РЕЗЮМЕТА
на научните публикации
на гл. ас. д-р ИРИНА ВУТОВА,
представени за участие в конкурс за академичната длъжност доцент
по 1.3. Педагогика на обучението по...(Математика)

Група от показатели В

Показател В.3. Хабилитационен труд - монография

Вутова, И., *Теореми, аналогия, евристика или теорема – хипотеза – теорема prim,* Университетско издателство „Св. Климент Охридски“, ISBN 978-954-07-4914-3, София, 2020, Рецирано

Резюме

Изледването разкрива евристична роля на теоремите в математическото творчество. В него се развива тезата, че освен като „градивен материал“ при доказване на теореми и решаване на задачи, теоремите са „надежден извор“ на нови хипотези и теореми в математическите курсове. Идеята за общия „произход“ на математическите знания поражда концепцията, че голяма част от новите знания се получават в резултат на аналогия и обобщение на знания, които вече са утвърдени (чрез доказателство). Изследването ни връща отново към класическата аналогия в геометрията „равнина-пространство“, но реализирана чрез векторно-алгебричното моделиране, посредством смяна на размерността. От формална гледна точка структурата на монографията е композирана в четири глави и по този начин отразява логиката на изследването. Но, от съдържателна гледна точка изследването се състои от две основни части, които бихме могли условно да наречем теоретична част и практическа част. В теоретичната част е направено обединяване на идеята за теоремите като прототип на нови хипотези с висока степен на правдобододобност и идеята за естествините евристични възможности на векторно-алгебричното моделиране в геометрията. Това обединяване доведе до извеждане и формулиране на стратегия за „евристичен преход“ от равнината към пространства с три и повече измерения чрез „надграждане“ на равннини теореми и построяване на техни пространствени аналози. В практическата част е направена апробация на хипотезата и потвърден ефекта на теоретично изведената стратегия за формулиране на хипотези върху теоремата за лице на четириъгълник от училищния курс по геометрия. В трета глава са направени обобщения на теоремата и са формулирани и доказани нови теореми, свързани с октаедъра, разглеждан като пространствен аналог на четириъгълника. В четвъртата част са направени успешни опити за „излаз“ в пространства с три и повече измерения. За целта са въведени нови понятия като елементарна и диагонална точкова конфигурация – аналози на понятията триъгълник (тетраедър) и четириъгълник (октаедър). Също така са

формулирани и доказани теореми за инварианти на точкови конфигураци – аналози и обобщения на понятията лице и обем (триъгълник-тетраедър и четириъгълник-октаедър).В края на изследването е направена рефлексия върху приложната част на монографията и е установено, че етапите, през които са минавали мислите на авторите при откриване и изследване на теоремата за октаедъра са сходни с етапите за развитие на мисловните умения при изучаване на определена материя, описани от психолога Блум.

Summary

The research reveals a heuristic role of theorems in mathematical creativity. It develops the thesis that apart from being a "building material" in proving theorems and solving problems, theorems are a "reliable source" of new hypotheses and theorems in mathematical courses. The idea of the general "origin" of mathematical knowledge gives rise to the concept that much of the new knowledge is obtained as a result of analogy and generalization of knowledge that has already been confirmed (by proof). The study brings us back to the classical analogy in geometry "plane-space", but realized through vector-algebraic modeling, by changing the dimension. From a formal point of view, the structure of the monograph is composed in four chapters and thus reflects the logic of the study. But, from a substantive point of view, the study consists of two main parts, which we could conditionally call the theoretical part and the practical part. The theoretical part combines the idea of theorems as a prototype of new hypotheses with a high degree of plausibility and the idea of the natural heuristic possibilities of vector-algebraic modeling in geometry. This unification led to the derivation and formulation of a strategy for a "heuristic transition" from the plane to spaces of three or more dimensions by "upgrading" plane theorems and constructing their spatial analogues. In the practical part the approbation of the hypothesis is made and the effect of the theoretically derived strategy for formulating hypotheses on the theorem for a quadrilateral face from the school course in geometry is confirmed. In the third chapter generalizations of the theorem are made and new theorems related to the octahedron, considered as a spatial analogue of the quadrilateral, are formulated and proved. In the fourth part, successful attempts were made to "exit" in spaces with three or more dimensions. For this purpose, new concepts have been introduced as an elementary and diagonal point configuration - analogues of the concepts triangle (tetrahedron) and quadrilateral (octahedron). Theorems for invariants of point configurations - analogues and generalizations of the concepts face and volume (triangle-tetrahedron and quadrilateral-octahedron) are also formulated and proved. At the end of the study a reflection was made on the applied part of the monograph and it was found that the stages through which the authors went through the discovery and study of the octahedron theorem are similar to the stages of development of thinking skills in studying a particular subject. by psychologist Bloom.

