

Рецензия

по процедура за придобиване на научна степен „доктор на науките“

от проф. д-р Александра Андреева Соскова

от катедра „Математическа логика и приложенията ѝ“,

Факултет по математика и информатика,

Софийски университет „Св. Климент Охридски“

тема на дисертационния труд:

„Ефективна теория на моделите: Скок на структура, кодиране и декодиране“

(„Computable Structure Theory: Jump of Structure, Coding and Decoding“)

Професионално направление 4.5 Математика

Рецензията е изготвена от: **акад. проф. д-рн Веселин Стоянов Дренски от ИМИ–БАН,** в качеството на член на научното жури, професионално направление 4.5 Математика, съгласно Заповед № РД38-613 / 21.12.2020 г. на Ректора на Софийския университет.

1. Обща характеристика на дисертационния труд и представените материали

Представеният дисертационен труд е написан на английски език. Той съдържа 270 страници и се състои от уводна глава, една глава с предварителни сведения, 5 глави с основните резултати на дисертацията и 16 страници библиография със 162 заглавия. Освен дисертационния труд и автореферата на български и английски документацията по процедурата включва списък на всички публикации и на публикациите по дисертационния труд, списък на цитирания на трудовете на кандидата, копия от публикациите, включени в дисертационния труд, автобиография, диплома за висше образование, диплома за кандидат на математическите науки (която съгласно ЗРАСРБ се приравнява на образователна и научна степен „доктор“), декларация за приносите и използването на материалите в други процедури, справка за изпълнение на минималните национални изисквания по ЗРАСРБ, както и две препоръки от акад. Сергей Гончаров, директор на Соболевия институт по математика на Сибирското отделение на Руската академия на науките в Новосибирск и от доц. Екатерина Фокина от Техническия университет във Виена.

2. Данни и лични впечатления за кандидата

Кандидатът Александра Соскова е завършила ФМИ на СУ „Св. Климент Оридски“, където е получила диплома за магистър по математическа логика. Специално ще отбележа, че по време на следването си е получила отлични оценки на изпитите по всички математически дисциплини и само три петици по нематематически дисциплини. По-късно след докторантура (тогава аспирантура) отново във ФМИ на СУ защитава докторска (тогава кандидатска) дисертация под ръководството на проф. Димитър Скордев на тема „Ефективни алгебрични системи“. След завършване на висшето си образование работи като математик в ЗИТ и и научен сътрудник в СИС-ТЕМИЗОТ. След защитата на дисертацията си работи най-напред в НИС на СУ, след което прекарва две години в Калифорнийския Университет в Лос Анжелис. Оттогава насам и до момента работи последователно като асистент, старши и главен асистент, доцент и професор в катедра „Математическа логика и приложенията й“ към ФМИ на СУ. Била е два мандата ръководител на катедрата и две години заместник-декан на ФМИ. Има богата административна и организационна дейност като координатор и ръководител на национални и международни проекти, на програмни комитети и др.

Познавам проф. Александра Соскова от около 30 години. Още по това време българските групи по алгебра и математическа логика имаха много контакти и неколккратно провеждаха съвместни мероприятия. Тези контакти се задълбочиха след обединяването на секциите по Алгебра и Математическа логика в ИМИ. Имам отлични лични впечатления от проф. Соскова. В частност, тя бе основната движеща сила на организирането на съвместен проект между Университета в Гент и ИМИ – БАН в рамките на двустранното сътрудничество между БАН и Фламандския фонд за научни изследвания. В резултат проектът, продължил последователно два пъти по три години, се оказва изключително полезен за белгийската страна и за българските специалисти в областта на математическата логика, алгебрата и алгебричната геометрия, работещи не само в БАН, но и в СУ и в други ВУЗове. В началото на тази година проф. Соскова беше един от инициаторите на изключително успешното съвместно отбелязване на Третия световен ден на логиката от ФМИ–СУ, ИМИ–БАН и Института по философия и социология–БАН. Тъй като бях рецензент за професурата на проф. Соскова, съм запознат много добре и с нейните научни постижения. Тя е автор или съавтор на 31 статии (10 включени в дисертационния труд, а от останалите 9 са в списания, 10 в трудове на конференции и 2 са биографични статии), 2

книги на български език и е била редактор на трудовете на 5 международни конференции.

