

Квантов контрол на атомни системи

(с приложения в нелинейната оптика)

Калоян Николаев Златанов

Ръководител: Проф. дфн Николай В. Витанов



АВТОРЕФЕРАТ

Група по Квантова оптика и квантова информатика
Катедра Теоретична физика, Физически факултет
Софийски университет "Св. Кл. Охридски"
София, януари 2019

Съдържание

1	Кохерентен контрол на квантови системи	1
1.1	Въведение в кохерентния контрол на системи с две нива	1
1.2	Променливи на Блох	2
1.3	Адиабатен базис	3
1.4	Генериране на състояния на суперпозиция чрез адиабатна еволюция	5
2	Точен аналитичен дисипативен експоненциален модел	6
2.1	Точно решение на модела на Демков	6
2.2	Начално състояние на системата $ 1\rangle$	8
2.2.1	Асимптотика за ниски стойности на дефазирането $\gamma \ll 1$	8
2.2.2	Асимптотично решение за силно възбуждане $\alpha \gg 1$	8
2.3	Система намираща се изначално в състояние на равна суперпозиция	9
3	Адиабатно генериране на състояния на суперпозиция	11
3.1	Създаване на състояния на равна суперпозиция	11
3.2	Създаване на произволни състояния на суперпозиция	12
3.3	Тригонометрични модели	14
3.3.1	Sin-Cos модел	14
3.3.2	Cos-Sin модел	16
3.4	Модел на Демков-Кунике	18
4	Генериране на произволни състояния на суперпозиция чрез поредица от два адиабатни импулса, разделени с фазов скок	20
4.1	Повтарящи се импулси с фазов скок	20
4.1.1	Импулси, контролирани от фазата	20
4.1.2	Трансформирани пропагатори	21
4.2	Тригонометрични модели	22

4.2.1	Cos-Sin модел	22
4.2.2	Sin-Cos модел	23
5	Нелинейна микроскопия	25
5.1	Фокусиран сноп	25
5.2	Нелинейна микроскопия	26
5.2.1	Подобряване на контраста чрез подбиране на работната дължина на вълната	26
5.3	Усилване на сигнала чрез оптично стимулиране	28
5.3.1	Оптично стимулиране	28
5.3.2	Експериментална постановка	30
5.3.3	Резултати	30
	Приноси	33

Глава 1

Кохерентен контрол на квантови системи

1.1 Въведение в кохерентния контрол на системи с две нива

Еволюцията на квантувана система се описва с времезависимото уравнение на Шрьодингер (ВЗУШ),

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = \hat{H} |\Psi(t)\rangle, \quad (1.1)$$

където \hat{H} е операторът на Хамилтон, а векторът

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_n C_n(t) \exp(-i\zeta_n(t)) \psi_n, \quad (1.2)$$

съставен от базисните състояния ψ_n , описва еволюцията на системата. Вероятността да намерим системата в специфично състояние n се задава като

$$P_n = |C_n|^2. \quad (1.3)$$

Когато квантова система взаимодейства с поле, хамилтонианът се разделя на две части,

$$\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{V}_{int}, \quad (1.4)$$

където \hat{H}_A описва системата или атома, а \hat{V}_{int} описва взаимодействието с полето. По-нататък ще означаваме квантовите оператори с дебел шрифт, вместо с шапка.

Фазите $\zeta_n(t)$ описват "картината в която работим. Те могат да се изберат така, че еволюцията на квантовата система да се описва единствено от вероятностните амплитуди $C_n(t)$. Тогава еволюцията на системата се задава като

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\Delta(t) & \Omega(t) \\ \Omega(t) & \Delta(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{bmatrix}, \quad (1.5)$$

където $\Omega(t) = \frac{dE(t)}{\hbar}$ се нарича честота на Раби, а $\Delta(t) = \omega - \omega_2 - \omega_1$ се нарича денастройка. Подобно описание за фазовото избиране може да се намери в [1].

Еволюцията на системата може да се опише и чрез специален оператор, наречен *пропагатор* на еволюцията,

$$\mathbf{U}(t_f, t_i) = \begin{bmatrix} a & -b^* \\ b & a^* \end{bmatrix}, \quad (1.6)$$

където a и b са комплексни числа, наречени параметри на Кейли-Клайн. Действието на пропагатора върху началното състояние задава крайното състояние на системата,

$$\mathbf{U}(t_f, t_i) \mathbf{C}(t_i) = \mathbf{C}(t_f), \quad (1.7)$$

където $\mathbf{C}(t) = (C_1(t), C_2(t))$, а t_i и t_f обозначават началото и края на възбуждането.

