички останали блага и фактори на производство. Някои от благата е по-удобно да бъдат използвани като сравнителна база или мерна единица за стойност от други. Удобни за използване като мерки за стойност са блага, които притежават свойствата ***адитивност, безгранична делимост и масовост.*** Масовост означава, че благото може да бъде набавено в количества, необходими за обслужване на обмена в цялото стопанство. Адитивността е характерно за всяка мярка свойство и означава, че стойността на обединението на количества от определено благо без общи части е равна на сумата от стойности на тези количества. Безгранична делимост означава, че благото може да се разделя на неограничено малки части, което дава възможност мерната скала да има неограничено малки деления. Най-близки до тези три изисквания се оказаха златото, среброто, медта и други метали, поради което те дълги периоди от човешката история бяха използвани като мярка за стойност. Тъй като не съществува благо, което да удовлетворява изцяло тези три изисквания, хората го създадоха, като въведоха ***паричните знаци***. На практика се въвежда ***парична мерна единица***, като един лев, едно евро, един долар на която се приписва, обозначена единична стойност, служеща за ***мащаб на мерна скала*** за измерване на стойността всяко благо или факторна производство. Възможността парите да служат за мерна единица позволява въвеждането на ***мерна скала*** за отчитането на ***цената***, като мярка за стойността на определено благо или фактор на производство.

Пари може да бъде всеки стопански обект (благо или фактор на производство), който има следните ***функции***:

- съдържа или му е приписана ***стойност и служи за съхраняване на стойност***
- служи за ***осъществяване на стопански транзакции***, сделки, обмен на блага или фактори на производство с еднаква стойност
- служи като ***мерна единица за стойност***

Историята на човешкото общество свидетелства за най-различни форми на пари, като се започне от ценни предмети като камъни, метали: злато, сребро, мед и се достигне до символи или знаци на хартиен или електронен носител.

Измерената стойност на някое благо или средство за производство за удобство може да се отчита и с мерна единица, която е кратна на възприетата мерна единица. Например, ако възприетата мерната единица е един лев, отчитането може да става в хиляди лева, в стотинки или в евро, като в първия случай се дели на хиляда, във втория случай се умножава със сто, а в третия случай се умножава с обменния валутен курс на лева относно еврото. Възможно е също така след период на висока инфлация, когато една валута се е обезценила примерно 1000 пъти, за удобство да бъде въведена нова парична мерна единица, като хиляда стари мерни единици се заместват с една нова мерна единица, което означава, че всички цени се умножават с една хилядна. Такава смяна на паричната мерна единица се нарича ***деноминация***, понеже ***променя само номиналните, но не и реалните стойности на цените.*** Смяна на мерната единица означава, че стойността X измерена със старата мерна единица се умножава с един постоянен множител ρ, за да се получи стойността $X' = \rho X$ на същата величина, измерена с новата мерна единица. Съществуват величини, които не се променят, остават инвариантни при смяната на мерната единица, т.е. $X' = X$. Стойностите на благата и факторите на производство остават постоянни при смяна на паричната мерна единица. Това означава, че конфигурацията $(p^{(0)}, w^{(0)}) = (p_1^{(0)}, p_2^{(0)}, ..., p_G^{(0)}, w_1^{(0)}, w_2^{(0)}, ..., w_L^{(0)})$ от цените на благата и факторите на производство в едно стопанство е еквивалентна, играе една и съща роля, като конфигурацията $(\rho p^{(0)}, \rho w^{(0)}) = (\rho p_1^{(0)}, \rho p_2^{(0)}, ..., \rho p_G^{(0)}, \rho w_1^{(0)}, \rho w_2^{(0)}, ..., \rho w_L^{(0)})$:

$$\rho(p^{(0)}, w^{(0)}) \approx (p^{(0)}, w^{(0)}) \qquad (1)$$

за всяко $\rho > 0$, т.е. безбройно много конфигурации са еквивалентни на конфигурацията $(p^{(0)}, w^{(0)}) = (p_1^{(0)}, p_2^{(0)}, ..., p_G^{(0)}, w_1^{(0)}, w_2^{(0)}, ..., w_L^{(0)})$. Последното означава, че номиналните стойности на цените са без значение, съществени са съотношенията между тях в конфигурацията или казано по друг начин номиналните или абсолютните цени не означават нищо, ако не бъдат сравнени, отнесени една към друга, сведени към релативни, относителни цени, което означава, че ***икономически смисъл имат релативните, относителните цени***. Нищо не означава
за стойността на един килограм хляб твърдението, че цената му е един лев, пет лева или хиляда лева, ако тази цена се разглежда изолирано, извън контекста на конфигурацията на останалите цени. Цената $p_1 = 0{,}5 лева/1кг \;\; хляб$ на един килограм хляб придобива смисъл ако бъде отнесена (разделена на) към цената на някое друго благо или фактор на производство, като например към цената $w_1 = 3 лева/1час \;\; труд$ на един час труд, в резултат на което би се получило, че относителната цена $\frac{p_1}{w_1} = \frac{0{,}5 лева/1кг \;\; хляб}{3 лева/1час \;\; труд} = \frac{1}{6} часа/1кг \;\; хляб = 10 мин \;\; труд/1кг \;\; хляб$ на един килограм хляб е десет минути труд, относителната цена на един час труд $\frac{w_1}{p_1} = \frac{3 лева/1час \;\; труд}{0{,}5 лева/1кг \;\; хляб} = 6 кг \;\; хляб/1час \;\; труд$ е шест килограма хляб.

Относителните или релативните цени показват реалните измерения на стойността като икономическа величина. Поради това и цените в една конфигурация се отнасят към една цена, което се нарича ***нормиране*** на цените в конфигурацията. Съществуват много и различни възможности за нормиране на цените в зависимост от избора на цената към която да отнесем цените на конфигурацията. Няколко примера:

Пример 1. Нормиране на цените на конфигурацията $(p_1, p_2,..., p_G, w_1, w_2,..., w_L)$ чрез отнасянето и към цената p_1 на благото 1, което означава умножаване на всяка от цените на конфигурацията с $\rho = \frac{1}{p_1}$, в резултат на което се получава конфигурацията $(1, \frac{p_2}{p_1},..., \frac{p_G}{p_1}, \frac{w_1}{p_1}, \frac{w_2}{p_1},..., \frac{w_L}{p_1})$, в която единичната цена на благото 1 е единица, а всички останали (единични) цени са отнесени към цената на благото 1. Всъщност единица количество от благото 1 играе ролята на мерна единица за всички останали блага и фактори на производство. Ако благото 1 е примерно хляба, стойността на всички други блага и фактори на производство ще бъде измервана (изразена) в количество хляб.

Пример 2. Нормиране на цените на конфигурацията $(p_1, p_2,..., p_G, w_1, w_2,..., w_L)$ чрез отнасянето и към цената w_1 на фактора на производство 1, което означава умножаване на всяка от цените на конфигурацията с $\rho = \frac{1}{w_1}$, в резултат на което се получава конфигурацията $(\frac{p_1}{w_1}, \frac{p_2}{w_1},..., \frac{p_G}{w_1}, \frac{w_1}{w_1}, \frac{w_2}{w_1},..., \frac{w_L}{w_1})$, в която единичната цена на фактора на производство 1 е единица, а всички останали (единични) цени са отнесени към цената на фактора на производство 1. Всъщност единица количество от фактора на производство 1 играе ролята на мерна единица за всички останали блага и фактори на производство. Ако фактора на производство 1 е примерно труда, стойността на всички други блага и фактори на производство ще бъде измервана (изразена) в количество положен труд.

Пример 3. Нормиране на цените на конфигурацията $(p_1, p_2,..., p_G, w_1, w_2,..., w_L)$ чрез отнасянето и към сумата им $\sum_{g=1}^{G} p_g + \sum_{l=1}^{L} w_l$, в резултат на което се получава конфигурацията $(p'_1, p'_2,..., p'_G, w'_1, w'_2,..., w'_L)$, където $p'_g = \frac{p_g}{\sum_{g=1}^{G} p_g + \sum_{l=1}^{L} w_l}, g = 1,2...,G$, $w'_l = \frac{w_l}{\sum_{g=1}^{G} p_g + \sum_{l=1}^{L} w_l}, l = 1,2...,L$. В този случай $\sum_{g=1}^{G} p'_g + \sum_{l=1}^{L} w'_l = 1$.

Пример 4. Нормиране на цените на конфигурацията $(p_1, p_2, ..., p_G, w_1, w_2, ..., w_L)$ чрез отнасянето и към сумата им $\sum_{g=1}^{G} p_g$, в резултат на което се получава конфигурацията $(p'_1, p'_2, ..., p'_G, w'_1, w'_2, ..., w'_L)$, където $p'_g = \frac{p_g}{\sum_{g=1}^{G} p_g}, g = 1,2..., G$, $w'_l = \frac{w_l}{\sum_{g=1}^{G} p_g}, l = 1,2..., L$.

В този случай $\sum_{g=1}^{G} p'_g = 1$.