3. Съдържателен анализ на научните и научно-приложните постижения на кандидата, съдържащи се в представения дисертационен труд и публикациите към него, включени по процедурата

Съгласно увода на представения дисертационен труд, дисертацията е в областта на ефективната теория на моделите и разглежда връзката между определимостта и изчислимостта в математическите структури. Дисертантът се интересува от следните естествени въпроси: Колко сложно е да се представи дадена структура и може ли тя да се представи ефективно? Каква е трудността при изчисляването на релации, отразяващи различни свойства на структурата? Тези въпроси са зададени и са получили съответните отговори при изучаването на алгебричните и комбинаторните свойства на структурата. От формална гледна точка, дисертацията е в теорията на изчислимостта, която се счита за дял от математическата логика. Но тъй като изучаваните структури са алгебрични и комбинаторни обекти и в частност групи, пръстени, полета, графи или линейни наредби, според мене дисертацията е в граничен район на математическата логика с алгебрата и комбинаториката.

Първата глава на дисертацията е уводна и съдържа мотивацията за направените изследвания, описание на получените резултати и в кои от включените в дисертацията публикации са получени. Ще отбележа, че за всяка от главите само на няколко реда в синтезиран вид се дава целта на изследванията и след това подробно се описват получените резултати и връзката им с изследвания на други автори.

Във **втората глава** на дисертацията се въвеждат основните понятия, методи и факти, необходими за по-нататъшното изложение. Тя е написана на език, разбираем за читател с минимални знания по математическа логика, което прави дисертацията достъпна не само за тесните специалисти в областта, но и за по-широка математическа аудитория.

Трета глава „Скок на структура“ е първата глава, която съдържа научни приноси на дисертанта. Класически резултати на Тюринг позволяват да се въведе частична наредба между множествата от естествени числа: $A \leq_T B$, ако съществува машина на Тюринг, която пресмята характеристичната функция на множеството A с помощта на оракул, който може да отговаря на въпроса принадлежи ли числото n на множеството B . Това задава релация на еквивалентност в множествата от естествени

числа. Скокът по Тюринг A' на множеството A се състои от всички числа e , за които e -тата машина на Тюринг (спрямо наредбата на всички машини на Тюринг), снабдена с оракул, асоцииран с множеството A , спира да работи след краен брой стъпки, започвайки своята работа от числото e . Операцията скок се пренася и на класовете еквивалентност. Възниква естественият въпрос дали е възможно операцията скок да се пренесе в случая на изброими структури, при което да се запазват техните алгебрични и комбинаторни свойства. Известни са няколко независимо получени отговори на този въпрос. В дисертацията се дава дефиниция на скок на структури, като се използват идеи на Московакис и се дефинира един нов предикат, който е аналог на стоп-множеството на Клини. Доказва се теорема за обръщане на скока на базата на Маркеро̀ви разширения и форсинг, която е аналог на класическата теорема за обръщане на скока без структури. Дават се и релативизирани варианти на резултатите, както и приложения на получените резултати. Всъщност резултатите се формулират и доказват в термините на спектри. (Спектърът на една структура е множеството на всички Тюрингови степени, породени от представянията на структурата.)

В четвърта глава „Строго обръщане на скока“ се изучава едно по-прецизно понятие от обръщане на скока – строгото обръщане на скока. Известно е, че това свойство се изпълнява за редица структури, сред които са булевите алгебри, някои структури с релация на еквивалентност, някои абелеви p -групи, изброими модели на диференциално затворени полета с нулева характеристика и др. В дисертацията се намират теоретико-моделни условия, при които една структура допуска строго обръщане на скока. Доказва се общ резултат, който гарантира изпълнението на това свойство в термините на наситеност на структурата, номерационни свойства на множеството от типове с формули с ниска аритметична сложност и ефективно попълване на типовете. Когато структурата е ниска относно даден оракул се получава информация за сложността на изоморфизма между структурата и нейното изчислимо относно оракула копие. Този резултат се прилага за редица класове от структури като някои класове от линейни наредби, от булеви алгебри, дървета, диференциално затворени полета. Освен нови резултати са получени и уточнения на резултати на други автори.

Пета глава „Ефективни вложения и интерпретации“ е посветена на следния въпрос. За известните ефективни кодирания на един клас от структури в друг дали има ефективно или по-сложно декодиране за специални класове? Специално вни-

мание е отделено на класа на линейните наредби и на нилпотентните групи от клас на нилпотентност 2. (Тези два класа и класът на неориентираните графи са на върха на Тюрингово изчислимите влагания, защото всеки друг клас от структури се влага в тях.) Дават се примери на графи, които не са сводими в линейна наредба и в скок на линейна наредба. От друга страна се доказва, че всеки граф може да се кодира във втория скок на линейна наредба.

През 1960 г. Малцев дава изчислима дефиниция на пръстени в класа на нилпотентните групи от клас 2, използвайки параметри. В дисертацията се доказва, че класът на полетата може да се интерпретира в класа на нилпотентните групи, но без параметри, като се дават две доказателства за влагане в групата на Хайзенберг (която се състои от горните унитарни матрици от трети ред). По такъв начин се уточнява и подобрява резултатът на Малцев в случая на полета.