В общия случай връзката между хамилтонианът на системата и пропагатора на еволюцията не е никак тривиална и се задава като

$$\mathbf{U}(\infty, -\infty) = \mathbb{1} + \sum_{n=1}^{\infty} U_n, \quad (1.8)$$

където

$$U_n = (-i)^n \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \dots \int_{-\infty}^{t_n} dt_n \times \mathbf{H}(t_n) \dots \mathbf{H}(t_2) \mathbf{H}(t_1). \quad (1.9)$$

1.2 Променливи на Блох

Еволюцията, зададена чрез ВЗУШ с вероятностните амплитуди, има един сериозен недостатък, а именно - тя е неспособна да опише взаимодействието на системата с околната среда. Подобно взаимодействие разрушава кохерентността на възбуждането. Затова се налага да преминем в пространство на Лиувил, в което взаимодействието с околната среда

присъства в уравнението на движението. Състоянието на системата в пространството на Лиувил се задава чрез оператора на плътността на вероятността,

$$\rho(t) = \sum_n |\psi_n(t)\rangle \eta(n) \langle \psi_n(t)|, \quad (1.10)$$

като

$$\eta(n) = \frac{e^{-E_n/k_B T}}{\sum_{n=1} e^{-E_n/k_B T}}, \quad (1.11)$$

където k_B е константата на Болцман. Функцията $\eta(n)$ задава статистическата вероятност за състоянието на системата в термодинамично равновесие. Ако системата изначално е охладена, така че $|\Psi(t)\rangle = |\psi_i(t)\rangle$, то $\eta(i) = 1$ и 0 във всички други случаи.

За уравнението на движение тогава имаме

$$i\hbar \frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = [\mathbf{H}(t), \rho(t)]. \quad (1.12)$$

Средната стойност на оператор се задава чрез

$$\langle \mathbf{A}(t) \rangle = \text{Tr}(\mathbf{A}(t)\rho(t)). \quad (1.13)$$

За най-простия случай на взаимодействие с околната среда - чисто дефазиране, еволюцията се описва от оператор на плътността на вероятността чрез

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = -i[\mathbf{H}, \rho] + \frac{\Gamma}{2}(\sigma_z \rho \sigma_z - \rho), \quad (1.14)$$

където Γ е честотата на дефазиране, а $T_2^* = 1/\Gamma$ е времето на дефазиране. За да опростим математическия апарат, можем да въведем следните променливи

$$u = 2\text{Re } \rho_{12}, \quad v = 2\text{Im } \rho_{21}, \quad w = \rho_{22} - \rho_{11}, \quad (1.15)$$

наречени променливи на Блох. Тук w е разликата между популациите на двете нива. Променливите v и u са респективно пропорционални на поглъщащата и дисперсивната част от индуцирания диполен момент на системата. За уравнението на движение имаме,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \\ w(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Gamma & -\Delta & 0 \\ \Delta & -\Gamma & -\Omega(t) \\ 0 & \Omega(t) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \\ w(t) \end{bmatrix}. \quad (1.16)$$

1.3 Адиабатен базис

Когато еволюцията е по-бърза от времето, за което системата взаимодейства с околната среда, можем да пренебрегнем всички дефазиращи и декохериращи процеси. В такава

времева рамка системата може да еволюира и *адиабатно*. Този режим на еволюция се описва най-добре в така наречения адиабатен базис, в който се преминава, след като завъртим на ъгъл

$$\vartheta(t) = \tan^{-1} \frac{\Omega(t)}{\Delta(t)} \quad (1.17)$$

вектора на амплитудите $C_1(t)$ и $C_2(t)$. Тогава за уравненията в новия базис имаме

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} a_-(t) \\ a_+(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_-(t) & -i\dot{\vartheta}(t) \\ i\dot{\vartheta}(t) & \epsilon_+(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_-(t) \\ a_+(t) \end{bmatrix}. \quad (1.18)$$