Група от показатели Г

Показател Г.4. Публикувана монография, която не е представена като основен хабилитационен труд

Лалчев, З., **И. Вутова**, *Векторно-алгебричен метод за решаване на геометрични задачи от колинеарност и конкурентност*, ISBN: 978-954-8846-11-0, ВЕДА СЛОВЕНА – ЖГ, София, 2009, Рецензирано

Резюме

В много геометрични ситуации възникват задачи, свързани с колинеарност на точки или конкурентност на прави, които с помощта на елементарно-геометрични средства често пъти се решават всяка сама за себе си. Векторната алгебра дава възможност към задачите от посочения тип да се подхожда стандартно, да се избегнат допълнителни построения, в резултат на което в много случаи задачите се превръщат в обикновено приложение на векторите. Целта на монографията е да покаже тази възможност само със средствата на афинната векторна алгебра, което я прави приложима и в училищни курсове по геометрия. Изследването се състои от две части. Първата част игре подготвителна роля и има за цел да предложи методика за формиране на умения за работа с векторите при решаване на задачи от колинеарност и конкурентност на прави. Материалът е представен под формата на задачи и техните векторни решения. Задачите са систематизирани и подредени в дидактически системи на принципа „задачи-компоненти". Очертани са два основни етапа на процеса на формиране на умения за работа с векторите – без използване на понятието база и с използване на понятието база. Всеки от етапите е разделен на подетапи, съобразно методическите разбирания на авторите за постепенност при нарастване на сложността и трудността на задачите. Методиката, предложена в първата част на монографията може с успех да бъде прилагана от учителя в часовете по задължителна подготовка, (ако учебната програма му осигурява необходимото учебно време). Във втората част на монографията изследванията по темата колинеарност и компланарност се насочват към теоремите на Менелай и на Чева в пространството. (Досегашните изследвания в тази насока са правени чрез въвеждане на барицентрични координати и векторно произведение – математически инструментариум, който не е подходащ за училищни курсове) С помощта на векторна алгебра, само на основата на афинните операции (без използване на метрични операции) са достигнати пространствени аналози на теоремите на Менелай и на Чева. Също така е установено векторно, че ако съществува общата точка на чевианите (първа точка на Чева), то съществува и общата точка на трансферзалите (втора точка на Чева) и обратно. Изведена е формула за радиус-вектора на точката на Чева. Монографията е предназначена за учители по математика и ученици-бъдещи студенти по природо-научните специалности.

Summary

In many geometric situations, problems arise related to the collinearity of points or the competitiveness of lines, which with the help of elementary-geometric means are often solved on their own. Vector algebra makes it possible to approach problems of this type in a standard way, to avoid additional constructions, as a result of which in many cases the problems become a simple application of vectors. The aim of the monograph is to show this possibility only by means of affine vector algebra, which makes it applicable in school courses in geometry. The study consists of two parts. The first part plays a preparatory role and aims to propose a methodology for the formation of skills for working with vectors in solving problems of collinearity and competitiveness. The material is presented in the form of problems and their vector solutions. The tasks are systematized and arranged in didactic systems on the principle of "tasks-components". Two main stages of the process of forming skills for working with vectors are outlined - without using the term base and using the term base. Each of the stages is divided into sub-stages, according to the methodological understandings of the authors for gradual increase in the complexity and difficulty of the tasks. The methodology proposed in the first part of the monograph can be successfully applied by the teacher in the compulsory preparation classes (if the curriculum provides him with the necessary study time). In the second part of the monograph, research on the topic of collinearity and coplanarity focuses on the theorems of Menelaus and Cheva in space. (Previous research in this direction has been done by introducing barycentric coordinates and vector work - mathematical tools that are not suitable for school courses) With the help of vector algebra, only on the basis of affine operations (without the use of metric operations) are achieved spatial analogues of the theorems of Menelaus and Cheva. It is also established vector that if there is a common point of the Chevians (first point of Cheva), then there is also a common point of the transfers (second point of Cheva) and vice versa. A formula for the radius vector of the Cheva point is derived. The monograph is intended for mathematics teachers and students-future students in natural sciences.

Показател Г.6. Статии и доклади, публикувани в научни издания, реферирани и индексирани в световноизвестни бази данни с научна информация

Г.6.1. Стоимиров, М., **И. Вутова**, *Занимателни задачи по темата „Картинна галерия“*, Математика и информатика, брой: 6, 2017, стр.: 626-640, ISSN (print): 1310-2230, ISSN (online): 1314-8532, Ref

Резюме

Предмет на статията е индуктивният подход за решаване на занимателни задаи, свързани с движение на светлинен лъч в правоъгълна галерия с огледални стени, в три от ъглите на която са поставени картини. Разгледани са редица случаи и са представени геометрични решения на три групи задачи. В резултат на геометрични построения са събрани данни (изследвани са галерии с различни размери), установени са закономерности и са формулирани изводи (хипотези). На основата на изведените заключения могат да бъдат прогнозирани траекторията на светлинния лъч, броят на неговите отражения и номерът на осветената картина. В методологично отношение изследването е продължение на геометричния метод на Перелман за решаване на задачата на Поасон.

