

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ

Институт по Математика и Информатика

Ул. "Акад. Г. Бончев", бл. 8, 1113 София

Проф. д-мн Петър Ст. Кендеров

Тел. (02) 873-26-70, (02) 979-2881, ел. поща: kenderovp@cc.bas.bg

СТ А Н О В И Щ Е

За: Материалите, представени във връзка с придобиване на научната степен „Доктор на математическите науки”.

Автор на материалите: Доц. д-р Надя Пейчева Златева

Тема на дисертационния труд:

„Variational Analysis: Methods and Applications“

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика.

Професионално направление: 4.5. Математика

Представям това становище като външен член на журито за провеждане на процедурата за придобиване на научната степен „Доктор на математическите науки“ от Надя Пейчева Златева, доцент към Факултета по математика и информатика на Софийски университет „Св. Климент Охридски“.

1. Общо описание на представените материали по конкурса.

Във връзка с тази процедура ми бяха предоставени:

а. в хартиен вид:

1. Дисертационен труд на английски език, озаглавен „Variational Analysis: Methods and Applications“ и съдържащ 208 страници текст, както и 12 страници Bibliography със 172 литературни източника.
2. Автореферат на дисертация за научна степен „Доктор на науките“ в направление математика, озаглавен „Вариационен анализ: методи и приложения“.
Авторефератът съдържа 86 страници текст и 10 страници Библиография със 172 литературни източника.

б. на електронен носител:

1. Гореспоменатите автореферат и дисертационен труд.
2. Копие от документи: Диплома номер 120185 от 22.09.1993 г. за завършено висше образование по математика в Софийски университет; Диплома, издадена от ВАК под номер 26170 от 28.06.1999 г. за образователната и научна степен „Доктор“; Автобиография с три приложения към нея – Списък от научни трудове (27 броя), Списък от проекти в които е участвала дисертантката (10 научни и 3 образователни), Списък от доклади на конференции (13 броя); Списък от цитирания в научната литература (209 броя), списък от цитирания в дисертации и хабилитационни трудове (9 броя); Заповед номер РД 38-579/13.09.2017 г. на ректора на Софийски университет за разширяване на състава на катедра „Вероятност, операционни изследвания и статистика“ с цел разглеждане на дисертационен труд на Надя Златева; Заявление на Н. Златева до проф. Маруся Божкова, ръководител на катедрата с молба за предварително разглеждане на дисертационния труд.

3. Копия от публикации във връзка с дисертационния труд.

2. Анализ на научните и научно-приложните постижения в дисертацията.

Дисертационния труд е посветен на въпроси от областта на Вариационния анализ, разбиран в съвременния смисъл на този термин. Трудът се състои от три глави, които очертават тематиката: Функции с квадратична оценка отдолу и проксимално регулярни множества, Интегруемост на субдиференциали на функции, Вариационен анализ на многозначни изображения. За да се очертае по-релефно тематиката е целесъобразно да се проследи развитието на областта “Оптимизация“ в хронологичен план. Първоначално разглежданите задачи са гладки - целевата функция е гладка, а множеството, в което се търси оптимумът (т.е. множеството от допустимите решения) обикновено се представя като решение на система от уравнения с гладки функции. Това позволява да се използва методът на множителите на Лагранж и класическото Вариационно смятане. В 40-те години на миналия век се появяват задачи, в които класическите методи са трудно приложими, защото множеството от допустимите решения не се определя от система уравнения, а от система от *неравенства*. При това, решението на оптимизационната задача може да е на границата на множеството от допустими решения. Последното затруднява използването на класическите подходи. Това дава тласък за развитие на нов вид оптимизиране, при което целевата функция е проста - линейна (квадратична, дробно-линейна), но множеството, където се търси оптимумът се представя като решение на система от линейни неравенства. Стремежът да се намери общ подход към изследване и решаване на двата типа задачи полага основата за развитие на Изпъкналото оптимизиране и Негладкия анализ, където и целевата функция и множеството от допустимите решения са изпъкнали и незадължително гладки. Тези функции и множества имат богат набор от интересни свойства и са благодатни за изследване, защото по същество са едноновременно и алгебрични и топологични обекти. Създадена е стройна теория с разнообразен инструментариум за приложения, но въпреки това и рамките на Изпъкналото оптимизиране скоро се оказват тесни. Появяват се интересни задачи с негладки целеви функции и неизпъкнали множества от допустими решения. За тяхното решаване и анализиране е необходимо богатият арсенал от понятия и методи, разработен в рамките на изпъкналия и негладкия анализ да бъде адаптиран и разширен за посрещане на новите предизвикателства. Аналогична еволюция на нещата може да се проследи и в други сродни раздели на математиката. Всичко това дава тласък за развитие на цели нови области, които съставят същността на Вариационния анализ, при който разглежданите целеви функции и множествата от допустимите решения стават все по-обща, запазвайки обаче в значителна степен благородните свойства на изпъкналите и гладките функции и множества. Все по-обща стават и пространствата, в които се разглеждат оптимизационните задачи – първоначално в крайномерни пространства, след това в хилбертови пространства, а впоследствие и в банахови пространства. Тъкмо от тази гледна точка следва да се разглеждат описанията в дисертационния труд приноси. Тук ще споменем само една малка извадка от тези приноси, но те ще са достатъчни за обосноваване на заключението на това Становище. В глава 1 се изследват функциите с квадратична оценка отдолу, които са въведени от Poliquin през 1991 година. Тези функции са значително по-широк клас, отколкото е класът на изпъкналите функции, но притежават свойства, аналогични на свойствата на изпъкналите функции. В частност, Златева доказва в Теорема 1.1.6, че в произволно банахово пространство тези функции напълно се определят от свойството хипомонотонност на определени отсичания на техните субдиференциали (Определение

1.1.5). За такива функции в гладки банахови пространства се доказва (Теорема 1.2.2), че проксималният и кларковият субдиференциал съвпадат. И в двата случая става дума за обобщение на резултати, доказани преди това за по-тесни класове от пространства.