Тук $\epsilon_{\pm}(t) = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\Omega(t)^2 + \Delta(t)^2}$ са собствените енергии в новия базис, в който преминаваме чрез матрицата

$$\mathbf{R}(\vartheta(t)) = \begin{bmatrix} \cos \vartheta(t) & -\sin \vartheta(t) \\ \sin \vartheta(t) & \cos \vartheta(t) \end{bmatrix}, \quad (1.19)$$

като

$$\begin{bmatrix} a_-(t) \\ a_+(t) \end{bmatrix} = \mathbf{R}(\vartheta) \begin{bmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{bmatrix}. \quad (1.20)$$

Разликата в двете собствени енергии се задава чрез $\Lambda(t) = |\epsilon_+(t) - \epsilon_-(t)| = \sqrt{\Omega(t)^2 + \Delta(t)^2}$.

Условието системата да еволюира адиабатно е

$$\Lambda(t) \gg |\dot{\vartheta}(t)| = \frac{|\Delta(t)\partial_t\Omega(t) - \Omega(t)\partial_t\Delta(t)|}{\Lambda^2}, \quad (1.21)$$

което също така е вярно, ако $|\dot{\vartheta}(t)| \approx 0$. Тогава Урн.(1.18) се опростява до

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} a_-(t) \\ a_+(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_-(t) & 0 \\ 0 & \epsilon_+(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_-(t) \\ a_+(t) \end{bmatrix}. \quad (1.22)$$

В адиабатния базис пропагаторът е диагонална матрица $\mathbf{U}_a(t, 0) = \exp[-i\mathbf{H}_a t]$, която има вида

$$\mathbf{U}_a(t_f, t_i) = \begin{bmatrix} e^{i\eta} & 0 \\ 0 & e^{-i\eta} \end{bmatrix}, \quad (1.23)$$

където $\eta = \int_{t_i}^{t_f} \Lambda(t) dt$. Връзката с пропагатора в *адиабатния* базис е

$$\mathbf{U}(t_f, t_i) = \mathbf{R}(-\vartheta(t_i)) \mathbf{U}_a(t_f, t_i) \mathbf{R}(\vartheta(t_f)). \quad (1.24)$$

1.4 Генериране на състояния на суперпозиция чрез адиабатна еволюция

В адиабатния режим променливите на Блох[2] зависят само от началната и крайната стойност на Раби честотата, денастройката и променливите на Блох, а именно

$$u_f = \frac{\Omega_i \Omega_f + \Delta_i \Delta_f \cos \eta}{\Lambda_i \Lambda_f} u_i - \frac{\Delta_f \sin \eta}{\Lambda_f} v_i + \frac{\Delta_i \Omega_f - \Omega_i \Delta_f \cos \eta}{\Lambda_i \Lambda_f} w_i, \quad (1.25a)$$

$$v_f = \frac{\Delta_i \sin \eta}{\Lambda_i} u_i + \cos \eta v_i - \frac{\Omega_i \sin \eta}{\Lambda_i} w_i, \quad (1.25б)$$

$$w_f = \frac{\Omega_i \Delta_f - \Delta_i \Omega_f \cos \eta}{\Lambda_i \Lambda_f} u_i + \frac{\Omega_f \sin \eta}{\Lambda_f} v_i + \frac{\Delta_i \Delta_f + \Omega_i \Omega_f \cos \eta}{\Lambda_i \Lambda_f} w_i. \quad (1.25в)$$

Уравненията(1.25) се опростяват, ако системата изначално е в състояние $|1\rangle$, тогава $u_i = v_i = 0$, $w_i = -1$, а еволюцията се задава като

$$u_f = -\frac{\Delta_i \Omega_f - \Omega_i \Delta_f \cos \eta}{\Lambda_i \Lambda_f}, \quad (1.26a)$$

$$v_f = \frac{\Omega_i \sin \eta}{\Lambda_i}, \quad (1.26б)$$

$$w_f = -\frac{\Delta_i \Delta_f + \Omega_i \Omega_f \cos \eta}{\Lambda_i \Lambda_f}. \quad (1.26в)$$

Вероятността за преход $p = (w_f + 1)/2$ тогава е

$$p = \frac{1}{2} - \frac{\Delta_i \Delta_f}{2\Lambda_i \Lambda_f} - \frac{\Omega_i \Omega_f}{2\Lambda_i \Lambda_f} \cos 2\alpha. \quad (1.27)$$

