

СТАНОВИЩЕ

по процедура за защита на дисертационен труд на тема:
„Едновременно приближение с операторите на Бернщайн“
за придобиване на научна степен „доктор на науките“

от

кандидат: **Борислав Радков Драганов**

Област на висше образование: **4. Природни науки, математика и информатика**

Професионално направление: **4.5. Математика**

Докторска програма: „**Математически анализ**“, катедра: „**Математически анализ**“

Факултет по математика и информатика (ФМИ),

Софийски университет „Св. Климент Охридски“ (СУ)

Становището е изготвено от: доцент д-р Румен Костадинов Улучев, ФМИ, СУ,
в качеството ми на член на научното жури, съгласно Заповед № РД 38-627/28.11.2023 г.
на Ректора на Софийския университет.

1. Обща характеристика на дисертационния труд и представените материали

Доц. д-р Борислав Драганов е представил дисертация, озаглавена *Simultaneous Approximation by the Bernstein Operator*, на английски език. Основен обект на изследванията в нея са оценки в теглови норми за едновременното приближение на достатъчно гладки функции и техни производни чрез оператора на Бернщайн или негови модификации. Дисертационният труд е от 178 страници и се състои от увод, 6 глави и библиография, съдържаща 100 цитирани научни публикации. Към материалите за участие в конкурса са приложени още автореферат, 9 научни публикации, списък с цитиранията на тези публикации и др.

2. Данни и лични впечатления за кандидата

През годините кандидатът по настоящия конкурс Борислав Драганов е заемал следните академични длъжности в катедра „Математически анализ“, ФМИ на СУ: избран е за асистент през 2002 г., от 2004 г. е главен асистент, а от 2011 г. – доцент. Има присъдена ОНС „доктор“ през 2003 г. Освен това, от 2012 г. заема академична длъжност доцент в ИМИ-БАН.

Запознат съм с научната дейност и резултатите на доц. Драганов от научните конференции у нас и в чужбина, на които той е докладвал, от съвместното ни участие

в научни проекти, финансирани от ФНИ на МОН, ФНИ на СУ, ЕС чрез Националния ПВУ, от съвместната ни редакторска работа върху сборниците с доклади от конференциите „Конструктивна теория на функциите“ и др. Имам отлични впечатления от доц. Борислав Драганов като колега, изследовател и преподавател.

3. Съдържателен анализ на научните и научноприложните постижения на кандидата, съдържащи се в представените материали по процедурата

Свойството на полиномите на Бернщайн $B_n f(x)$ за различни естествени s и достатъчно гладки функции f да имаме сходимост

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (B_n f)^{(s)}(x) = f^{(s)}(x)$$

равномерно в $[0,1]$, е известно от 30-те години на ХХ век. Именно това интересно свойство се нарича едновременно приближение и е в основата на разглежданите задачи в настоящата дисертация. Ще акцентирам върху някои от най-важните резултати в този труд. Глава 1 е подготвителна и съдържа основните дефиниции на използваните K -функционали, модули на гладкост и техни свойства. В Глава 2 са доказани някои неравенства за норми (включително с тегла) на диференциални оператори от междинен ред. Получените неравенства са използвани нататък в доказателствата на редица резултати. В Глава 3 е разгледана задачата за едновременно приближаване на функции чрез полиномите $B_n f(x)$, като за характеристика на приближението са използвани подходящи K -функционали. Права теорема е доказана в Теорема 3.3. Именно, получена е оценка отгоре за тегловата грешка $\|w(B_n f - f)^{(s)}\|$ (съществуващия супремум при тегло на Якоби $w(x)$) чрез K -функционал. В Теорема 3.5 са изведени оценка от типа на Джексън в зависимост от s и теглото w . Силните обратни неравенства, доказани в Теорема 3.8, показват, че оценките от Теорема 3.3 са точни по порядък. Нещо повече, при някои ограничения за s и теглото w в Теорема 3.30 е получена пълна характеристика на грешката на едновременното приближение чрез използвания K -функционал.

В Глава 4 са обобщени резултати от предишната, за итерираните булеви суми на оператора на Бернщайн $\mathbf{B}_{r,n} = I - (I - B_n)^r$, където r е естествено число. Така в Теорема 4.3 е доказано право неравенство за тегловата грешка $\|w(\mathbf{B}_{r,n} f - f)^{(s)}\|$ и подходящ K -функционал, Теорема 4.7 и 4.8 дават оценки от типа на Джексън, а в Теорема 4.10 е получено обратно неравенство.