Summary

The subject of the article is the inductive approach to solving entertaining tasks related to the movement of a light beam in a rectangular gallery with mirrored walls, in three of the corners of which are placed paintings. A number of cases are considered and geometric solutions of three groups of problems are presented. As a result of geometric constructions, data were collected (galleries of different sizes were studied), regularities were established and conclusions (hypotheses) were formulated. Based on the conclusions, the trajectory of the light beam, the number of its reflections and the number of the illuminated picture can be predicted. Methodologically, the study is a continuation of Perelman's geometric method for solving the Poisson problem.

Г.6.2. Лалчев, З., М. Върбанова, **И. Вутова**, *Аритметичен или алгебричен метод при решаване на задачи в началната училищна математика*, Математика и информатика, брой: 1, 2016, стр.: 11-28, ISSN (print): 1310-2230, ISSN (online): 1314-8532, Ref

Резюме

Целта на настоящата статия е да очертае границите на математическото „покритие“ на аритметичните методи за решаване на задачи от началния курс по математика. Също така да отговори на въпроса в кои случаи моделите на класическата методика на училищната аритметика са „безсилни“ и по тази причина е необходимо да се потърси „помощ“ от методиката на училищната алгебра. Казано по друг начин, целта е да се покаже кога алгебричният подход за решаване на аритметични задачи е логически неизбежен или технически оправдан. На основата на MZ-картата на задачата авторите формулират критерий за необходимост от въвеждане на неизвестно и използване на математически модел от съставни уравнения при решаване на аритметични задачи от началната училищна математика.

Summary

The purpose of this article is to outline the boundaries of the mathematical "coverage" of arithmetic methods for solving problems in the initial course of mathematics. Also to answer the question in which cases the models of the classical methodology of school arithmetic are "powerless" and therefore it is necessary to seek "help" from the methodology of school algebra. In other words, the aim is to show when the algebraic approach to solving arithmetic problems is logically unavoidable or technically justified. Based on the MZ-map of the problem, the authors formulate a criterion for the need to introduce the unknown and use a mathematical model of compound equations in solving arithmetic problems in primary school mathematics.

Г.6.3. Върбанова, М., З. Лалчев, **И. Вутова**, *Елементарни аритметични задачи.Структура и математически модел. Класификация. Текстови задачи*, Математика и информатика, брой: 3, 2015, стр.: 231-250, ISSN (print): 1310-2230, ISSN (online): 1314-8532, Ref

Резюме

Разработката е съсредоточена върху елементарните аритметични задачи в началната училищна математика. За теоретични и практически цели е предложена „дефиници“ на понятието елементарна аритметична задача и е въведена категорията структура на задачата. На основата на „списък“ от 12 вида задачи е направена логико-математическа класификация на елементарните аритметични задачи, в която са обхванати 24 класа. Всеки клас е представен чрез конкретен пример, в който са показани структурните и математическите модели на задачата. Математическите и практическите задачи са разгледани в единство. Разработката е отражение на конструктивистки подход в обучението по математика и представлява първи етап от изследване по темата „Аритметичните задачи в началната училищна математика“.

Summary

The development focuses on elementary arithmetic problems in primary school mathematics. For theoretical and practical purposes, "definitions" of the concept of elementary arithmetic problem are proposed and the category structure of the problem is introduced. Based on a "list" of 12 types of problems, a logical-mathematical classification of elementary arithmetic problems is made, which covers 24 classes. Each class is presented through a specific example, which shows the structural and mathematical models of the problem. Mathematical and practical problems are considered in unity. The development is a reflection of the constructivist approach in the teaching of mathematics and represents the first stage of research on the topic "Arithmetic problems in primary school mathematics".

Г.6.4. Лалчев, З., М. Върбанова, **И. Вутова**, *Два подхода за изучаване на уравнения в началната училищна математика*, Математика и информатика, брой: 5, 2014, стр.: 502-518, ISSN (print): 1310-2230, ISSN (online): 1314-8532, Ref

Резюме

Авторите въвеждат понятието аритметично уравнение и показват, че съществува взаимно еднозначно съответствие между елементарните аритметични уравнения и елементарните аритметични преобразувания, при което на правилата за намиране на неизвестен компонент съответстват обратните артметични преобразувания. На основата на това съответствие се прави математически и методически паралел между традиционния метод на неизвестния компонент и метода на аритметичните преобразувания (инверсията) за решаване на съставни аритметични уравнения в началната училищна математика. Подчертава се, че при метода на неизвестния компонент неизвестното се намира в „центъра“ и решението се осъществява чрез „движение от периферията към центъра“. Докато при метода на инверсията неизвестното се намира в „началото“ и решението се осъществява чрез „движение от края към началото“. От математическа гледна точка двата подхода са равностойни, но от методическа гледна точка методът на инверсията е за предпочитане, защото неговите „стъпки“ могат да бъдат визуализирани чрез „верижна диаграма“ и по този начин има по-ниска степен на абстакция.

