

ДОКТОРСКА ПРОГРАМА  
"АЛГЕБРА, ТЕОРИЯ НА ЧИСЛАТА И ПРИЛОЖЕНИЯ"  
професионално направление 4.5 Математика

КОНСПЕКТ  
за кандидат-докторантски изпит

1. Съществуване на Жорданова нормална форма на линеен оператор в крайномерно пространство. Лема на Фитинг. ([1] § 18, [2] § 16)
2. Единственост на Жордановата нормална форма. Теорема на Хамилтън-Кейли. ([1] § 19)
3. Билинейни и квадратични форми. Положително дефинитни квадратични форми. ([1] § 25, § 26, [2] § 21, § 22)
4. Китайска теорема за остатъците. Директно произведение на пръстени. Структура на мултипликативната група  $\mathbb{Z}_n^*$  на пръстен от остатъци  $\mathbb{Z}_n$ . ([3], §1, [4] § 3)
5. Символ на Лъожандър. Критерий на Ойлер. Закон за реципрочност на квадратичните остатъци. ([5], [6] гл. VII, § 11, §12)
6. Действие на група върху множество. Теорема на Силов. ([7] §20, § 21, [8] § 10)
7. Пермутационни групи - транзитивност и примитивност. Нормални подгрупи на  $A_n$  и  $S_n$ . ([3] §2, [8] зад. 1.32, 1.33, [7] § 5, [10] гл.7, § 3.3, стр. 285-286)
8. Линейни представяния на групи. Унитарност на линейните представяния на крайна група над полето на комплексните числа. Теорема на Машке за пълната приводимост на представянията на крайна група. ([10] гл. 8, §1-§2)
9. Циклотомични полиноми. Теорема на Ведербърн за крайните тела. ([7] § 19, §24)
10. Евклидови пръстени и области на главни идеали. ([11] гл. 6, §28-§30)
11. Модули, подмодули и фактор-модули. Теорема за хомоморфизмите на модули. ([10] гл. 9, § 3.1, [11] гл. 10, § 47-§48)
12. Структурна теорема за крайно породените абелеви групи. ([11] гл. 3, § 14)
13. Ньотерови пръстени и модули. Теорема на Хилберт за базиса. ([4] § 6 до Твърдение 6.5 включително, § 7)

14. Локализация на комутативен пръстен с единица относно мултипликативно затворено подмножество. ([4] § 4)
15. Радикал на идеал. Теорема на Хилберт за нулите. ([4] §2, част 1, § 8-§ 9)
16. Алгебрични разширения на числови полета. Теорема за примитивния елемент. Еквивалентност на понятията просто алгебрично разширение, крайно породено алгебрично разширение и крайно алгебрично разширение. ([7] § 22, §23, [8] §4)
17. Алгебрична затвореност на полето на комплексните числа. Съществуване и единственост на алгебрична обвивка на поле. ([7], §17, [12], гл. V, § 2)
18. Нормални разширения. ([3] §5)
19. Група на Галоа на крайно разширение на полета. ([3] § 6)
20. Съответствие на Галоа. ([3] §7)
21. Крайни полета - съществуване и единственост на крайни полета, мултипликативна група. Група от автоморфизми (автоморфизъм на Фробениус). ([7] §25)

## Литература

- [1] Сидеров Пл., Записки по алгебра - Линейна алгебра, Веди, София, 2001.
- [2] Божилов А., Кошлуков Пл., Задачи по алгебра - линейна алгебра, Веди, София, 1995.
- [3] Попов А., Сидеров Пл., Чакърян К., Ръководство по висша алгебра - теория на Галоа, Веди, София, 2010.
- [4] Коцев Б., Сидеров Пл., Записки по алгебра - комутативна алгебра, Изд. Веди, София, 2007.
- [5] Коцев Б., Лекции по алгебрични числа в сайта на катедра Алгебра, 2006-2007 уч. г.
- [6] Генов Г., Миховски Ст., Т. Моллов, Алгебра с теория на числата, Наука и Изкуство, София, 1991.
- [7] Сидеров Пл., Чакърян К., Записки по алгебра - групи, пръстени, полиноми, Изд. Веди, София, 2002.
- [8] Божилов А., Сидеров Пл., Чакърян К., Задачи по алгебра - групи, пръстени, полиноми, изд. Веди, София, 2002.
- [9] Каргаполов М., Мерзляков Ю., Основы теории групп, Москва, Наука, 1982.
- [10] Кострикин А., Въведение в алгебрата, Наука и Изкуство, София, 1981.

- [11] Генов Г., Миховски Ст., Т. Моллов, Алгебра, Пловдив, Университетско издателство “Паисий Хилендарски”, 2006.
- [12] Lang, Algebra, Graduate Texts in Mathematics, 211, Springer, 2002.

София, 2022 г.

Ръководител на катедра Алгебра:  
доц. д-р А. Божилов