Глава 2

Точен аналитичен дисипативен експоненциален модел

Кохерентното възбуждане на системата с две нива допуска някои точни аналитични решения като Раби[3], Ландау-Шуклеберг-Зинър-Майорана[4, 5, 6, 7], Розен-Зинър [5], Демков[8, 9], Никитин , Алън-Ебърли[10, 11], Бамбини-Берман [12], Демков-Кюнике[13, 14, 15, 16], също така Карал-Хю [17] и модела на хиперболичен тангиенс [18]. Съвсем малко от тях включват в себе си декохериращи процеси. Когато такива процеси са налични, уравнението на Шрьодингер не може да опише еволюцията на системата. Подходът на ВЗУШ се заменя с уравненията на Блох [19, 20, 10, 1], които включват в себе си описание на декохериращи процеси. Точно аналитично решение може да се получи за модела на Демков, където честотата на Раби и денастройката се задават като

$$\Omega(t) = \Omega_0 e^{-t/T}, \quad \Delta = \text{const}, \quad (2.1)$$

където T е продължителността на възбуждащия импулс, а Ω_0 и Δ_0 са големините на Раби честотата и денастройката. В най-простия случай на чисто дефазиране моделът на Демков може да бъде решен точно.

2.1 Точно решение на модела на Демков

Декуплирайки променливите на Блох от уравнение (1.16), получаваме следното уравнение за инверсната заселеност w ,

$$\ddot{w} + 2(T^{-1} + \Gamma)\dot{w} + [(T^{-1} + \Gamma)^2 + \Delta^2 + \Omega_0^2 e^{-2t/T}]w + \Omega_0^2(\Gamma - T^{-1})e^{-2t/T}w = 0, \quad (2.2)$$

където точката означава диференциране по времето. Също така въведохме безразмерните променливи

$$\gamma = \frac{\Gamma T}{2}, \quad \delta = \frac{\Delta T}{2}, \quad \alpha = \frac{\Omega_0 T}{2}. \quad (2.3)$$

Следващата стъпка е да сменим времевата променлива t на

$$x(t) = -\Omega(t)^2 T^2 / 4 = -\alpha^2 e^{-2t/T}. \quad (2.4)$$

Тогава уравнение (2.2) се превръща в обобщеното хипергеометрично уравнение [21, 22],

$$x^2 W'''(x) + (b_1 + b_2 + 1)xW''(x) + (b_1 b_2 - x)W'(x) - aW(x) = 0, \quad (2.5)$$

където $' \equiv d/dx$, $W(x) = w(t(x))$, а

$$a = \frac{1}{2} - \gamma, \quad b_1 = \frac{1}{2} - \gamma + i\delta, \quad b_2 = \frac{1}{2} - \gamma - i\delta. \quad (2.6)$$

Уравнение (2.5) може да бъде решено точно чрез обобщената Гаусова хипергеометрична функция ${}_1F_2(a; b_1, b_2; x)$. Уравнение (2.5) има три независими решения,

$$f_1(x) = {}_1F_2\left(\frac{1}{2} - \gamma; \frac{1}{2} - \gamma - i\delta, \frac{1}{2} - \gamma + i\delta; x\right), \quad (2.7a)$$

$$f_2(x) = x^{\frac{1}{2} + \gamma + i\delta} {}_1F_2\left(1 + i\delta; 1 + 2i\delta, \frac{3}{2} + \gamma + i\delta; x\right), \quad (2.7b)$$

$$f_3(x) = x^{\frac{1}{2} + \gamma - i\delta} {}_1F_2\left(1 - i\delta; 1 - 2i\delta, \frac{3}{2} + \gamma - i\delta; x\right). \quad (2.7в)$$

Тогава инверсията спрямо новата независима променлива се задава със следната суперпозиция от независими решения

$$W(x) = Af_1(x) + Bf_2(x) + Cf_3(x), \quad (2.8)$$

където A , B и C са интеграционни константи. Определяме ги от началните условия като

$$A = \frac{1}{\mathcal{W}} \begin{vmatrix} W & f_2 & f_3 \\ W' & f_2' & f_3' \\ W'' & f_2'' & f_3'' \end{vmatrix}, \quad B = \frac{1}{\mathcal{W}} \begin{vmatrix} f_1 & W & f_3 \\ f_1' & W' & f_3' \\ f_1'' & W'' & f_3'' \end{vmatrix},$$

$$C = \frac{1}{\mathcal{W}} \begin{vmatrix} f_1 & f_2 & W \\ f_1' & f_2' & W' \\ f_1'' & f_2'' & W'' \end{vmatrix}, \quad (2.9)$$