Summary

The authors introduce the concept of arithmetic equation and show that there is a mutual correspondence between elementary arithmetic equations and elementary arithmetic transformations, where the rules for finding an unknown component correspond to the inverse arithmetic transformations. Based on this correspondence, a mathematical and methodological parallel is made between the traditional method of the unknown component and the method of arithmetic transformations (inversion) for solving compound arithmetic equations in primary school mathematics. It is emphasized that in the method of the unknown component the unknown is in the "center" and the decision is made by "moving from the periphery to the center". While in the inversion method the unknown is at the "beginning" and the decision is made by "moving from end to beginning". From a mathematical point of view, the two approaches are equivalent, but from a methodological point of view, the inversion method is preferable because its "steps" can be visualized by a "chain diagram" and thus have a lower degree of abstraction.

Г.6.5. Лалчев, З., **И. Здравкова**, *Теорема на Чева за тетраедър*, Математика и информатика, брой:4, 1999, стр.:31-38, ISSN (print):1310-2230, ISSN (online):1314-8532 –

Резюме

Задачата за конкурентност на две или повече прави е важна задача не само за науката геометрия, но и за училищните курсове по геометрия. От теоремата на Чева за триъгълника произтичат като следствия много теореми, станали класически в планиметрията. Тъй като връзките между геометричните понятия, които теоремата на Чева засяга са съществени, то естествено е да се очаква, че теоремата може да бъде обобщавана. И действително, открити са пространствени аналози на теоремата, но формулировките и доказателствата са направени със средства, извън умилищната математика. По този начин те остават достъпни само за математици-професионалисти. През 1979 г. проф. Г. Станилов, от трибуната на конференцията на Съюза на математиците в България поставя задачата за намиране на пространствени аналози на теоремата на Чева, с помощта само на векторни средства, включени в училищния курс по математика. Настоящата работа е провокирана от задачата на Станилов. В нея е направен успешен опит да се представят двете теореми на Чева за тетраедър (теоремата за общата точка на чевианите и теоремата за общата точка на трансверзалите) с помоща само на афинни операции с вектори. Последното прави теоремите на Чева доказуеми и само с математически средства от училищния курс по математика. Единният подход, използван при изложението да доказателствата позволява лесна сравнимост на резултатите и установаване на факта, че първата точка на Чева и втората точка на Чева съвпадат, т.е. че става дума за два различни начина за представяне на една и съща точка в конфигурацията на тетраедъра. Изведена е и формула за радиус-вектора на точката на Чева в тетраедъра.

Summary

The task of competitiveness of two or more lines is an important task not only for the science of geometry, but also for school courses in geometry. Many theorems that became classical in planimetry follow from Cheva's theorem for the triangle. Since the connections between the geometric concepts affected by Cheva's theorem are essential, it is natural to expect that the theorem can be generalized. Indeed, spatial analogues of the theorem have been discovered, but the formulations and proofs have been made by means beyond fictional mathematics. In this way, they remain accessible only to professional mathematicians. In 1979, Prof. G. Stanilov, from the rostrum of the conference of the Union of Mathematicians in Bulgaria, set the task of finding spatial analogues of Cheva's theorem, using only vector tools included in the school course in mathematics. The present work is provoked by Stanilov's task. In it, a successful attempt was made to present Cheva's two tetrahedron theorems (the Chevian common point theorem and the common point theorem for transversals) using only affine vector operations. The latter makes Cheva's theorems provable and only with mathematical means from the school mathematics course. The uniform approach used in the exposition of the evidence allows easy comparability of the results and establishing the fact that the first point of Cheva and the second point of Cheva coincide, ie. that these are two different ways of representing the same point in the tetrahedron configuration. A formula for the radius vector of the Cheva point in the tetrahedron is also derived.

Показател Г.7. Статии и доклади, публикувани в нереферирани списания с научно резеценциране или публикувани в редактирани колективни томове

Г.7.1. Лалчев, З., М. Върбанова**, И. Здравкова**, *Концепция за съвременно обучение поматематика на студенти – бъдещи начални учители*, Доклади на юбилейна международна конференция „Синергетика и рефлексия в обучението по математика“, Бачиново, 10-12 септември, 2010, стр.:409-415, ISBN: 978-954-423-621-2

Резюме

В настоящата разработка са представени основните моменти от концепцията на авторите за съвременно университетско обучение по математика на студенти-бъдещи начални учители. Концепцията отазява вижданията на авторите за характера на математическите знания на съвременния етап и методите на обучение по математика на бъдещите начални учители. Аргументирано е становището, че математическото моделиране е метод и индуктивно-конструктивния подход е водещ в подход в обучението по математика на началния учител. Подчертано е, че обучението чрез преподаване е неефективно на този етап и е необходимо да се замени с обучение чрез пресъздаване на математическите знания. Предложена е и иновативна форма на обучение, наречена академичен урок.

