Р Е Ц Е Н З И Я

на дисертация

за придобиване на научната степен „доктор на науките“

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика

Професионално направление: 4.5. Математика

Автор: Ася Петрова Русева

Тема: Крайни геометрии и кодове

Рецензент: Проф. дмн Стефка Христова Буюклиева

Катедра „Алгебра и геометрия”,

ВТУ ”Св. Св. Кирил и Методий”

Със Заповед № РД 38-186 / 14.05.2020 г. на Ректора на Софийския университет съм определена за член на научното жури по процедурата по защита на дисертационния труд на доц. д-р Ася Русева от катедра «Геометрия» на Факултета по математика и информатика на СУ „Св. Климент Охридски“. Като член на научното жури получих всички документи, изисквани от Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагането на ЗРАСРБ и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в СУ „Св. Климент Охридски“.

1. Кратки биографични данни за дисертанта.

Ася Русева е завършила математика в СУ „Св. Климент Охридски“ през 1988 г. През 2005 г. е защитила докторска дисертация на тема „Арки в крайни проективни геометрии и приложението им в теория на кодирането“ под ръководството на проф. Иван Ланджев. От 1993 година досега тя е преподавател в катедра „Геометрия“ на ФМИ, СУ „Св. Климент Охридски“, като от 2009 година е доцент.

Ръководител е на договор с ФНИ при СУ „Св. Климент Охридски“ на тема „Крайни геометрии, структури на инцидентност и приложения“ от 2013 година досега.

Има над 45 научни публикации, почти всички в реномирани международни списания. Участвала е в много конференции у нас и в чужбина.

2. Актуалност на тематиката.

Дисертацията е посветена на изследвания по няколко задачи от областта на крайните геометрии, свързани и с линейните кодове, изучавани в теорията на кодирането.

Възникването на теорията на кодирането определя няколко направления на интензивни изследвания в областта. Едното от тях е свързано с конструиране и класификация на кодове с оптимални и екстремални параметри, както и с намиране на граници за тези параметри. Една от основните задачи в теорията на кодирането е изследването на функциите $n_q(k,d)$ (минималната дължина n, за която съществува $[n,k,d]_q$ код), $k_q(n,d)$ (максималната размерност k, за която съществува $[n,k,d]_q$ код) и $d_q(n,k)$ (максималното d, за което съществува $[n,k,d]_q$ код). Голяма част от изследванията, представени в тази дисертация, са свързани с функцията $n_q(k,d)$.

Оказва се, че за изучаването на кодове над крайни полета GF(q) за $q \geq 3$ е много целесъобразно и успешно изследването на съответните им обекти в крайни геометрии. Цитираната вече основна задача за минимизиране на функцията $n_q(k,d)$ в теорията на кодирането може да се формулира естествено като задача за разполагане на точки в проективна геометрия над крайно поле. Тази геометрична интерпретация е особено полезна при теоретични изследвания, конструкции на кодове, доказателства за несъществуване или получаване на нови граници за параметрите. Разработени са ефективни методи за изследвания в тази насока от водещи учени като Белов, Логачев, Hamada, Hill, Helleseth, van Tilborg, Ball и др. Формално и детайлно описание на представянето на линейни кодове като мултимножества от точки е представено в работата на Додунеков и Simonis [56].

3. Обща характеристика на дисертационния труд.

Дисертацията е в обем от 180 страници и се състои от пет глави и литература, включваща 201 заглавия. Първа глава е уводна за дисертационния труд и дава обща представа за съдържанието и структурата му. Във втора глава са представени основни сведения, дефиниции и важни теореми от теорията на проективните геометрии и на линейните кодове над крайни полета. Следващите три глави съдържат оригиналните резултати на дисертационния труд.

Глава 3 е посветена на геометрична характеризация на линейните кодове, чиято дължина достига границата на Griesmer (така наречените Грийсмърови кодове). Във връзка с тази граница много актуално е изследването на функцията

$$t_q(k) = \max_{0 \le d < \infty} (n_q(k,d) - g_q(k,d)), \qquad g_q(k,d) = \sum_{i=0}^{k-1} \left\lceil \frac{d}{q^i} \right\rceil.$$

Тази функция задава отклонението на оптималната дължина на линеен код от стойността, зададена от границата на Griesmer

$$n \ge g_q(k,d).$$

Нашият учител акад. Стефан Додунеков първи е забелязал, че за фиксирано d и $k \to \infty$, разликата $n_q(k,d) - g_q(k,d)$ също клони към безкрайност, а оттам и $t_q(k) \to \infty$. В първите три раздела на тази глава се изследва скоростта на нарастване на тази функция. В първия раздел са формулирани три задачи, които на практика представят една и съща задача, която е изказана в термините на линейни кодове (Задача А), на арки в крайна проективна геометрия (Задача В), и на блокиращи множества (минихипери) в PG(*k-1*,*q*) (Задача С). Приведени са няколко резултата, опростяващи изследването на $t_q(k)$, като най-важна е Лема 3.6, която показва, че максимумът при пресмятането на $t_q(k)$ може да бъде взет само по краен брой стойности на d:

$$t_q(k) = \max_{0 \le d < q^{k-1} - q^{k-2}} (n_q(k,d) - g_q(k,d)).$$

В Раздел 3.2 е обобщена конструкцията на Белов, Логачев и Сандимиров за линеен код с определени параметри. Основен резултат в Раздел 3.3 е доказателство на хипотезата на Ball за равнини от четен ред (Теорема 3.18). В Раздел 3.4 са представени намерените точни стойности на функцията $t_q(k)$ за q=4 и k=5. Направена е характеризация на арки с параметри (100,26), (117,30) и (118,30) в PG(3,4), която се използва по-нататък за доказване на несъществуване на арки с различни параметри в PG(4,4). В края на тази глава е представена таблица с всички стойности на d, за които точната стойност на фукцията $n_4(5,d)$ все още не е известна.