Глава 5 е посветена на едновременно приближение с две модификации на полиномите на Бернщайн, при които коефициентите пред базисните полиноми

$x^k(1-x)^{n-k}$ са цели числа: $\tilde{B}_n(f)(x) = \sum_{k=0}^n \left[f\left(\frac{k}{n}\right) \binom{n}{k} \right] x^k (1-x)^{n-k}$ (въведена от Канторович) и $\hat{B}_n(f)(x) = \sum_{k=0}^n \langle f\left(\frac{k}{n}\right) \binom{n}{k} \rangle x^k (1-x)^{n-k}$, $\langle a \rangle$ е най-близкото до a реално число, предложена от Драганов. При оценката на грешката за едновременното приближение с тези две версии на оператори от типа на Бернщайн са установени прави неравенства с модули на гладкост (Теорема 5.1 и Теорема 5.4) и слаби обратни неравенства (Теорема 5.6).

При означенията $D_n f(x) = n(B_n f(x) - f(x))$ и $Df(x) = \frac{\varphi^2(x)}{2} f''(x)$, където $\varphi^2(x) = x(1-x)$, теоремата на Вороновская твърди, че за функции f от класа $C^2[0,1]$ линейният оператор $D_n f(x)$ е сходящ към диференциалния оператор $Df(x)$ равномерно в $[0,1]$. В Глава 6 е изследвана грешката на приближението $D_n f(x) \approx Df(x)$, т.е. скоростта на сходимост в теоремата на Вороновская. Теорема 6.1 установява прави и слаби обратни неравенства, като оценките са с подходящи K -функционали. Непосредствено от тези оценки в Следствие 6.3 е изведена характеристика на грешката $\|D_n f - Df\|$.

4. Аprobация на резултатите

Приложените 9 статии по процедурата (от които 1 в съавторство с декларация за равностойно участие на двамата автори) са публикувани в периода 2013-2022 г. в специализирани реферирани научни издания както следва: *Journal of Approximation Theory* (3 статии, общ IF: 2,837), *Results in Mathematics* (2, общ IF: 1,737), *Studia Universitatis Babeş-Bolyai Mathematica* (1, IF: 0,4), *Annual of Sofia University "St. Kliment Ohridski"* (1), сборници с доклади от международна конференция "*Constructive Theory of Functions*" (2). Тези публикации отразяват в голяма степен резултатите, включени в дисертацията. Приложен е списък на резултати с 14 цитирания след 2009 г., всички в реферирани издания, а повечето и в списания с импакт фактор. Споменатите статии и цитирания от настоящата процедура не са използвани в предишни процедури за придобиване на ОНС „доктор“ или за заемане на академична длъжност „доцент“. Резултатите са докладвани на редица международни конференции, видно от приложения в автобиографията списък с изнесени доклади.

Научните трудове отговарят на минималните национални изисквания (по чл. 2б, ал. 2 и 3 на ЗРАСРБ) и съответно на допълнителните изисквания на СУ „Св. Климент Охридски“ за придобиване на научна степен „доктор на науките“ в научната област

и професионално направление на процедурата. В представения дисертационен труд и приложените публикации по тази процедура няма доказано по законоустановения ред плагиатство.

5. Качества на автореферата

Авторефератът на дисертацията (представен на български и английски език) е подготвен прецизно, изчерпателен е и дава много добра представа за цялостния дисертационен труд. Съдържа кратки исторически бележки по тематиката, основните дефиниции на използваните K -функционали и модули на гладкост, най-важните получени резултати, коментари и цитираната в него литература.

6. Критични бележки и препоръки

Нямам критични бележки към дисертацията и приложените научни трудове.

7. Заключение

След като се запознах с представените в процедурата дисертационен труд и придружаващите го научни трудове и въз основа на направения анализ на тяхната значимост и съдържащи се в тях научни и научноприложни приноси, **потвърждавам**, че представеният дисертационен труд и научните публикации към него, както и качеството и оригиналността на представените в тях резултати и постижения, отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за приложението му и съответния Правилник на СУ „Св. Климент Охридски“ за придобиване от кандидата на научна степен „доктор на науките“ в научната област 4. Природни науки, математика и информатика и професионално направление 4.5. Математика. В частност, кандидатът напълно удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление, като не е установено плагиатство в представените по конкурса научни трудове.

Въз основа на гореизложеното, убедено **препоръчвам** на научното жури да присъди на Борислав Радков Драганов научна степен „доктор на науките“ в научна област 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, научна специалност „Математически анализ“.

23 февруари 2024 г.

Изготвил становището:

(доц. д-р Румен Улучев)