Summary

This paper presents the main points of the authors' concept for modern university teaching of mathematics to students-future primary teachers. The concept reflects the authors' views on the nature of mathematical knowledge at the present stage and the methods of teaching mathematics to future primary school teachers. The opinion is argued that mathematical modeling is a method and the inductive-constructive approach is leading in the approach in teaching mathematics to the primary school teacher. It is emphasized that teaching by teaching is ineffective at this stage and needs to be replaced by learning by recreating mathematical knowledge. An innovative form of education, called an academic lesson, has also been proposed.

Г.7.2. Lalchev, Z., M. Varbanova, **I. Voutova**, *Perelman's Geometric Method of Solving Liquid Pouring Problems*, Proceedings of the 6th Mediterranean Conference on Mathematics Education, Plovdiv, April 22-26, 2009, pages: 181-190, ISBN: 978-9963-9277-9-1

Summary

The article presents a method for solving problems for overflow of liquids with three vessels (Poisson's problem), as the largest vessel with volume c is full, and the other two, with volumes *a* and *b*, are empty and. The method is based on elementary geometric constructions used by JI Perelman, which are based on the principle of "reflection of the billiard ball from the walls of a rhomboid mass." The main research tool is a rhomboid grid built on a clinogonal coordinate system . The problem situation is modeled geometrically and the solution of the problem is sought by constructing the trajectory of the "overflow beam" on the network. The method is described in detail with the help of elementary tools of analytical geometry and is presented through concrete overflow problems. Comments are made in the direction of optimizing the solution. The development is built on one of the topics of the entertaining mathematics course, designed for students-future teachers. It can be successfully applied in "school" conditions, in the classroom.

Резюме

В статията е представен метод за решаване на задачи за преливане на течности с три съда (Задача на Поасон), като най-големия съд с обем c е пълен, а другите два, с обеми a и b, са празни и $c \geq a + b$. Методът се основава на елементарни геометрични конструкции, използвани от Я. И. Перелман, в основата, на които се намира принципа за „отражение на билярдната топка от стените на ромбоидна маса.“ Основният инструмент на изследването е ромбоидна мрежа, построена върху клиногонална коодинатна система. Проблемната ситуация се моделира геометрично и решението на задачата се търси чрез построяване траекторията на „лъча на преливане“ върху мрежата. Методът е описан подробно с помощта на елементарни средства от аналитичната геометрия и е представен чрез конкетни задачи от преливане. Направени са коментари в посока оптимизиране на решението. Разработката е построена върху една от темите на курса по занимателна математика, предназначен за студенти-бъдещи учители. Тя успешно може да бъде приложена и в „училищни“ условия, в часавете по избираема подготовка.

Г.7.3. Ganchev, I., J. Ninova, **I. Voutova**, *The Reflective Property of Binumeric Relations*, Proceedings of the 5th Mediterranean Conference on Mathematics Education, Rhodes, April 13-15, 2007, pages: 567-575, ISBN: 978-960-89713-0-1

Summary

The report examines the role and place of two-part relations in the school mathematics course. The authors propose a classification of these relations. It is based on the ideas and theorems for the consolidation of mathematical knowledge, which reveals the property of "reflexivity" of two-membered relations. Four groups of relations are formed. Study methods are proposed for each of the groups. Theoretical ideas are concretized through examples.

Резюме

В доклада се разглеждат ролята и мястото на двучленните релации в училищния курс по математика. Авторите предлагат класификация на тези релации. Тя се основава на идеите и теоремите за затвърждаването на математическите знания, които разкрива свойството „рефлексивност“ на двучленните релации. Оформени са четири групи релации. За всяка от групите са предложени методи за изучаване. Теоретичните идеи са конкретизирани чрез примери.

Г.7.4. Lalchev, Z., M. Varbanova, **I. Zdravkova**, *Vectors as a Basis of Subject Interrelations in School Mathematics*, Proceedings of International Conference on Mathematics Education, Svishtov, June 3-5, 2005, pages: 104-109, ISBN: 954-8880-21-0

Summary

The report promotes the idea that vectors can be the basis for making interdisciplinary connections through mathematics education. For this purpose, tasks from the school courses in algebra, geometry, physics, chemistry and practical tasks are presented, the solutions of which pass through vector-algebraic models. It is shown that vector algebra allows for a new type of mathematical modeling and discovery of new interdisciplinary connections in the natural sciences studied in high school.