където всички функции са сметнати за $x = x_0 = -\alpha^2$. Знаменателят \mathcal{W} в изразите за A , B и C е Вронскианът на трите решения f_1 , f_2 и f_3 , или

$$\mathcal{W}\{f_1(x), f_2(x), f_3(x)\} = -2i\delta x^{2(\gamma-1)}[(\gamma + \frac{1}{2})^2 + \delta^2]. \quad (2.10)$$

Особено се интересуваме от момента след възбуждането $t \rightarrow \infty$, като $x(\infty) = 0$. Тогава за инверсията получаваме

$$w(\infty) = W(0) = A. \quad (2.11)$$

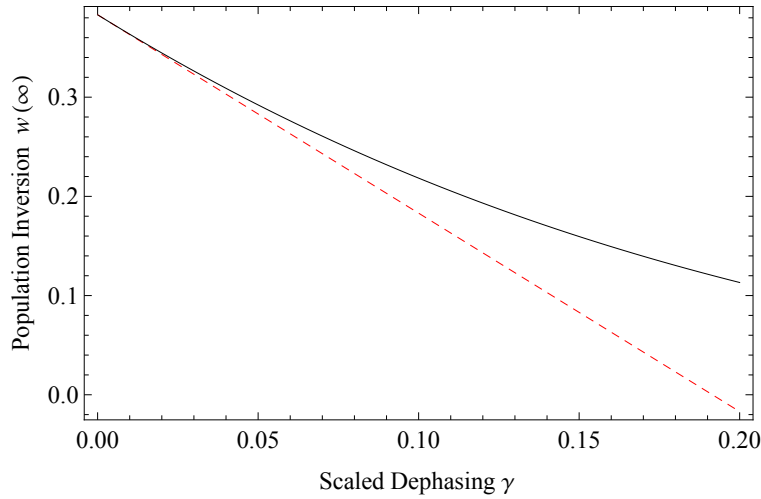
2.2 Начално състояние на системата $|1\rangle$

Когато системата изначално се намира в състояние $|1\rangle$ във време $t = 0$, началните стойности на променливите на Блох спрямо новата независима променлива са $U(x_0) = V(x_0) = 0$, $W(x_0) = -1$.

2.2.1 Асимптотика за ниски стойности на дефазирането $\gamma \ll 1$

Развивайки в ред на Тейлър общото решение за инверсната заселеност, получаваме асимптотичното решение за случая на ниски стойности на дефазирането,

$$w_0(\infty) \sim \frac{\pi\alpha}{2 \cosh(\pi\delta)} \left(|J_{\frac{1}{2}-i\delta}(\alpha)|^2 - |J_{-\frac{1}{2}+i\delta}(\alpha)|^2 \right). \quad (2.12)$$



Фигура 2.1: Инверсна заселеност като функция на скалираното дефазиране $\gamma = \Gamma T/2$ в режим на слабо дефазиране, $\gamma \ll 1$. Решението е пресметнато за $\delta = 0.35$ и $\alpha = 20$. Асимптотичното решение (2.12) е показано с прекъснатата крива, а точното решение (2.11) с непрекъснатата линия.

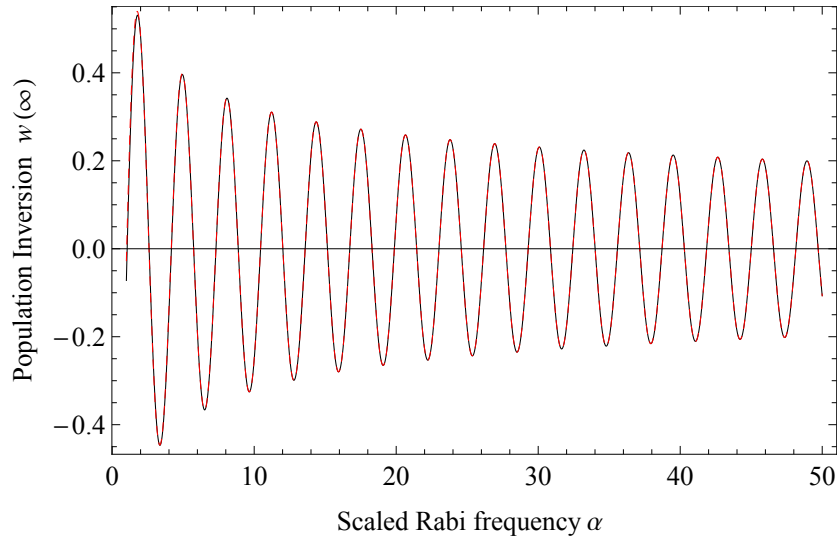
Фигура 2.1 сравнява асимптотичното решение с точното решение.