Третият резултат на тази глава дава интерпретация на алгебрически затворено поле с характеристика 0 в групата от матрици от втори ред с детерминанта 1. Използвани са крайни екзистенциални формули с два параметъра. Като следствие се получава интерпретация, която се дефинира с елементарни формули от първи ред.

Шеста глава „Кохесивни степени“ разглежда ефективни варианти на моделно теоретичните конструкции на ултрапроизведения и ултрастепени. Едно безкрайно множество от естествени числа C е кохесивно, ако за всяко рекурсивно номеруемо множество W почти всички елементи на C попадат в W или в допълнението на W . Кохесивните степени на изчислими структури играят ролята на ултрастепени, където кохесивните множества са аналози на ултрафилтрите. Съществуват изчислими структури, които имат неизчислими копия. Във връзка с това възниква естественният въпрос дали кохесивните степени на две изоморфни структури са елементарно еквивалентни. В дисертацията се разглежда случаят на две копия на изчислима линейна наредба. Дават се условия, при които изчислима структура е изоморфна на кохесивната си степен и се изследва типа на изоморфизъм на кохесивните степени на някои изчислими линейни наредби.

В последната седма глава „Кототалност и скип оператор“ се изучават подструктурите на структурата на номерационните степени \mathcal{D}_e , която съдържа строго в себе си структурата на Тюринговите степени \mathcal{D}_T . Както се отбелязва в дисертацията, в много случаи \mathcal{D}_e е по-удобна от \mathcal{D}_T за анализиране на сложността на обектите на ефективната математика. Главното внимание е насочено към подструктурата на кототалните степени. Известно е, че тематиката има интересна връзка с теорията на

простите групи. Множеството на неединичните думи в крайно породена проста група е кототално. Кототалните степени са силно свързани със скип оператора, който се използва като средство в изследванията. В известен смисъл той е аналог на оператора на скок в Тюринговите степени и в дисертацията се доказва аналог на теоремата за скока. Дават се много примери от класове от номерационни системи, които гарантират или точно обратното, възпрепятстват кототалността. Главата завършва със списък от нерешени проблеми. За важността на получените резултати косвено говори и фактът, че статията, на която се базират резултатите в главата, е публикувана преди две години, а вече има 10 цитирания.

При доказателствата се използва богат арсенал от техники от математическата логика и от близки области на математиката. Получените резултати са оригинални, съдържателни и заемат важно място в областта. Характерът на научните приноси на кандидата е в разработването на нови методи и обогатяване на съществуващи знания. Те вече са получили висока оценка от специалистите, използвани са в изследванията на други автори и имам всички основания да вярвам, че тяхното използване ще продължи и в бъдеще. Тъй като резултатите имат отношение и към теоретичната информатика, те биха имали и косвено влияние за приложение на научните постижения в практиката.

Въпреки, че не е лесно четиво, дисертацията е написана с голяма грижа за читателя, което е несъмнена заслуга на дисертанта и показва отлични педагогически умения. Считам, че текстът би могъл да се използва успешно за въвеждане в областта на магистри и докторанти. Мисля, че дисертантът трябва да помисли за написването на монография, която се базира на дисертационния труд, но да включва и близки резултати на други автори. Най-малкото, бих препоръчал да се качи дисертацията в arXiv, за да стане тя достояние на по-широк кръг математици както у нас, така и в чужбина.

4. Аprobация на резултатите

Проф. Соскова е включила в дисертационния труд резултати от 10 свои статии от периода 2007–2020 г. От тях 1 е самостоятелна, 3 са с един съавтор, 1 с 2 съавтори, по 2 с 5 и 6 съавтори и 1 е с 8 съавтори. Тя е декларирала, че съвместните статии са с равноправно участие на всички съавтори. Съавторите са Ватев и Харизанов в 4 от статиите, Сосков и Морозов в 3 от статиите, Калверт, Найт, Димитров и Шафер в 2 от статиите, Фролов, Маккой, Алвир, Гудман, Ръсел Милър, Вайсхар, Ендрюс,