Резюме

В доклада се лансира идеята, че векторите могат бъдат основа за осъществяване на междупредметни връзки чрез обучението по математика. За целта са представени задачи от училищните курсове по алгебра, геометрия, физика, химия и практически задачи, чийто решения минават през векторно-алгебрични модели. Показано, че векторната алгебра дава възможност за нов тип математическо моделиране и разкриване на нови междупредметни връзки в природонаучните дисциплини, изучавани в средното училище.

Г.7.5. Лалчев, З., М. Върбанова, **И. Здравкова**, *Преглед на математиката и математическото образование във Византия*, Педагогика, брой:12, 2004, стр.:85-100, ISSN (print):0861-3982

Резюме

Големият математик и историк на математиката Ван дер Варден, през 1954 г. в края на своята знаменита книга по история на математиката „Пробуждаща се наука", след като споменава за последните постижения на елинската математика през IV и V век пише: „След тези последни светлини пламъкът на гръцката математика угаснал като догаряща свещ." Но, дали ученият има право на такава категорична оценка. Последните проучвания върху историята на науката и образованието разкриват факти, които не се вписват в общоприетата в историята картина на византийската математика и математическо образование и в известен смисъл опровергават твърдението на Ван дер Варден. Целта на настоящата разработка е да направи кратък преглед на византийската математика и да покаже, че огънят на древногръцката математика гори и през следващите хиляда години. Византийската математическа школа не само е наследила и запазила древногръцката математическа мисъл, но е оказала силно влияние и върху математическите знания на народите от Източна Европа, в това число и но българите.

Summary

The great mathematician and historian of mathematics Van der Warden, in 1954 at the end of his famous book on the history of mathematics "Awakening Science", after mentioning the latest achievements of Hellenic mathematics in the IV and V century wrote: "After these last lights the flame of Greek mathematics extinguished like a burning candle." But whether the scientist has the right to such a definite assessment. Recent research on the history of science and education reveals facts that do not fit into the generally accepted picture of Byzantine mathematics and mathematical education and in a sense refute the assertion of Van der Warden. The aim of the present study is to give a brief overview of Byzantine mathematics and to show that the fire of ancient Greek mathematics burned for the next thousand years. The Byzantine school of mathematics not only inherited and preserved the ancient Greek mathematical thought, but also had a strong influence on the mathematical knowledge of the peoples of Eastern Europe, including the Bulgarians.

Г.7.6. Вутова, И., Обем на октаедър, Математика и математическо образование, Доклади на Тридесет и трета пролетна конференция на СМБ, Боровец, Април 1-4, 2004, стр.:301-305, ISBN: 954-8880-17-2

Резюме

В представената статия е изложен нетрадиционен начин за намиране обема на октаедър. За целта е формулирана и доказана нова стереометрична теорема. В доказателството са използвани елементарни резултати от аналитичната геометрия и линейната алгебра. Доказаната теорема дава възможност обемът на октаедъра (и на други многостени) да бъде изчисляван непосредствено (без допълване или разбиване). За целта е достатъчно да се намери обема на тетраедър, чийто определящи вектори са зададени от диагоналите на октаедъра. Материалът може да бъде преподаван в училища със засилено изучаване на математика.

Summary

The presented article presents an unconventional way to find the volume of an octahedron. For this purpose, a new stereometric theorem is formulated and proved. The proof uses elementary results from analytic geometry and linear algebra. The proven theorem allows the volume of the octahedron (and other polyhedra) to be calculated directly (without addition or division). For this purpose, it is sufficient to find the volume of a tetrahedron whose defining vectors are given by the diagonals of the octahedron. The material can be taught in schools with intensive study of mathematics.

Г.7.7. Върбанова, М., З. Лалчев, **И. Вутова**, *Инверсията – метод за решаване на задачи в училищния курс по математика*, Предизвикателствата на информационното общество пред статистиката и математиката – век XXI, Свищов, Октомври 16-18, 2003, стр.:371-377, ISBN: 954-23-0158-8

Резюме

Методът на инверсията за решаване на аритметични задачи е познат на индийците още от V век. При него разсъжденията вървят „от края към началото". Тази схема се доближава до схемата на Пап, но с тази разлика, че не се откриват достатъчни условия за верността на отделните твърдения, а последователно в обратен ред се прилагат действия, обратни на тези, описани в текста на задачата. За успешното приложение на инверсията в училище като метод за решаване на задачи е необходимо и теоретична обосновка на метода. В настоящата работа се аргументира постановката, че същността на инверсията се намира в аритметчните преобразувания. Прави се теоретичен преглед на елементарните аритметични преобразувания и се уточняват техните обратни преобразувания. Съставните преобразувания се разглеждат като композции на елементарни. Предложен е начин за графично представяне на съставните преобразувания чрез „верижна диаграма" от квадратчета и стрелки. Направен е и опит за класификация на текстови задачи, чиито математически модел е композиция от аритметични преобразувания. Разработката е насочена към учителя в началните класове.