Пример 5. Нормиране на цените на конфигурацията $(p_1, p_2, ..., p_G, w_1, w_2, ..., w_L)$ чрез отнасянето и към сумата им $\sum_{l=1}^{L} w_l$, в резултат на което се получава конфигурацията $(p'_1, p'_2, ..., p'_G, w'_1, w'_2, ..., w'_L)$, където $p'_g = \frac{p_g}{\sum_{l=1}^{L} w_l}, g = 1,2..., G$, $w'_l = \frac{w_l}{\sum_{l=1}^{L} w_l}, l = 1,2..., L$.

В този случай $\sum_{l=1}^{L} w'_l = 1$.

Пример 6. Нормиране на цените на конфигурацията $(p_1, p_2, ..., p_G, w_1, w_2, ..., w_L)$ чрез отнасянето и към сумата от квадратите им $\sum_{g=1}^{G} p_g^2 + \sum_{l=1}^{L} w_l^2$, в резултат на което се получава конфигурацията $(p'_1, p'_2, ..., p'_G, w'_1, w'_2, ..., w'_L)$, където $p'_g = \frac{p_g}{\sum_{g=1}^{G} p_g^2 + \sum_{l=1}^{L} w_l^2}, g = 1,2..., G$, $w'_l = \frac{w_l}{\sum_{g=1}^{G} p_g^2 + \sum_{l=1}^{L} w_l^2}, l = 1,2..., L$. В този случай $\sum_{g=1}^{G} (p'_g)^2 + \sum_{l=1}^{L} (w'_l)^2 = 1$.

Нормирането на една конфигурация от цени е всъщност смяна на мащаба или мерната единица и не променя измерваната икономическа величина – стойността.

Дефиниция. Ще казваме, че една функция $f(X)$ на икономическата величина X е ***инвариантна относно смяната на мащаба, или мерната единица***, ако

$$f(\rho X) = f(X) \tag{2}$$

за всяко $\rho > 0$. Функция, която е инвариантна относно смяна на мащаба се нарича още хомогенна от ред 0.

Функцията $f(X)$ е хомогенна от ред n, ако

$$f(\rho X) = \rho^n f(X). \tag{3}$$

В частност, функцията $f(X)$ е хомогенна от първи ред, ако

$$f(\rho X) = \rho f(X). \tag{4}$$

Цените на благата и факторите на производство са хомогенни функции на стойността от ред нула, понеже при смяната на мерната единица не се промена стойността им.

Теорема. I) Функцията на предлагането $y_g^{(j)}(p,w)$ на благото $g = 1,2,...,G$ и функцията на търсенето $z_g^{(j)}(p,w)$ на фактора на производство $l = 1,2,...,L$ от предприятието $j = 1,2,...,J$ са хомогенни от ред нула относно цените:

$$y_g^{(j)}(\rho p, \rho w) = y_g^{(j)}(p,w) \text{ за всяко } g = 1,2,...,G \tag{5}$$

$$z_l^{(j)}(\rho p, \rho w) = z_l^{(j)}(p,w) \text{ за всяко } l = 1,2,...,L \tag{6}$$

II.) Функцията на печалбата $\pi^{(j)}(p,w)$ на предприятието $j = 1,2,...,J$ е хомогенна от първи ред:

$$\pi^{(j)}(\rho p, \rho w) = \rho \pi^{(j)}(p,w) \tag{7}$$

III.) Функцията $x_g^{(j)}(p,w)$ на търсенето на благото $g = 1,2,...,G$ и функцията $\lambda_l^{(i)}(p,w)$ на предлагането на фактора на производство $l = 1,2,...,L$ от домакинството $i = 1,2,...,I$ са хомогенни от ред нула относно цените:

$$x_g^{(i)}(\rho p, \rho w) = x_g^{(i)}(p,w) \text{ за всяко } g = 1,2,...,G \tag{8}$$

$$\lambda_l^{(i)}(\rho p, \rho w) = \lambda_l^{(i)}(p,w) \text{ за всяко } l = 1,2,...,L \tag{9}$$

Доказателство. Печалбата $\pi^{(j)}(p,w)$ на предприятието $j = 1,2,...,J$ е хомогенна функция от първи ред понеже:

$$\pi^{(j)}(\rho p, \rho w) = \rho p y^{(j)} - \rho w z^{(j)} = \rho(p y^{(j)} - w z^{(j)}) = \rho \pi^{(j)}(p,w)$$

Предприятието $j = 1,2,...,J$ определя функцията на предлагането $y_g^{(j)}(p,w)$ на благото $g = 1,2,...,G$ и функцията на търсенето $z_g^{(j)}(p,w)$ на фактора на производство $l = 1,2,...,L$ като при зададени цени (p,w) определя максимума на печалбата $\pi^{(j)}(p,w) = p y^{(j)} - w z^{(j)}$ при ограничението $(y^{(j)}, z^{(j)}) \in Y^{(j)}$, а при цени $(\rho p, \rho w)$ - $y_g^{(j)}(\rho p, \rho w)$ и $z_g^{(j)}(\rho p, \rho w)$ ще се получават като максимум на

$\pi^{(j)}(\rho p, \rho w) = \rho p y^{(j)} - \rho w z^{(j)}$. Но

$MAX\,\pi^{(j)}(\rho p, \rho w) = MAX\,\rho p y^{(j)} - \rho w z^{(j)} = MAX\,\rho(p y^{(j)} - w z^{(j)}) = \rho MAX\,\pi^{(j)}(p, w)$

означава, че максимума на $\pi^{(j)}(\rho p, \rho w) = \rho p y^{(j)} - \rho w z^{(j)}$ се достига за стойността $(y_g^{(j)}(\rho p, \rho w), z_g^{(j)}(\rho p, \rho w)) \in Y^{(j)}$, като същия максимум $\rho\pi^{(j)}(p, w)$ се достига и от $(y_g^{(j)}(p, w), z_g^{(j)}(p, w)) \in Y^{(j)}$. Тъй като максимума се достига от една и съща стойност, то:

$$y_g^{(j)}(\rho p, \rho w) = y_g^{(j)}(p, w)$$

$$z_l^{(j)}(\rho p, \rho w) = z_l^{(j)}(p, w)$$

Домакинството $i = 1,2,...,I$ определя функцията си на търсенето $x_g^{(j)}(p, w)$ на благото $g = 1,2,...,G$ и на функцията на предлагането $\lambda_l^{(i)}(p, w)$ на фактора на производство $l = 1,2,...,L$ като при зададени цени (p, w) определя максималната си полезност $u^{(i)}(x^{(i)}, \lambda^{(i)} - \overline{\lambda}^{(i)})$ измежду всички $(x^{(i)}, \lambda^{(i)} - \overline{\lambda}^{(i)}) \in X^{(i)}$, които удовлетворяват бюджетното ограничение $px^{(i)} \leq p\overline{x}^{(i)} + w\lambda^{(i)} + \sum_{j=1}^{J} \delta_j^{(i)} \pi^{(j)}(p, w)$,

(10)

а при цени $(\rho p, \rho w)$ максималната полезност $u^{(i)}(x^{(i)}, \lambda^{(i)} - \overline{\lambda}^{(i)})$ се определя при бюджетно ограничение $\rho p x^{(i)} \leq \rho p \overline{x}^{(i)} + \rho w \lambda^{(i)} + \sum_{j=1}^{J} \delta_j^{(i)} \pi^{(j)}(\rho p, \rho w)$,

(11)

което поради хомогенността от първи ред на $\pi^{(j)}(p, w)$ е еквивалентно на $\rho p x^{(i)} \leq \rho p \overline{x}^{(i)} + \rho w \lambda^{(i)} + \sum_{j=1}^{J} \delta_j^{(i)} \rho \pi^{(j)}(p, w)$. Последното съвпада с (10) понеже $\rho > 0$. Тъй като се определят от една и съща функция на полезност , при едни и същи бюджетни ограничения, съответните функции на търсене и предлагане ще съвпадат:

$x_g^{(i)}(\rho p, \rho w) = x_g^{(i)}(p, w)$ за всяко $g = 1,2,...,G$

$\lambda_l^{(i)}(\rho p, \rho w) = \lambda_l^{(i)}(p, w)$ за всяко $l = 1,2,...,L$

Да предположим, че стопансвото, което разглеждаме се състои от G на брой блага $g = 1,2,...,G-1, G$, като G-тото благо разглеждаме като пари. Следвайки неокласическото разделяне на стопанството на реален и монетарен сектор, ние ще разгледаме първо реалния сектор, който се състои от първите $G-1$ блага. Цената на всяко благо $g = 1,2,...,G-1$ да означим с p_g и да подредим тези цени във вектора