В Теорема 1.3.25 са формулирани 13 еквивалентни условия за това едно множество S да е проксимално регулярно в някоя точка. В теорема 1.3.27 има 12 еквивалентни условия за това едно множество S да е равномерно γ -проксимално регулярно (Дефиниция 1.3.26). Еквивалентните свойства се изразяват чрез функцията „разстояние до S “, чрез нейните субдиференциали, чрез метрическата проекция върху S и т. н. От Следствие 1.3.32 се вижда, че едно затворено множество S е изпъкнало, ако то е равномерно γ -проксимално регулярно за всяко $\gamma > 0$. Тези резултати са доказани за класа на равномерно изпъкналите банахови пространства.

В глава 2 се изследва въпросът за това, кога от съпадението на субдиференциалите на две функции следва, че те се отличават с константа. За изпъкнали функции в банахово пространство е известно, че отговорът е положителен дори при по-слабото предположение, когато единият субдиференциал се съдържа в другия. В параграф 2.1 Златева дава ново доказателство на този факт, като използва регуляризиращи и апроксимиращи техники. Теорема 2.2.6 показва, че за един специален клас функции (строго липшицови по посока) резултатът е верен локално. Подобни резултати се доказват и за седловидни функции при подходяща дефиниция на субдиференциал за такива функции (Теорема 2.4.15 и 2.4.16). Теорема 2.4.12 дава условия, при които субдиференциалът на седловидна функция е непразен в гъсто подмножество на нейния домейн.

В трета глава се изследват многозначни изображения, възникващи в оптимизацията, по отношение на тяхната непрекъснатост по Обен и метрическата им регулярност. Вниманието е фокусирано върху параметризираните семейства от седлови функции и на всяка функция от семейството се съпоставя множеството от решения на съответната минимаксна задача. Теорема 3.1.10 дава достатъчни условия за непрекъснатост по Обен на това изображение. Особен интерес представляват резултатите за метрическа регулярност (теорема 3.2.1), теоремата за неявното изображение (Теорема 3.2.3) и теоремата за строга регулярност на вариационни неравенства върху многостенни множества (Теорема 3.2.7). Тези резултати са публикувани в съвместна статия на дисертантката с Асен Дончев и Терилен Рокафелар през 2006 година (статия номер 63 от библиографията към дисертацията). Към август 2017 г. статията има повече от 74 цитирания в списания и още 4 в дисертации и хабилитационни трудове.

3. Публикации по дисертацията и отражение в трудовете на други автори.

Дисертантката има много добра публикационна активност. Като приложение към автобиографията си тя е представила списък от 27 публикации в научни списания. 20 от тях са отпечатани след 2000 г., т.е. след защитата през 1999 г. на нейната дисертация за придобиване на образователната и научна степен „доктор“. Повечето от статиите са в списания с импакт фактор. Резултатите и са били забелязани и оценени високо от специалистите в областта. Представила е списък с 209 цитати в списания и 9 цитирания в дисертации и хабилитационни трудове. От цитатите в списания 168 са на статии, публикувани от Златева след 2000. Освен споменатата по-горе статия със 74 цитата, тя има и няколко други статии, които се радват на много добро цитиране (повече от 20). Изискванията на ФМИ към дисертационните трудове за придобиване на

научната степен „Доктор на математическите науки“, дадени в следната таблица, са надхвърлени многократно:

Критерии	Изисквания на ФМИ
Брой статии по дисертацията	поне 10
От тях в списания с импакт фактор	поне 5
Цитирания на публикациите по дисертацията	поне 20
От тях в списания с импакт фактор	поне 5

4. Критични бележки.

Нямам съществени критични бележки към дисертационния труд. Забелязват се, езикови пропуски в изложението на английски език, но това не се отразява на общото впечатление от дисертационния труд.. Материалите като цяло са подготвени много добре и могат да служат за пример в това отношение.

В автобиографията забелязах, че една специализация във Франция от октомври 2004 до март 2005 е обявена за 18-месечна, което няма как да е вярно. Затова пък следващата специализация от февруари 2002 до юли 2003 е обявена за 6-месечна. Очевидно са разменени местата на двата записа.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ:

Дисертационният труд „Variational Analysis: Methods and Applications“ представлява едно съдържателно изследване във важна и актуална научна област. Получените резултати са намерили солиден отклик в научната литература. Авторката се е вписала много добре в мрежата от специалисти в областта на вариационния анализ и провежда съвместни изследвания с много от най-изтъкнатите ѝ представители. Оценявам положително този труд и считам, че той напълно покрива изискванията за придобиване на научната степен „доктор на математическите науки“. Поради това считам, че авторката на този труд проф. Надя Пейчева Златева заслужава да придобие научната степен “доктор на математическите науки”.

Член на научното жури:

/акад. проф. д.м.н. Петър Кендеров/

гр. София, 21.12.2017 г.