Summary

The method of inversion for solving arithmetic problems has been known to Indians since the 5th century. With him, the reasoning goes "from end to beginning." This scheme is close to Pap's scheme, but with the difference that not sufficient conditions are found for the accuracy of the individual statements, and consequently in reverse order are applied actions opposite to those described in the text of the problem. The successful application of inversion in school as a method for solving problems requires a theoretical justification of the method. In the present work the statement that the essence of the inversion is in the arithmetic transformations is argued. A theoretical review of the elementary arithmetic transformations is made and their inverse transformations are specified. Composite transformations are considered as compositions of elementary ones. A way to graphically represent composite transformations using a "chain diagram" of squares and arrows is proposed. An attempt is made to classify text problems, whose mathematical model is a composition of arithmetic transformations. The development is aimed at the teacher in the primary grades.

Г.7.8. Върбанова, М., З. Лалчев, **И. Вутова**, *Методически бележки по въвеждане и изучаване на векторите в училищния курс по геометрия*, Предизвикателствата на информационното общество пред статистиката и математиката – век XXI, Свищов, Октомври 16-18, 2003, стр.:378-383, ISBN: 954-23-0158-8

Резюме

В първата част на статията авторите правят кратка, но сравнително пълна историческа справка за ролята и мястото на векторите в университетските и в училищните курсове по математика. Направен е преглед и оценка на трактовките на понятието – вектора като величина, която има „големина и посока“ (физична трактовка), вектора като клас от равни насочени отсечки (геометрична трактовка), вектора като елемент на векторно пространство (алгебрична трактовка). В резултат на този преглед е направен извода, че въпросът за въвеждане и изучаване на векторите в училищния курс по математика е решен от математическа гледна точка, но не е решен от дидактическа гледна точка. По тази причина решенията на „векторния“ въпрос трябва да се търсят не с математически, а чрез методически средства. Във втората част на статията авторите предлагат методически решения за въвеждане и изучаване на векторите в училищния курс по геометрия. Обоснована е възможността при изучаване на векторите да се започне от конкретно векторно пространство, каквото е векторното пространство на радиус-векторите и след това да се пристъпи към векторното пространство на класовете от равни насочени отсечки. Векторното пространство от радиус векторите има значително по-ниска степен на абстракция (неговите елементи са конкретни обекти) в сравнение с векторното пространство на „свободните вектори“(елементите, на което са класове от равни насочени отсечки). В статията са очертани и два етапа при изучаване на основната задача на векторната алгебра – задачата за базата и за представяне на вектора като линейна комбинация на вектори. Накрая е взето отношение и по въпроса за двете основни виждания, свързани с въвеждане и изучаване на векторите в училищния курс по математика.

Summary

In the first part of the article, the authors make a brief but relatively complete historical account of the role and place of vectors in university and school mathematics courses. An overview and evaluation of the interpretations of the concept is made - the vector as a quantity that has a "magnitude and direction" (physical interpretation), the vector as a class of equal directed segments (geometric interpretation), the vector as an element of vector space (algebraic interpretation). As a result of this review, it was concluded that the issue of introduction and study of vectors in the school course in mathematics is solved from a mathematical point of view, but is not solved from a didactic point of view. For this reason, the solutions to the "vector" question must be sought not by mathematical but by methodological means. In the second part of the article the authors offer methodological solutions for introducing and studying vectors in the school course in geometry. The possibility is justified when studying vectors to start from a specific vector space, such as the vector space of radius vectors, and then to proceed to the vector space of classes of equal directed segments. The vector space of radius vectors has a significantly lower degree of abstraction (its elements are concrete objects) than the vector space of "free vectors" (elements of which are classes of equal directed segments). The article outlines two stages in the study of the main problem of vector algebra - the problem of the base and the representation of the vector as a linear combination of vectors. Finally, an attitude is taken on the issue of the two main views related to the introduction and study of vectors in the school course in mathematics.

Г.7.9. Лалчев, З., **И. Вутова**, *Свързващ елемент*, Математика и математическо образование, Доклади на Тридесет и втората пролетна конференция на СМБ, Слънчев бряг, Април 5-8, 2003, стр.:369-373, ISBN: 954-8880-14-8

Резюме

В настоящата разработка има евристичен характер при решаване на геометрични задачи , при които „пътят“ от условието до заключението „не е открит“ за решаващия. По-конкретно, предлага се възможност за конструиране на „междинни станции“ чрез от които „се вижда“ както условието, така и заключението на задачата. Ролята на „междинната станция“ може да бъде изиграна от подходяща отсечка – свързваща отсечка, от подходящ ъгъл – свързващ ъгъл, от подходящ алгебричен израз – свързващ израз. На основата на конкретни задачи е показана свързващата роля на посочените елементи.