$p = (p_1, p_2, ..., p_{G-1})$. Функцията на търсенето на благото $g = 1,2,...,G-1$ ще означим с $X_g^{(d)} = X_g^{(d)}(p) = X_g^{(d)}(p_1, p_2, ..., p_{G-1})$, а функцията на предлагането му с $X_g^{(s)} = X_g^{(s)}(p) = X_g^{(s)}(p_1, p_2, ..., p_{G-1})$. Тогава свръхпредлагането E_g на благото g ще има вида $E_g = E_g(p) = X_g^{(d)}(p) - X_g^{(s)}(p)$, за $g = 1,2,...,G-1$, а свръхпредлагането E_G на парите, разглеждани като благото G ще има вида $E_G = E_G(p) = X_G^{(d)}(p) - X_G^{(s)}(p)$. Свръхпредлагането $E_g(p)$, не зависи от паричната мерна единица (мащаба) на цените, което означава, че $E_g(p)$ не се променя, ако сменим мащаба на цените умножавайки ги с някакво число α:

$$E_g(\alpha p) = E_g(p), \text{ за } g = 1,2,...,G-1 \qquad (12)$$

Последното равенство означава, че ***стопанските субекти не страдат от така наречената «парична илюзия»: относителните цени не се променят при номиналното им увеличаване или намаляване като се умножават с един и същи множител***, както това примерно при деноминацията на валутата. Ако цената на всяко благо бъде намалена 1000 пъти, като бъде умножена с $\frac{1}{1000}$, то неговата относителна цена не се променя относно другите блага. Тази неопределеност в цените на благата се пренася върху номиналното количество пари, т.е. паричното предлагане M. Това означава, че е все едно дали количеството на паричното предлагане е M или $\frac{M}{1000}$. Явно, необходимо е някакво допълнително условие, което да доведе до ***еднозначно определяне на номиналното количество пари*** M **.** За неокласиците, това допълнително условие е ***уравнението на Кеймбриджката школа:***

$$M = kPY, \qquad (13)$$

където Y е предлагането на блага, P нивото на цените, k е положителна константа. Допълнителното условие, което се налага от уравнението на Кеймбриджката школа е основано на ***функцията на парите като средство за обмен***, докато моделът на Валрас използва само ***функцията на парите като мерна единица***. Това означава, че ***количеството на парите*** M ***трябва да е пропорционално на количеството на сделките (транзакциите)*** T ***, които се осъществяват в стопанската система, за да може тя да функционира нормално***:

$$M = k'PT, \qquad \text{където } k' = k\frac{Y}{T}. \qquad (14)$$

Заместването на количеството на транзакциите T с количеството на благата Y е оправдано само в случай, че те са в едно постоянно съотношение $\frac{k'}{k}: \frac{Y}{T} = \frac{k'}{k}$. При пазарно равновесие, количеството $X_g^{(d)}$ на търсенето на благото g е равно на предлагането $X_g^{(s)}$, равно на равновесното количество X_g: $X_g^{(d)} = X_g^{(s)} = X_g$, за $g = 1,2,...,G-1$. Това означава, че при равновесна цена p_g, за $g = 1,2,...,G-1$, общото количество на транзакциите PT ще бъде равно на сумата от количествата от транзакции $p_g X_g$ на всеки от пазарите $g = 1,2,...,G-1$ на благото g:

$$PT = \sum_{g=1}^{G-1} p_g X_g \tag{15}$$

Равенството (15) представлява ***мост между макроикономиката и микроикономиката***, понеже лявата му страна е произведение на две макроикономически величини, а дясната – сума от микроикономически величини. Заместваме (15) в (14) и получаваме:

$$M = k' \sum_{g=1}^{G-1} p_g X_g \tag{16}$$

За да преминем към относителни цени, избираме си например благото $G-1$, с цена p_{G-1} и отнасяме всички останали цени към нея:

$$\tilde{p}_g = \frac{p_g}{p_{G-1}}, \text{ за } g = 1,2,...,G-1 \tag{17}$$

Можем да си мислим, че $G-1$ е хляба, а p_{G-1} е единичната му цена. Тогава цената на всяко благо g ще бъде отнесена към цената на хляба, което в частност ще означава, че относителната цена на хляба $\tilde{p}_{G-1} = \frac{p_{G-1}}{p_{G-1}} = 1$ ще стане мерна единица, относителните цени на всички останали блага $\tilde{p}_g = \frac{p_g}{p_{G-1}}$, за $g = 1,2,...,G-2$ ще се измерват с мерна единица (мащаб – numeraire) един хляб.

От (39) и (40) получаваме последователно:

$$M = k' p_{G-1} \sum_{g=1}^{G-1} \frac{p_g}{p_{G-1}} X_g$$

$$M = k' p_{G-1} \sum_{g=1}^{G-1} \tilde{p}_g X_g \tag{18}$$

В последното равенство сме разделили паричната компонента p_{G-1} от реалната $(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, ..., \tilde{p}_{G-1})$. Паричната компонента p_{G-1} можем да разглеждаме като ниво на цените, а реалната компонента $\sum_{g=1}^{G-1} \tilde{p}_g X_g$ – като транзакционен обем T:

$$M = k' p_{G-1} T \qquad (19)$$

Забележка. Възприемането на p_{G-1} като ниво на цените тук се различава от нивото на цените P в (13). Това различие може да бъде преодоляно, ако образуваме относителните цени относно P, а не относно p_{G-1}.

Равновесна статика и динамика на паричния пазар.

В модерното национално стопанство, парите играят ролята на трансмисионен механизъм на стойност, който има следните три основни функции:

- Да служат като средство за обмен на стойност.
- Да служат за съхраняване на стойност.
- Да служат за мерна единица на стойността.

В стопанство със собствена валута с M ще означаваме паричното предлагане. Паричното предлагане M е екзогенна за паричния пазар величина, която се определя от парите, които Централната банка пуска в обръщение и от мултиплициращата роля на търговските банки.

От другата страна на паричния пазар е търсенето на пари, което ще означаваме с L (liquidity). Количеството на търсенето на пари се формира въз основа на мотивите, които карат стопанските субекти да търсят пари.

Според неокейнсианската теория на ликвидностните предпочитания, мотивите за търсене на пари се пораждат от необходимостта от наличие на пари в кеш, за ликвидност, за да се осъществяват съответни плащания и са три на брой: транзакционен, осигурителен и спекулативен.

Количеството на търсенето на пари, породено от транзакционния, осигурителния и спекулативния мотив, ще означим съответно с L_T, L_I и L_S. Общото количество на търсенето на пари L е равно на сумата от количествата породени от съответните мотиви L_T, L_I и L_S:

$$L = L_T + L_I + L_S \qquad (20)$$

Количеството на търсенето на пари L_T, необходимо за осъщесвяване на транзакции, т.е. на стопански обмен, ще е пропорционален на количеството Y на благата в стопанството, поради което L_T ще зависи положително от Y, т.е.

$$L_T = L_T(\underset{+}{Y}) \tag{21}$$

Това равенство е в унисон с неокласическото уравнение за количеството на парите:

$$L = kPY \tag{22}$$

Според неокласиците, последното равенство определя търсенето и количеството на парите в зависимост от количеството на благата Y (и константата k), докато неокейнсианците го допълват с осигурителния спекулативния мотив, където освен Y съществена роля играе и лихвата i.

Количеството на парите L_I, необходимо за плащане на неочаквано възникващи задължения зависи положително от дохода Y и отрицателно от лихвата i.

$$L_I = L_I(\underset{+}{Y}, \underset{-}{i}) \tag{23}$$

Количеството на парите L_S, което стопанските субекти желаят да държат кеш със спекулативни мотиви, зависи отрицателно само от лихвата i:

$$L_S = L_S(\underset{-}{i}) \tag{24}$$

Спекулативният мотив използва всъщност една от функциите на парите – да съхраняват стойност.

Замествайки (22), (23) и (24) в (20) получаваме:

$$L = L(\underset{+}{Y}, \underset{-}{i}) = L(\underset{+}{Y}) + L_I(\underset{+}{Y}, \underset{-}{i}) + L_S(\underset{-}{i}) \tag{25}$$

Тъй като на паричния пазар, реалното парично търсене $L(Y,i)$ при определени нива на Y и i ще се уравновеси с реалното парично предлагане $\frac{M}{P}$, то равновесната крива LM (liquidity-money supply) въвеждаме по следния начин:

Кривата LM е геометричното място на всички точки (Y,i)***, за които***:

$$\frac{M}{P} = L(Y,i) \tag{26}$$

като разглеждаме реалното парично предлагане $\frac{M}{P}$ фиксирано или екзогенно зададено.

Ако решим (26) относно i получаваме:

$$i = \Phi(Y, \frac{M}{P}) \tag{27}$$

което също е функционалната зависимост задаваща кривата *LM*.

Теорема. Кривата LM ***е растяща функция.***

Доказателство. Вземаме пълен диферециал от двете страни на равенството (6) и получаваме последователно:

$$\frac{\partial L}{\partial Y}dY + \frac{\partial L}{\partial i}di = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y}dY = -\frac{\partial L}{\partial i}di$$

$$\frac{dY}{di} = -\frac{\frac{\partial L}{\partial i}}{\frac{\partial L}{\partial Y}} > 0$$

Последният израз е положителен понеже от $L = L(\underset{+}{Y}, \underset{-}{i})$ следва, че $\frac{\partial L}{\partial Y} > 0$, $\frac{\partial L}{\partial i} < 0$. Следователно, функцията LM е растяща.