Ганчев, Кюпър, Лемп, Джозеф Милър и Мария Соскова в 1 от статиите. В рецензията си за професурата на проф. Соскова отбелязах, че до 2017 година всички нейни съвместни статии са с български съавтори, а след това нещата са се променили и тя е започнала да работи активно и с чуждестранни математици. Тази тенденция се проявява и в трудовете, включени в дисертационния труд. Всички статии, публикувани от 2018 г. досега са с преобладаващо участие на чуждестранни съавтори. Статиите, включени в дисертационния труд са публикувани в J. Logic and Computation – 2, J. Symbolic Logic – 2 (статия с номер 7, за която се казва, че е представена за печат, е приета в това списание), Trans. AMS – 1, Lect. Notes Comp. Sci. – 2, в трудовете на конференции в Гърция – 2 и 1 статия е качена в arXiv и е представена за печат. От статиите 5 са с импакт фактор (1 в квантил Q1 и 4 в квантил Q3 с общ импакт фактор 3,945). Тези 5 статии и още 2 имат общ SJR 5,791, като от статиите, публикувани в последните няколко години 4 са в квантил Q1 и 1 е в квантил Q2 на Scopus. Кандидатът е представил списък от 78 цитата включително от световно известни учени на 17 от своите статии, дипломната работа и докторската дисертация. От тях 48 са цитати на статии, включени в настоящия дисертационен труд, като една от статиите с Иван Сосков е цитирана 25 пъти. Резултатите са докладвани многократно у нас и в чужбина. Ще добавя и коментара, че съм впечатлен от препоръката на световно известния специалист по математическа логика акад. Гончаров. Тя е на 5 страници и по своето съдържание спокойно може да се разглежда като допълнителна положителна рецензия. От направената от мене проверка се вижда, че:

а) Научните трудове отговарят на минималните национални изисквания (по чл. 2б, ал. 2 и 3 на ЗРАСРБ) и съответно на допълнителните изисквания на СУ „Св. Климент Охридски“ за придобиване на научната степен „доктор на науките“ в научната област и професионално направление на процедурата. При това при минимални изисквания от 100 точки в групи от показатели Г и Д кандидатът е представил доказателства съответно за 150 и 136 точки.

б) Пет от представените от кандидата научни трудове към дисертационния труд са използвани в процедурата за придобиване на академичната длъжност „професор“. Това са резултати, които са залегнали в основите на методите, представени в дисертационния труд (глави 3 и 4). Ако те не бяха включени в дисертацията, текстът би увиснал във въздуха и това би затруднило четенето. Считаю, че включването на тези

пет статии в дисертационния труд само спомага за подобряване на изложението и не е процедурно нарушение.

в) Няма доказано по законоустановения ред плагиатство в представения дисертационен труд и научни трудове по тази процедура.

5. Качества на автореферата

Според мене авторефератът е изготвен по много добър, но нестандартен начин. Българският вариант е на 141 страници, а английският е на 139 страници. На практика това е текст, който съдържа изключително подробно описание на резултатите, като много от доказателствата са скицирани, което позволява на читателя да проследи в детайли идеите, използвани за получаване на резултатите. От друга страна, ако читателят иска само да се запознае накратко с постиженията в дисертационния труд, е достатъчно да прочете увода, който е на 11 страници на български и 10 страници на английски. Считаю, че авторефератът отговаря на всички изисквания за изготвянето му и представя коректно резултатите и съдържанието на дисертационния труд.

6. Критични бележки и препоръки

Нямам съществени критични бележки, но забелязах някои дребни неточности в документацията по конкурса. Например, статия с номер 2 от списъка на публикации по дисертацията е на страници 113–117, а не на 114–117, както е написано. За статия с номер 6 липсват номерата на тома и книжката и страниците на статията (том 85, книжка 2, 673–690), а самата статия е представена във вариант на предкоректури. Би било добре кандидатът да представи публикувания вариант на статията или поне да го прати допълнително на членовете на научното жури. Информацията за статия с номер 7 е, че е приета за печат с точност до корекции и би трябвало да се представи преработеният вариант вместо качения в arXiv. Би било също така добре да се номерират цитиращите статии в списъка от цитатите, за да се облекчи работата на членовете на научното жури. Но всички тези забележки не се отразяват съществено на общото ми положително отношение към дисертационния труд и получените в него резултати.

7. Заключение

След като се запознах с представените в процедурата дисертационен труд и придружаващите го научни трудове и въз основа на направения анализ на тяхната значимост и съдържащи се в тях научни и научно-приложни приноси, **потвърждавам**, че представеният дисертационен труд и научните публикации към него, както и качеството и оригиналността на представените в тях резултати и постижения, отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за приложението му и съответния Правилник на СУ „Св. Климент Охридски“ за придобиване от кандидата на научната степен „доктор на науките“ в научната област 4. Природни науки, математика и информатика и професионално направление 4.5 Математика. В частност кандидатът удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените по конкурса научни трудове. Въз основа на гореизложеното, **препоръчвам** на научното жури да присъди на проф. д-р Александра Андреева Соскова научната степен „доктор на науките“ в научна област 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика (Математическа логика).

21.03.2021 г.

Изготвил рецензията:

(акад. проф. дмн Веселин Дренски)