Summary

In the present study, it is heuristic in solving geometric problems in which the "path" from the condition to the conclusion is "not open" for the solver. In particular, it is possible to construct "intermediate stations" through which both the condition and the conclusion of the task can be "seen". The role of the "intermediate station" can be played by a suitable segment - a connecting segment, by a suitable angle - a connecting angle, by a suitable algebraic expression - a connecting expression. Based on specific tasks, the connecting role of these elements is shown

Показател Г.8. Студии, публикувани в научни издания, реферирани и индексирани в световноизвестни бази данни с научна информация

Г.8.1. Лалчев, З., **И. Вутова**, *Диагонални точкови конфигурации. Правило на триъгълника. Инварианти*, Математика и информатика, брой: 1, 2018, стр.: 19-48, ISSN (print): 1310-2230, ISSN (online): 1314-8532, Ref

Резюме

В растоящата разработка е направено специфично продължение (с аналитични средства) на идеята за лице и обем от училищния курс по геометрия. Показано е, че геометричните фигури четириъгълник и октаедър са конкретизации на диагоналани точкови конфигурации. Също така, е показано, че инвариантите на тези конфигурации са аналози на понятията лице на четириъгълник и обем на октаедър. Предложен е единен подход при развитие на концепцията за „диагонални“ инварианти в 2-мерно, 3-мерно, 4-мерно и n-мерно ($n > 4$) пространство. С цел улесняване на обобщенията и опростяване на доказателствата са въведени компактни означения, а също така е изведено и последователно прилагано „правило на триъгълника“.

Summary

In the present study, a specific continuation (by analytical means) of the idea of face and volume of the school course in geometry has been made. It is shown that the geometric figures quadrilateral and octahedron are concretizations of diagonal point configurations and whether the invariants of these configurations are analogs of the concepts face of a quadrilateral and volume of an octahedron. , 3-dimensional, 4-dimensional and n-dimensional (n> 4) space. In order to facilitate the summaries and simplify the evidence, compact notations have been introduced and a consistently applied "triangle rule" has been introduced.

Г.8.2. Лалчев, З., **И. Вутова**, *Елементарни точкови конфигурации. Диагонален принцип.Инварианти*, Математика и информатика, брой: 6, 2017, стр.: 577-600, ISSN (print): 1310-2230, ISSN (online): 1314-8532, Ref

Резюме

Понятията лице на триъгъник и обем на тетраедър са интерпретирани като инварианти на елементарни точкови конфигурации в двумерно и тримерно пространство. Намерен е техен аналог в четиримерното пространство. Идеята за инвариант на елементарна точкова конфигурация е продължена и в *n*-мерно пространство. За целта е формулиран и последователно прилаган „диагонален принцип" за композиране и преобразуване на съответните матрици. За целта са използвани методи на аналитичната геометрия (векторно-алгебрично моделиране, афинна координатноа система, координати на точка, координати на вектор) и средства на линейната алгебра (матрици и детерминанти).

Summary

The concepts of triangle face and tetrahedron volume are interpreted as invariants of elementary point configurations in two-dimensional and three-dimensional space. Their analogue was found in four-dimensional space. The idea of an invariant of an elementary point configuration is continued in n-dimensional space. For this purpose, a "diagonal principle" has been formulated and consistently applied for the composition and transformation of the respective matrices. For this purpose, methods of analytical geometry (vector-algebraic modeling, affine coordinate system, point coordinates, vector coordinates) and means of linear algebra (matrices and determinants) were used.

Г.8.3. Лалчев, З., М. Върбанова, **И. Вутова**, И. Душков, *Ойлер-Вен диаграми или MZ-карти в началната училищна математика*, Математика и информатика, брой: 2, 2016, стр.: 143-169, ISSN (print): 1310-2230, ISSN (online): 1314-8532, Ref

Резюме

Предметът на статията е построяване на математически модели на проблемни ситуации, породени от адитивни операции (обединяване, пресичане и допълване) с крайни множества в началната училищна математика. Показани са авторски диаграми на ситуации, породени от четири основни множества. Направен е сравнителен анализ на два методически подхода за моделиране и решаване на задачи от адитивни операции с множества и естествени числа. Става дума за добилия вече известност метод на „Ойлер-Вен диаграми“ и за иновативният метод на „MZ-карти“. Аргументирана е идеята, че решението може да бъде намерено по-лесно, ако двата подхода се допълват в процеса на решаване на задачата.

Summary

The subject of the article is the construction of mathematical models of problem situations caused by additive operations (unification, intersection and complementarity) with finite sets in primary school mathematics. Author's diagrams of situations caused by four basic sets are shown. A comparative analysis of two methodological approaches for modeling and solving problems of additive operations with sets and natural numbers is made. These are the already well-known Euler-Venn chart method and the innovative MZ map method. The idea is argued that the solution can be found more easily if the two approaches complement each other in the process of solving the problem.