Свръх търсенето $E_M^{(d)}(Y,i)$ на паричния пазар е по дефиниция разликата:

$$E_M^{(d)}(Y,i) = L(Y,i) - \frac{M}{P} \tag{28}$$

Ако $E_M^{(d)}(Y,i) = L(Y,i) - \frac{M}{P} > 0$, то имаме свръх търсене на пазара на парите, което повишава цената им i. Скоростта на изменение i' на лихвата i е пропорционална на свръх търсенето:

$$i' = G(L(Y,i) - \frac{M}{P}) \tag{29}$$

където $G(.)$ е реална функция на реален аргумент със свойствата $G'(.) > 0$ и $G(0) = 0$.

Кривата *LM* можем да представим чрез относителни изменения по следния начин:

$$d(\ln\frac{M}{L}) = d(\ln L(Y,i))$$

$$d\ln M - d\ln P = \frac{d\ln L(Y,i)}{dY}.dY + \frac{d\ln L(Y,i)}{di}di$$

$$\frac{dM}{M} - \frac{dP}{P} = \frac{d\ln L(Y,i)}{\frac{dY}{Y}}\frac{dY}{Y} + \frac{d\ln L(Y,i)}{i}i$$

$$\frac{dM}{M}-\frac{dP}{P}=\frac{\frac{dL}{L}}{\frac{dY}{Y}}\frac{dY}{Y}+\frac{\frac{dL}{L}}{i}i$$

$$m-p=\eta y-\sigma i \tag{30}$$

където $m=\frac{dM}{M}, p=\frac{dP}{P}, y=\frac{dY}{Y}, \eta=\eta_{\frac{M}{P}(Y)}=\frac{\frac{dL}{L}}{\frac{dY}{Y}}, \sigma=\sigma_{\frac{M}{P}(i)}=-\frac{\frac{dL}{L}}{i}$

За еластичностите: $\eta>0$, понеже $\frac{dL}{dY}>0$; $\sigma>0$, понеже $-\sigma=\frac{dL}{di}<0$

Ако изразим лихвата ще получим

$$i=\frac{\eta}{\sigma}y-\frac{1}{\sigma}(m-p)$$

4. Равновесна статика и динамика на системата от капиталовия и паричния пазар.

В предишните раздели, ние разгледахме поотделно равновесната статика и динамика а капиталовия и паричния пазар. Тези два пазара са свързани помежду си и могат да бъдат разглеждани като една стопанска система. Тук ще разгледаме равновесната статика и динамика на тези два пазара. Както се вижда от равенство (31) раздел 5 на втора глава, свръх търсенето на капиталовия пазар е:

$$E_Y^{(d)}(\Pr odFactors)=I(i)-S(Y), \tag{1}$$

а свръх търсенето на паричния пазар, както показва равенство (28) в раздел 2 на трета глава е:

$$E_M^{(d)}(Y,i)=L(Y,i)-\frac{M}{P} \tag{2}$$

Свръх търсенето на капиталовия пазар $E_Y^{(d)}(\Pr odFactors)=I(i)-S(Y)$ и свръх търсенето на паричния пазар $E_M^{(d)}(Y,i)=L(Y,i)-\frac{M}{P}$ генерират и съответните динамични уравнения:

$$\frac{dY}{dt}=H(I(i)-S(Y)) \text{ с } H(0)=0, H'>0, signH(x)=signx \tag{3}$$

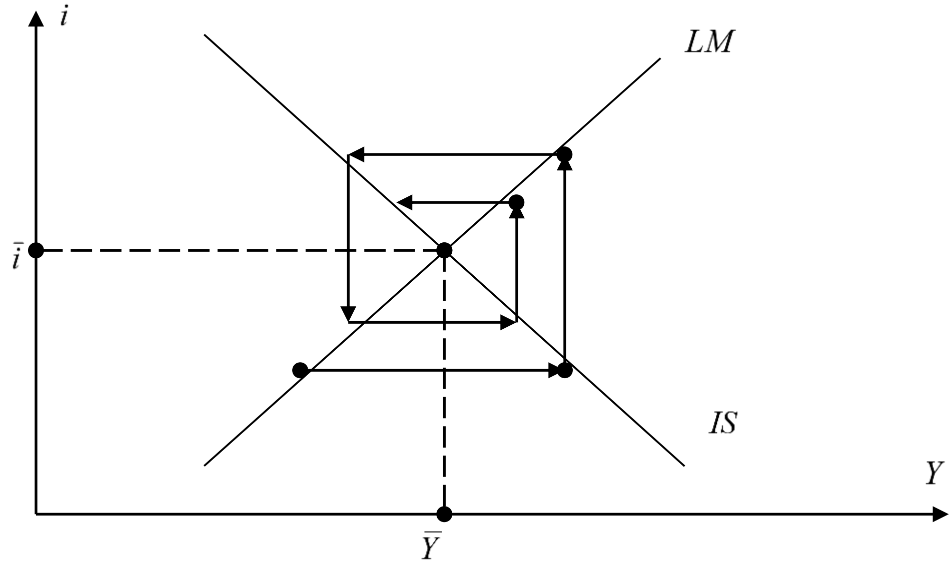
$$\frac{di}{dt}=G(L(Y,i)-\frac{M}{P}) \text{ с } G(0)=0,\ G'(.)>0,\ signG(x)=signx \tag{4}$$

Равновесието на тези два пазара се осъществява за стойностите $(\bar{i}, \bar{Y})$, за които:

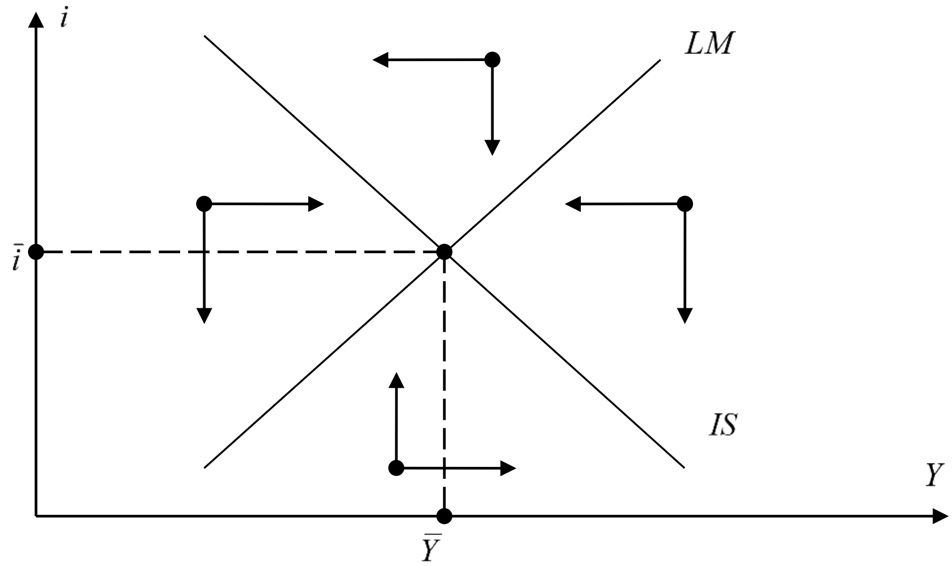
$$I(\bar{i}) - S(\bar{Y}) = 0 \qquad (5)$$

$$L(\bar{Y}, \bar{i}) - \frac{M}{P} = 0 \qquad (6)$$

В тази точка се пресичат кривата IS и LM, както е показано на фигура 1.



Фигура 1. Равновесие и стабилност на системата на капиталовия и паричния пазар.



Фигура 2 Фазови диаграми на капиталовия и паричния пазар.

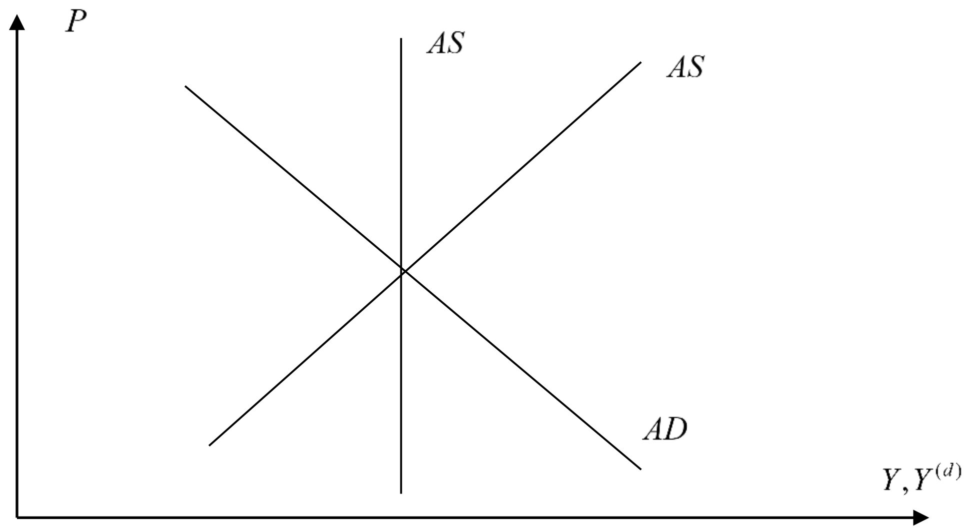
Сходимостта към това равновесие зависи от стойностите на екзогенните променливи M и P и от еластичностите на инвестициите относно лихвата, на спестяванията относно дохода и на търсенето на пари относно дохода и лихвата. При определени ограничения върху тези параметри динамичната система ще бъде глобално стабилна и ще и ще се доближава до равновесие както е показано на същата фигура 1. Фазовите диаграми на системата са дадени на фигура 2.