В Глава 4 се изследват условия за разширимост на арки и съответно на свързаните с тях линейни кодове. В дисертацията е предложен нов геометричен подход към задачата за разширимост, разбирана като формулиране на условия, при които (*n*,*w*)-арка в PG(*r*,*q*) е разширима до (*n*+1,*w*)-арка чрез увеличаване на кратността на една точка. Основната идея е да се свърже разширимостта на дадена арка със структурата на специална свързана с нея арка в дуалната геометрия. Специално внимание е отделено на въпроса за разширимост на арки с t-квазиделимост. Такива арки се разглеждат при изучаване на Грийсмърови кодове с минимално разстояние $d \equiv -t\ (mod\ q), t < q$. Въвеждат се и специални обекти, наречени (t mod q)-арки или арки със свръхделимост, чиято характеризация води до решаването на важни геометрични задачи. Особено внимание е обърнато на (0 mod q)-арките, тъй като при тях всяка хиперравнина има кратност $\equiv 0\ (mod\ q)$. Изследвани са геометрии от прост ред p, като в такъв случай кратностите на точките могат да се разглеждат като елементи на GF(p) и всички (0 mod p)-арки образуват векторно пространство над това поле. Развитите техники могат успешно да бъдат приложени към основната задача от теорията на кодирането, разглеждана в дисертацията.

Глава 5 е посветена на конструкции на блокиращи множества в афинните геометрии AG(n,q). Представени са 4 раздела. В Раздел 5.1 е даден обзор на известните долни граници за мощността на блокиращо множество в AG(n,q). Основният резултат е представен в Раздел 5.2 – това е нова обща конструкция на афинни блокиращи множества (Теорема 5.6). Приложения на тази конструкция са описани в Раздел 5.3. В Раздел 5.4 са представени две таблици, свързани с афинните блокиращи множества.

Дисертацията е много добре балансирана като съдържание. Текстът е добре оформен, придружен с професионално изработени чертежи. Би било добре тези чертежи да бъдат номерирани. В началото на всяка глава са представени основите, върху които авторката стъпва, за да доразвие съответната теория и да получи нови резултати. Литературата от 201 заглавия показва много добро познаване на изследванията в областта на крайните геометрии и теорията на кодирането.

4. Приноси и значимост на разработката.

Приемам и одобрявам представените приноси, посочени от доц. Русева. Бих откроила следните от тях:

- Доказани са граници за функцията $t_q(k)$ за различни размерности и различни полета:
  - За четни размерности е в сила $t_q(k) \leq q^{\frac{k}{2}}$.
  - За k=4 е доказано неравенството $t_q(4) \leq q - 1$.
  - За четно q е доказано $t_q(3) \leq \log_2 q - 1$.
  - За числа q, които са четни степени на нечетни прости числа е доказано, че $t_q(3) \leq \sqrt{q} - 1$.

- Решени са 10 случая на задачата за определяне на точната стойност на $n_4(5, d)$.
- Въведени са арки със свръхделимост, които са използвани за решаване на задачата за разширимост на арки в проективна геометрия.
- Решен е един от четирите отворени случаи за определяне на точната стойност на $n_5(4, d)$ чрез доказателство за несъществуване на (104,22)-арки в PG(3,5).
- Предложена е обща конструкция за афинни блокиращи множества.

5. Публикации по дисертационния труд и цитирания.

Дисертацията на Ася Русева се основава на 7 публикации. Всички статии са на английски език и са публикувани в международни научни списания. Тези публикации носят 177 точки според наукометричните показатели от последното изменение на Правилника за прилагане на Закона за развитието на академичния състав в Република България при изискване за минимум 100 точки.

Пет от публикациите са съвместни разработки с проф. Иван Ланджев, а останалите 2 статии са самостоятелни. Считам, че приносът на Ася Русева в съвместните публикации е равностоен.

Резултатите от този дисертационен труд са докладвани на много конференции по крайни геометрии, комбинаторика, теория на кодирането и криптография у нас и в чужбина. Ася Русева е представила списък с 13 цитирания.

6. Автореферат.

Авторефератът е изготвен съгласно изискванията и правилно отразява съдържанието на дисертационния труд.

7. Лични впечатления.

Познавам Ася Русева от много години. Слушала съм всички нейни представяния на поредицата конференции ACCT (Algebraic and Combinatorial Coding Theory) и OCRT (Optimal Codes and Related Topics), както и на годишните семинари по теория на кодирането. Тя е много добър лектор, докладите и са подготвени прецизно и представени убедително. Доц. Русева е доказан специалист на световно ниво в областта на крайните геометрии.

8. Препоръки.

Имам препоръка към доц. Русева, която не се отнася до съдържанието на нейната дисертация. Смятам, че е добре да направи свои профили в най-разпространените мрежи за изследователи като ReseachGate и Google Scholar. Опитът ми показва, че тези мрежи популяризират научната работа на колегите и позволяват по-добра видимост на публикациите и цитиранията.

Данните за публикационната дейност на доц. Русева на сайта на ФМИ са доста стари и не дават добра ориентация върху научната ѝ работа. Би било добре да се актуализира своевременно тази информация.

9. Заключение.

Представеният дисертационен труд отговаря на съвкупността от критерии и показатели съгласно ЗРАСРБ, Правилника за приложението му и съответния Правилник на СУ „Св. Климент Охридски". Постигнатите резултати ми дават основание да предложа да бъде придобита научната степен „Доктор на науките" от **Ася Петрова Русева** в

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика,

Професионално направление: 4.5. Математика.

09.07.2020 г. Рецензент:

/проф. дмн Стефка Буюклиева/