5. Равновесие на пазара на благата и крива на агрегираното търсене AD. Основно динамично уравнение на ценовите равнища.

На макроикономическо ниво производителите предлагат на пазара на благата, общото количество блага Y, което образува агрегираното предлагане AS (aggregated supply) на пазара на благата, определящо ***кривата на агрегираното предлагане на блага*** в зависимост от нивото на цените P:

$$Y = Y^{(s)}(P) = AS(P) \qquad (1)$$

(Според неокласиците агрегираното предлагане на блага зависи само от факторите на производство в производствената функция и не зависи от нивото на цените, което означава, че тя е успоредна на оста на цените, както това е показано на фигура 1. От кейнсианска гледна точка, агрегираното предлагане на блага, може да зависи от нивото на цените, което също е отразено на фигура 1.



Фигура 1. Агрегирано търсене и предлагане.

От другата страна на пазара на благата се формира агрегираното търсене AD (aggregated demand) на блага $Y^{(d)}$, което определя кривата на търсенето

$$Y^{(d)}(P) = AD(P) \qquad (2)$$

Агрегираното търсене на блага се разчленява на търсене за потребление $C = C(Y)$, търсене за инвестиции $I = I(i)$, търсене за държавни разходи G и търсене за износ (нетен) $Ex - \mathrm{Im} = NX(Y, Y^{*}, E)$:

$$Y^{(d)} = C(Y) + I(i)) + G + NX(Y, Y^{*}, E) \qquad (3)$$

В случая на равновесие на агрегираното търсене и предлагане ще имаме:

$$Y = Y^{(d)} = C(Y) + I(i)) + G + NX(Y, Y^{*}, E) \qquad (4)$$

Заместваме лихвата i от равенство $i = \Phi(Y, \dfrac{M}{P})$ на кривата LM в равенството (4) и получаваме:

$$Y = C(Y) + I(\Phi(Y, \frac{M}{P})) + G + NX(Y, Y^{*}, E) \qquad (5)$$

Последното равенство решаваме относно Y:

$$Y = AD(G, \frac{M}{P}, Y^{*}, E) \qquad (6)$$

Ако разглеждаме външния продукт Y^{*} и обменния курс E, като фиксирани или екзогенно зададени величини получаваме дясната страна на равенството (6) като функция само на G и $\dfrac{M}{P}$:

$$Y = AD(G, \frac{M}{P}) \qquad (7)$$

Дясната страна на последното равенство представлява агрегираното търсене на местна продукция (aggregate demand for domestic output), което означаваме с Y^{d}:

$$Y^{d} = AD(G, \frac{M}{P}) \qquad (8)$$

Лявата страна Y на равеството (7) представлява агрегираното предлагане Y^{s} на местна продукция. Тогава

$$Y = Y^{s} = Y^{d} = AD(G, \frac{M}{P}) \qquad (9)$$

Равенството (9) показва, че (7) задава равновесието на търсенето и предлагането на местна продукция.

Равенството (8) ще представим чрез относителните изменения на съответните величини:

$$d\ln Y^d = d\ln AD(G, \frac{M}{P})$$

$$\frac{dY^d}{Y^d} = \frac{d\ln AD}{dG} dG + \frac{d\ln AD}{d\frac{M}{P}} d\frac{M}{P}$$

$$\frac{dY^d}{Y^d} = \frac{\frac{dAD}{AD}}{\frac{dG}{G}} \frac{dG}{G} + \frac{\frac{dAD}{AD}}{\frac{d\frac{M}{P}}{\frac{M}{P}}} \frac{\frac{PdM - MdP}{P^2}}{\frac{M}{P}}$$

$$\frac{dY^d}{Y^d} = \frac{\frac{dAD}{AD}}{\frac{dG}{G}} \frac{dG}{G} + \frac{\frac{dAD}{AD}}{\frac{d\frac{M}{P}}{\frac{M}{P}}} \frac{\frac{M}{P}(\frac{dM}{M} - \frac{dP}{P})}{\frac{M}{P}}$$

$$\frac{dY^d}{Y^d} = \frac{\frac{dAD}{AD}}{\frac{dG}{G}} \frac{dG}{G} + \frac{\frac{dAD}{AD}}{\frac{d\frac{M}{P}}{\frac{M}{P}}} (\frac{dM}{M} - \frac{dP}{P})$$

$$y^d = \lambda g + \delta(m - p) \qquad (10)$$

където $y^d = \frac{dY^d}{Y^d}, g = \frac{dG}{G}, \lambda = \lambda_{AD(G)} = \frac{\frac{dAD}{AD}}{\frac{dG}{G}}, \delta = \delta_{AD(\frac{M}{P})} = \frac{\frac{dAD}{AD}}{\frac{d\frac{M}{P}}{\frac{M}{P}}}$

Ако разглеждаме агрегирания пазар на местна продукция в една страна, то търсенето и предлагането на местна продукция ще зависи от ценовите равнища. Скоростта $\dot{p}$ на относителното изменение $p = \frac{dP}{P}$ на нивото на цените, което всъщност е инфлацията или дефлацията е пропорционална на разминаването между относителното изменение $y^{(d)} = \frac{dY^{(d)}}{Y^{(d)}}$ на търсенето на местна продукция $Y^{(d)}$ и относителното изменение $y = \frac{dY}{Y}$

на предлагането на местна продукция *Y*, с положителен коефициент на пропорционалност $\pi > 0$:

$$\dot{p} = \pi(y^d - y) \qquad (11)$$

Това е ***основното динамично уравнение на ценовите равнища*** и представя инфлацията като резултат от разминаването търсенето и предлагането на местна продукция. (Виж Heijdra 2002, стр. 304.)

6. Равновесно уравнение на платежния баланс. Кривата BP.

Равновесието на платежния баланс *BP* е от съществено значение за цялостното равновесие на системата на отвореното стопанство и по-специално за механизма на валутен борд, защото той отразява изменението на чуждите резерви и определя как да се промени паричната база. Добре известно е че:

$$BP = CA(Y, Y^*, \frac{EP}{P^*}) + KA(i - i^*) \qquad (1)$$

където текущата сметка *CA* зависи от предлагането на местна продукция Y, на чужда продукция Y^* и от условията за търговия $\frac{EP}{P^*}$, като сме означили *E* – обменния курс, *P* – нивото на цените в страната, P^* нивото на цените в чужбина, а капиталовата сметка (нетният капиталов входящ поток) *KA* ще зависи от разликата от местната лихва *i* и чуждата i^*.

Ако в основното тъждество на отвореното стопанство $Y = C(Y) + I(i) + G + NX(Y, Y^*, \frac{EP}{P^*})$ заместим $C(Y) + I(i) + G = Y^{(d)}$ с търсенето на местни блага $Y^{(d)}$ ще получим

$$Y = Y^{(d)} + NX(Y, Y^*, \frac{EP}{P^*}) \qquad (2)$$

Следователно

$$\frac{Y}{Y^{(d)}} = 1 + \frac{1}{Y^{(d)}} NX(Y, Y^*, \frac{EP}{P^*}) \qquad (3)$$

От последното равенство изразяваме Y^* като някаква функция *f* на останалите величини:

$$Y^* = f(\frac{Y}{Y^{(d)}}, \frac{EP}{P^*}) \qquad (4)$$

Заместваме (4) в (1) и получаваме *BP* като някаква функция g на величините $\frac{Y}{Y^{(d)}}, \frac{EP}{P^*}$, $i - i^*$:

$$BP = g(\frac{Y}{Y^{(d)}}, \frac{EP}{P^*}, i - i^*) \qquad (5)$$

Като използваме позната математическа техника от (5) получаваме уравнението на относителните изменения (6):

$$b_p = \alpha(y - y^{(d)}) - \beta(e + p - p^*) + \gamma(i - i^*) \qquad (6)$$

където относителните изменения сме означили съответно с: $b_p = \frac{dBP}{BP}$ $y = \frac{dY}{Y}$, $y^{(d)} = \frac{dY^{(d)}}{Y^{(d)}}$, $e = \frac{dE}{E}$, $p = \frac{dP}{P}$, $p = \frac{dP^*}{P^*}$, а $\alpha > 0, \beta > 0, \gamma > 0$ са еластичностите:

$$\alpha = \alpha_{BP(\frac{Y}{Y^{(d)}})} = \frac{\frac{dBP}{BP}}{\frac{d\frac{Y}{Y^{(d)}}}{\frac{Y}{Y^{(d)}}}}, \ \beta = \beta_{BP(\frac{EP}{P^*})} = \frac{\frac{dBP}{BP}}{\frac{d\frac{EP}{P^*}}{\frac{EP}{P^*}}}, \ \gamma = \gamma_{BP(i-i)} = \frac{\frac{dBP}{BP}}{i - i^*}.$$

Равенството (6) показва, че относителното изменение на салдото на платежния баланс b_p зависи положително от разликата в относителните изменения на предлагането и търсенето на местна продукция понеже увеличаването и в резултат на повишено предлагане и намалено търсене ще подобри платежния баланс, отрицателно от условията за търговия, понеже обезценяването на местната валута (намаляване на относителната и стойност) ще доведе до подобряване на платежния баланс и положително от разликата от местната и чуждата лихва, понеже увеличаването на тази разлика ще доведе до приток на спекулативен капитал и ще подобри платежния баланс.

Относителното изменение на салдото на платежния баланс b_p ще зависи от еластичностите α, β, γ.

Пазарът на външният обмен е в равновесие, когато $BP = 0$. Замествайки последното в (5) и (6) получаваме съответно:

$$g(\frac{Y}{Y^{(d)}}, \frac{EP}{P*}, i - i*) = 0 \qquad (7)$$

$$\alpha(y - y^{(d)}) - \beta(e + p - p^*) + \gamma(i - i^*) = 0 \qquad (8)$$

Ако в последните две уравнения приемем, че $Y^{(d)}, E, P, P^*$ са екзогенно, Y, i - ендогенно зададени величини, то ще получим зависимост между Y и i, която ще наричаме BP-***крива.*** Уравнението (7) представлява абсолютния, а уравнението (8) относителния вид на BP-кривата.

Заключение

В природата, в света в който живеем, действат сили, които се стремят да запълнят създадените по някакъв начин празноти. Например, при създаването на вакуум, възникват сили, които се стремят да го запълнят. По подобен начин, в обществото, в стопанската система липсите, празните пространства индуцират сили, които се стремят да ги запълнят, да ги покрият. Липсите, несъответствията, разминаванията и в този смисъл неравновесията пораждат силите, които се стремят да ги премахнат, да ги сведат до нула и по този начин да доведат системата до равновесие.

Първоначално, основните неравновесия в стопанската система се свеждат до несъответствие в цените и до липси в количествата на благата, несъответствие в търсенето и предлагането на блага. Когато под въздействие на действащите в стопанската система сили бъда преодоляни несъответствията и бъдът достигнати оптимумите изравняващи търсенето и предлагането на всички пазари, системата попада в състояние на общо равновесие или на равновесие на Валрас. Доказателството на валидността на закона на Валрас за отворено стопанство със всички съвремени стопански сектори показва, че ***моделът за общото равновесие на Валрас действително играе ролята на «харта магна» за икономическата теория на една съвременна стопанската система***. Поради това и моделът на Валрас може да бъде използван като рамка за ***анализ на фондовите потоци за провеждане на макроикономическа политика в системата на отвореното стопанство***.

Придвижването на пазара към равновесие означава всъщност изменение в течение на времето на количества и цени, което естествено поражда въпроса, ***колко бързо, с каква скорост*** става това изменение. ***Според класическата теория, стопанските субекти би трябвало да реагират мигновено на измененията в цените и количествата***. На практика обаче това не е така. За да променят поведението си, стопанските субекти се нуждаят не само от време. Те са принудени да правят и разходи. Тези разходи са част от така наречените ***транзакционни разходи***, които въобще казано са всички разходи, които се правят, за да се осигурят транзакциите, сделките, смяната на правата на собственост и ползване на стопански обекти, като блага, ресурси или фактори на производство. Тразакционните разходи за функционирането на един пазар се отчитат от ***новата институционална икономика***.

Анализът на процеса на доближаване на цената към равновесната и стойност в зависимост от акселератора цена-количество ни позволява да излезем от неокласическата схема на Валрас и Маршал и да разгледаме този процес от ***гледна точка на институционализма***, като отчитаме размера на ***транзакционните разходи като препятствие, спирачка забавяща, затрудняваща функционирането на стопанската система*** подобно на триенето в една инженерно-физична система. Колкото по-малки са транзакционните разходи за ползването на един пазар, толкова по-гладко функционира той и обратно. ***Мярка за скоростта с която пазарът се доближава до равновесие, а следователно и за транзакционните разходи, е акселератора цена-количество***.

Тъй като стопанската система е в постоянна динамика, естествено възниква въпросът кога, при какви условия системата от пазари би могла да попадне в общостопанско равновесие. Макар че на практика, стопанската система може никога да не попадне в състояние на равновесие, съществуващото на теория ***равновесно състояние може да послужи като база за сравнение и прогнози, като референтна точка към която да се стреми стопанската система***.

Динамичното равновесие е важно за икономиката, понеже по дефиниция равновесното състояние има ***свойството да е постоянно, неизменно във времето, което от своя страна е предпоставка за постоянство във взаимоотношенията между стопанските субекти, създаващо усещане за по-голяма предвидимост, увереност, доверие и стабилност в поведението им***. Дори и в случаите, в които системата не достига до равновесие, то може да служи като ***отправна точка за икономически анализи и стратегия в поведението на стопанските субекти***.

Анализът на ***динамичното равновесие на два взаимно свързани пазара*** показва, че при слаба връзка между тях, системата от тези два пазара синхронизирано се доближава до ***стабилно равновесие***. Ако връзката между двата пазара е силна, както е в случая на така наречените ***„прилепчиви" цени***, то равновесието е ***частично стабилно (седловинно)***. Типичен пример за прилепчиви цени са нивото на цените на благата и нивото на цените на труда (работните заплати). В този случай, частично стабилното равновесие се установява при ***съотношение цени-заплати, пропорционално на средната производителност на труда***.

Литература.

1. Араманович, И. Г., В. И. Левин. Уравнения математической физики. Издательство «Наука», Москва, 1969.
2. Арнольд, В.И.. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Изд. Наука, Москва, 1984.
3. Желязков, Иван. Трептения и вълни. Университетско издателство «Св. Климент Охридски», София, 2000.
4. Плачкова, Стефка; Марийка Мишева. Физика с примери от биологията. Университетско издателство «Св. Климент Охридски», София, 2004.
5. Понтрягин, Лев С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Издательство „Наука”, Москва, 1965.
6. Рангелова, Росица. Критика на концепцията и измерителя за общата факторна производителност. Икономическа мисъл, 3, 2008, стр. 30 – 49.
7. Рангелова, Росица. Конвергенцията в неокласическия модел на икономическия растеж. Икономическа мисъл, 6, 2008, стр. 48 – 66.
8. Рангелова, Росица. Променящи се детерминанти на икономическия растеж – теоритични основи и особености на емпириката. Икономически изследвания, година XVIII, 2009, 2, стр. 3 – 32.
9. Ханке, Стив; Курт Шулер. Валутният борд. Начало или край. ИК Барт, 1996.
10. Чобанов, Г., Х. Егберт, А. Гюреджеклиева. Предложения за измерване на транзакционния сектор от официалната статистика. Статистика (НСИ), брой 2, 2006, стр. 49-62.
11. Чобанов, Г., Х. Егберт, Т. Седларски. Методи за статистическо извличане на данни за транзакционните операции на микро-ниво. Статистика (НСИ), брой 1, 2007, стр. 5-14.
12. Aoki, Masahiko; Kevin Murdock; Masahiro Okuno-Fujiwara. Beyond the East Asian Miracle: Introducing the Market-enhancing View. In: M. Aoki, K. Murdock, M. Okuno-Fujiwara (eds.) The Role of Government in East Asian Economic Development. Comparative Institutional Analysis. Oxford, Clarendon Press, 1997, pp. 1-37.
13. Akrigay, A. and G.G. Booth. The stable model of stock returns. J. Bus. Econ. Stat. 6, 51-57, 1988.
14. Arrow, Kenneth J. The Organization of Economic Activity: Issues Pertinent to the Choice of Market Versus Nonmarket Allocation. In: The Analysis and Evaluation of

Public Expenditures: The PBB-System, Joint Economic Commettee, 91 st Congress, 1st Session, Volume 1, 1969, Washington.

15. Bachelier, L. Theorie de la speculation. Annales scientifiques de l'Ecole Normale Superieure 3d ser. 17, 21 – 88, 1900. Translation in: The Random Character of Stock Market Prices, ed. Paul Coonter, pp. 17 - 79. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1964.
16. Bain, A. D. Flow of Funds Analysis: A Survey. The Economics Journal, vol. 83, 1973, pp. 1055-1093, London.
17. Barro, Robert. Inflation and Economic Growth. Bank of England Quarterley Bulletin, Vol. 35, May 1995, pp. 166-176.
18. Barro, Robert and Xavier Sala I Martin. Economic Growth. McGraw-Hill, Inc., New York, 1995.
19. Beck, Thorsten and Laeven, Luc. Institution Building and Growth in Transition Economies. Policy Research Working Paper 3657, The World Bank Development Research Group Finance Team, July 2005.
20. Berg, J., J. Dickhaut, and K. McCabe. Trust, reciprocity, and social history. *Games and Economic Behaviour* 10(1), 1995, 122-142.
21. Bjørnskov, C. Determinants of generalized trust: A cross-country comparison. *Public Choice* 130(1), 2006, 1-21.
22. Blum, Ulrich/Leonard Dudley/Frank Leibbrand/ Andreas Weiske: Angewandte Institutionenökonomik. Theorien-Modelle-Evidenz. Wiesbaden 2005.
23. Bofinger, Peter; Julian Reischle und Andrea Schachter. The money supply process: A model for a large economy. In Schriften des Vereins fuer Sozialpolitik, Band 264, Duncker&Humboldt, Berlin, 1999, pp. 29-54.
24. Bofinger, Peter; Julian Reischle und Andrea Schachter. Geldpolitik. Ziele, Institutionen, Strategien und Instrumente. Verlag Franz Vahlen, Muenchen, 1996, ISBN 3 8006 20 17 0.
25. Bollerslev, T., R. Y. Chow and K. F. Kroner. ARCH modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence. Journal of Econometrics 52, pp. 5-59, 1992.
26. Bordo, Michael D.; Anna J. Schwartz. Monetary Policy Regimes and Economic Performance: The Historical Record. In Handbook of Macroeconomics, vol. 1A (Eds. J.B.Taylor, M. Woodford), pp. 149-234, North Holland Elsevier, Amsterdam, 1999.
27. Braun, Martin. Differential Equations and Their Applications. Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1978.

28. Bradford Cornell, W. and J. Kimball Dietrich. The effiency of the market for foreign exchange under floating exchange rates. The Review of Economics and Statistics, Oct. 1976. 1ll — 120.
29. Brown, R. A brief account of microscopical observation made in the months of June, July, August, 1827 on the particles contained in the pollen of plants: and; on the general existence of active molecules in organic and inorganic bodies. Phylos. Mag. Ann. of Phylos. New ser., V. 4, p.161- 178. 1828.
30. Bruner, Karl; Alan Metzler. Money Supply. In Handbook of Monetary Economics (Eds. B.M. Friedman, F.H. Hahn) vol. 1, pp. 357-398, North Holland, Amsterdam, 1990.
31. Bruno, Michael and Easterly, William. Inflation, Crises and Long-run Growth. National Bureau of Economic Research Working Paper Series No. 5209, August 1995.
32. Bulgarian National Bank Law. State Newspaper Nr. 46, June 10, 1997. (Bulgarian).
33. Commercial Banks Law. State Newspaper Nr. 52, July 1, 1997. (in Bulgarian).
34. Copeland, M. A. Some Illustrative Analytical Uses of Flow of Funds Data. In: National Bureau of Economic Research, Studies of Income and Wealth, vol. 26, The Flow of Funds Approach to Social Accounting, Princeton University Press, 1962.
35. Chobanov, G. S. Modeling of Financial Asset Returns by Shot Noise Processes. Mathematical and Computer Modelling 29, 1999, p. 17-21.
36. Chobanov, G. The Dynamic Equilibrium Stability of Two Markets. In Sofia Conferences on Social and Economic Development in Europe.
37. George Chobanov, Juergen Ploehn, Horst Schellhaass (eds.), volume 1 “Towards a Knowledge-Based Society in Europe”, 2009, Peter Lang Verlag, Frankfurt am Main, pp. 171-186.
38. Chobanov, G. Walras Law and Flow of Funds Analysis in an Open Economic System. In: George Chobanov, Juergen Ploehn, Horst Schellhaas (eds.) Sofia Conferences on Social and Economic Development in Europe, volume 2, 2009, pp. 25-37, Peter Lang Verlag, Frankfurt am Main.
39. Chobanov, G. The Process of Approaching Market Equilibrium. In: George Chobanov, Juergen Ploehn, Horst Schellhaas (eds.) Sofia Conferences on Social and Economic Development in Europe, volume 3, 2010, Peter Lang Verlag, Frankfurt am Main (in print).
40. Chobanov, G., Henrik Egbert. The Rise of the Transaction Sector in the Bulgarian Economy. Comparative Economic Studies, 2007, 49, pp. 683-698.

41. Chobanov, G. Eric Pentecost. Price and Output Dynamics under Currency Board. The Case of Bulgaria. In: Christos Papazoglou and Eric Pentecost (Eds.) Exchange Rate Policies, Prices and Supply-Side Response. A Study of Transitional Economies. Palgrave, 2001, pp. 91-103.
42. Coase, Ronald H. The Nature of the Firm. Economica N. S., 1937, pp. 386-405.
43. Coase, Ronald H. The Problem of Social Cost. Journal of Law and Economics, 3 (15), 1960, pp. 1-44.
44. Cooper, John C.. World stock markets: some random walk tests. Applied Economics. 1982. 14, 515-532.
45. Christ, Carl F. A model of Monetary and Fiscal Policy Effects on the Money Stock, Price Level and Real Output. Journal of Money, Credit and Banking, vol. 1, Columbus, Ohio, 1969, pp. 683-705.
46. Dicky, David A. and Wayne A. Fuller. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. Journal of the American Statistical Association, June 1979, vol. 74. Nr 366, p.42~ — 431.
47. Dollery B. E. and W. H.Leong Measuring the transaction sector in the Australian economy 1911-1991. Australian Economic History Review 38, , 3, 1998, pp. 207-231
48. Dornbusch, Rudiger. Open Economy Macroeconomics. Harper International Edition, 1980.
49. Dornbush, Rudiger. Expectations and Exchange Rate Dynamics. Journal of Political Economy, vol. 84, no. 6, December 1976.
50. Eagle, R. F. Autoregresive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of the U.K. inflation. Econometrica 50, pp. 987-1008, 1982.
51. Eucken, Walter. Grundsaetze der Wirtschaftspolitik. Tuebingen, Mohr Verlag, 1952 (1990 Sechste Auflage).
52. Evans, Peter B. Embedded Autonomy. States and Industrial Transformation. Princeton, Princeton University Press, 1995.
53. Fair, Ray C. and Dwight M. Jaffe. Methods of Estimation for Market Disequilibrium. Econometrica, vol. 40, New Haven, Conn., 1972, pp. 497-514.
54. Fairly, A. M. And K.-P. Lin. Qualitative Reasoning in Economics, 1990.
55. Fama, E.F. The Behavior of Stock Market Prices. Journal of Business, 1965, 38, pp. 34- 104.
56. Fehr, E. and A. Falk. Wage rigidity in a competitive incomplete contract market. *Journal of Political Economy,* 107(1), 1999, 106-134.

57. Felderer, Bernhard and Stefan Homburg. Makrooekonomik und neue Makrooekonomik. Springer Verlag, Berlin, 1999.
58. Fischer, Stanley. Applied Economics in Action: IMF Programs. The American Economic Review, vol. 87, No 2, Papers and Proceedings of the Hundred and Fourth Annual Meeting of the American Economic Association (May, 1997), pp. 23-27.
59. Fischer, Stanley. Rules Versus Discretion in Monetary Policy. In: Handbook of Monetary Economics. Volume II Edited by B. M. Friedman and F.H. Hahn, Elsevier Science Publisher, 1990, pp. 1155-1184.
60. Fischer, Stanley. The Role of Macroeconomic Factors in Growth. Journal of Monetary Economics, 32, 1993, pp. 485-512.
61. Fischer, Stanley. Maintaining Price Stability. Finance and Development, December 1996, pp. 34-37.
62. Fleming, Marcus J.. Domestic Financial Policies under Fixed and Flexible Exchange Rate. IMF Staff Papers, 9, November 1962, p. 369-79.
63. Friedman, Milton. Essays in Positive Economics. The University of Chicago Press, Chicago, 1953.
64. Frisch, Ragnar. On the Notion of Equilibrium and Disequilibrium. Review of Economic Studies, III, 1936, pp. 100-105.
65. Ghertman, M. Measuring Macro-Economic Transaction Costs: A Comparative Perspective and Possilbe Policy Implications”. Paper presented at the 2nd annual conference of the International Society for New Institutional Economics, Paris, 1998.
66. Giancarlo Gandolfo. Economic Dynamics. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 1997.
67. Granger, C. W. J. and Morgenstern 0. Predictibility of Stock Market Prices. Heath Lexington, Massachusetts. 1970.
68. Grindle, Merilee S. Challenging the State. Crisis and Innovation in Latin America and Africa. Cambridge, Cambridge University Press, 1996.
69. Heijdra, Ben J.; Frederick van der Ploeg. The Foundations of Modern Macroeconomics. Oxford University Press, 2002.
70. Hicks, J R. Value and Capital, 1939.[ ] Hobson, E.W. The Theory of Functions of Real Variable and the Theory of Fourier’s Series. Vol. I, II, Dower Publications, New York, 1957).
71. Hobson, E.W. The Theory of Functions of Real Variable and the Theory of Fourier’s Series. Vol. I, II, Dower Publications, New York, 1957).

72. Hoff, Carla and Stiglitz, Joseph E. After the Big Bang? Obstacles to the Emergence of the Rule of Law in Post-Communist Societies. Policy Research Working Paper 2934, The World Bank Development Research Group Investment Climate Team, December 2002.
73. Hopf, L. Introduction to Differential Equations of Physics. Dover Publications, New York, 1948.
74. Johnson, S., D. Kaufmann, and A. Shleifer. The unofficial economy in transition. *Brookings Papers on Economic Activity*, 1997(2), 159-239.
75. Johnson, Harry G. The Monetary Approach to Balance-of-Payments Theory. In: Johnson, H. G. (Ed.) Further Essays in Monetary Economics, London, 1972, p. 229-249.
76. Kendall, M. G. The Analysis of Economic Time Series. Journal of the Royal Statistical Society, 116A. 145-173, 1953.
77. Keynes, John Maynard. The General Theory of Employment, Interest and Money. Harcourt Brace Jovanovtch, New York, 1964 (1936).
78. Kragh, Boerje et al. Financial Programming. OECD Publications No 27, 143, Paris, 1970.
79. Koford, K. Experiments on Trust and Bargaining in Bulgaria: The Effects of Institutions and Culture (Paper prepared for presentation at the 7th Annual Conference of the International Society for New Institutional Economics, 2003). (http://www.umbc.edu/economics/seminar_papers/koford_paper.pdf, 01/10/2007)
80. Kornai, Janos. Anti-Equilibrium. In: On Economic Systems Theory and the Task of Research, Amsterdam, London, 1971.
81. Lange, Oskar. Say's Law: Restatement and Criticism. In: O. Lange et al (Eds.) Studies in Mathematical Economics, Chicago, Chicago University Press, 1942.
82. Löchel, H. *Institutionen, Transaktionskosten und wirtschaftliche Entwicklung.* Berlin: Duncker and Humblot, 1995.
83. Mandelbrot, B. B. The variation of certain speculative prices. Journal of Business 26, 394-419, 1963.
84. Marshall, Alfred. The Pure Theory of Domestic Value, 1879.
85. Marshall, Alfred. Principles of Economics. 8th edition, London, Macmillan (1st edition 1890), 1920.
86. Mayer, U. Neue Makrooekonomik. Springer, Berlin, 1983.

87. Mittnik, S. and S. T. Rachev. Modeling asset returns withalternative stable distributions, Economic Reviews, 1993.
88. Mundell, Robert A.. Capital mobility and stabilization policy under fixed and flexible exchange rates. Canadian Journal for Economics and Political Science, 29, November 1963, p. 475-85.
89. Mundell, Robert A.. A reply: Capital mobility and size. Canadian Journal for Economics and Political Science, 30, August 1964, p.421-31.
90. North, Douglass C. Institutions, Institutional Change, and Economic Performance. Cambridge University Press, New York, 1990.
91. North, Douglass C. Towards a theory of institutional change. In: Quarterly Review of Economics and Business 31, 1991, pp. 3-11.
92. North, Douglass C. Economic Performance Through Time. American Economic Review., vol. 84, No 3, 1994, pp. 359-368.
93. North, Douglass C. Some Fundamental Puzzles in Economic History/Development. Washington University, St. Louis: Mimeo, 1995.
94. North, D. C. / R. P. Thomas (1973): The Rise of the Western World. A New Economic History. Cambridge: Cambridge University Press.
95. North, D. C. / R. P. Thomas (1971), "The Rise and Fall of the Manorial System: A Theoretical Model". Journal of Economic History, 31, 777-803.
96. North, D. C. and J. J. Wallis. Integrating Institutional Change and Technical Change in Economic History – A Transaction Cost Approach". Journal of Institutional and Theoretical Economics, 150(4), 1994, 609–624.
97. Obstfield, Maurice and Kenneth Rogoff Foundations of International Macroeconomics. The MIT Press, 1996.
98. Osband, Kent and Villanueva, Delano. Independent Currency Authorities: An Analytic Primer. IMF Staff Papers, Vol. 40, No. 1, March 1993, pp. 202-216.
99. Papademos, Lucas; Franco Modigliani. The Supply of Money and the Control of Nominal Income. In Handbook of Monetary Economics (Eds. B.M. Friedman, F.H. Hahn) vol. 1, pp. 399-494, North Holland, Amsterdam, 1990.
100. Patinkin, Don. Money, Interest and Prices. Harper and Row, New York, 1965.
101. Polak, J.J. and Victor Argy. Credit Policy and Balance of Payments. IMF Staff Papers vol. 18, Washington DC, 1971, pp. 1-24.
102. Polak, J.J. The IMF Monetary Model at Forty. IMF Working Paper, April, 1997.

103. Raiser, M. Informal Institutions, Social Capital and Economic Transition: Reflections on a Neglected Dimension, WP, European Bank for Reconstruction and Development, London, 1997.
104. Richter, Rudolf; Ulrich Bindseil. Neue Institutionenökonomik, WiSt (Wirtschaftswissenschaftliches Studium) 24. Jg. 1995, H. 3, S. 132-140
105. Richter, Rudolf; Eirik G. Furubotn. Neue Institutionenökonomik. Eine Einführung und kritische Würdigung; 3. Auflage, Tübingen 2003
106. Ritschard, G. Computable Qualitative Comparative Static Problems, 1983
107. Samuelson, P. Foundations of Economic Analysis. Cambridge Mass.: Harvard University Press, 1947. По-нова версия: Paul Anthony Samuelson. Foundations of Economic Analysis. Harvard University Press, Cambridge, 1963.
108. Schaechter, A.. Implementation of Monetary Policy and Central Bank's Balance Sheet. IMF Working Paper, October 2001.
109. Sesselmeier, Werner; Gregor Blauermel. Arbeitsmarkttheorien. Ein Ueberblick. Physika Verlag, Heidelberg, 1998.
110. Simons, Henry C. Rules versus Authorities in Monetary Policy. In: Simons, Henry C. Economic Policy for a Free Society, Chicago, University of Chicago Press, 1948, pp. 160-162.
111. Slutsky, E. On the Theory of the Budget of the Consumer, 1953 (1915).
112. Smith, Adam. An Inquiry into the Nature and Cause of the Wealth of Nations. 1776 [Reprint ed. Max Lerner, The Modern Library Edition, New York, 1937]
113. Sriram, S.. A Survey of Recent Empirical Money Demand Studies. IMF Staff paper, Vol. 47, No 3, 2001.
114. Stone, R. Social Accounting Matrix Models – Framework for Economic Decisions. In: C.M. Berners-Lee (Ed.) Models for Decisions, London, 1965.
115. Stone, R. The Social Accounts from a Consumer's Point of View, Review of Income and Wealth, Series 12, March 1966.
116. Streeten, Paul. Markets and States: Against Minimalism. World Development, 21, 8, 1993, pp. 1281-1298.
117. Streeten, Paul. Governance. In: M.G. Quibria and J.M. Dowling (eds.) Current Issues in Economic Development. An Asian Perspective. Hong Kong, Oxford University Press, 1996, 27-66.
118. Sulejewicz, A. and P. Graca. Measuring the transaction sector in the Polish economy 1996- 2002. Paper presented at the Ninth Annual Conference of the

International Society for New Institutional Economics, Barcelona, 22-25 22-25 September 2005.

119. Takayama, Akira. Analytical Methods in Economics. Harvester Wheatsheaf, New York, 1994.

120. Tinbergen, Jan. Annual Survey: Suggestions on Quantitative Business Cycle Theory. Econometrica, III, 1935, pp. 241-308.

121. Tinbergen, J. A Model for Flow of Funds Analysis of an Open Country, Rivista Internationali di Scienze Economiche e Commerciali, vol. 12, March 1965.

122. Tobin, James. A general equilibrium approach to monetary theory. Journal of Money, Credit and Banking, vol. 1, No 1, Feb., 1969, pp. 15-29.

123. Tucker, Donald P. Macroeconomic Models and the Demand for Money under Market Disequilibrium. Journal of Money, Credit and Banking, vol. 3, Columbus, Ohio, 1971, pp. 57-83.

124. Viner, J. Studies in the theory of international trade. London: George, Allen, and Unwin, 1956.

125. Wallis J.J and D.C. North. Measuring the transaction sector in the American Economy 1870-1970. In: Engermann S. L. and Gallmann R. E. (eds) Long Term Factors in American Economic Growth. University of Chicago Press, Chicago and London, 1986, pp. 95-148.

126. Wang N. Measuring transaction costs: A complete survey. Ronald Cost Insitute Working Papers Nr 2, 2003.

127. Walras, Leon. Elements d'economie politique pure. Lausanne, Corbaz, 1874). По-съвременни издания на тази книга са: Leon Walras. Elements of Pure Economics, 1954 (1926).

128. Williamson, John. What Washington Means by Policy Reform. Institute for International Economics, Washington, D.C., 1990.

129. Williamson, John. The Political Economy of Policy Reform. Institute for International Economics, Washington, D.C., 1994.

130. Williamson, John. What Role for Curreny Boards? Institute for International Economics, Washington, D.C., September, 1995.

131. Willms, Manfred. Intenationale Waehrungspolitik. Verlag Franz Vahlen, Muenchen, 1992.

132. Wong, Chorng-huey and Oystein Pettersen. Financial Programming in the Framework of Optimal Control. Weltwirtschaftliches Archiv, Volume 115, Issue 1, 1979, pp. 20-37.

133. World Bank. World Development Report: The State in a Changing World, New York, Oxford University Press, 1997.

134. World Bank. Transition: The First Ten Years, Analysis and Lessons for Eastern Europe and the Former Soviet Union, Washington, D.C., 2002.