2.2.2 Асимптотично решение за силно възбуждане $\alpha \gg 1$

Когато възбуждаме силно системата, инверсната заселеност може да бъде апроксимирана с

$$w(\infty) \sim -\alpha^{-\gamma} \cos(2\alpha - \frac{1}{2}\pi\gamma) \frac{|\Gamma(\frac{1}{2} + \gamma + i\delta)|^2}{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{1}{2} + \gamma)}. \quad (2.13)$$

Фигура 2.2 показва сравнението между точното решение и асимптотичното решение.



Фигура 2.2: Инверсна заселеност като функция на скалираната честота на Раби $\alpha = \Omega_0 T/2$ в режим на силно възбуждане ($\alpha \gg 1$). Решението е пресметнато за $\delta = 0.1$ и $\gamma = 0.3$. Асимптотичното решение (2.13) е показано с прекъснатата крива, а точното решение (2.11) с непрекъснатата линия.

2.3 Система намираща се изначално в състояние на равна суперпозиция

Интересен е и случаят, когато системата се намира в състояние на равна суперпозиция. Тогава за различните асимптотични решения получаваме,

$$w(\infty) \sim -\frac{\sinh(\pi\delta)}{\pi\alpha^{2\gamma}} |\Gamma(\frac{1}{2} + \gamma + i\delta)|^2 \quad (\alpha \gg 1), \quad (2.14)$$

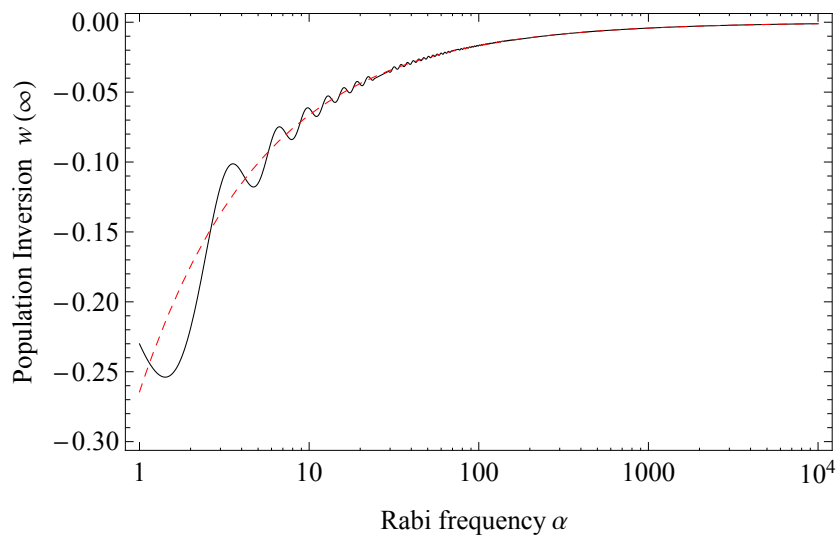
когато възбуждането е силно. Когато стойностите на дефазирането са респективно малки и големи,

$$w(\infty) \sim -\frac{\tanh(\pi\delta)}{\alpha^{2\gamma}} [1 + 2\gamma \operatorname{Re} \psi(\frac{1}{2} + i\delta)] \quad (\gamma \ll 1), \quad (2.15a)$$

$$w(\infty) \sim -2e^{-2\gamma} \left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^{2\gamma} \sinh(\pi\delta) \quad (\gamma \gg 1). \quad (2.15b)$$

Тук $\psi(z)$ е ψ функцията на Ойлер.

Фигура 2.3 показва сравнение между уравнение(2.14) и точното решение.



Фигура 2.3: Инверсна заселеност срещу скалирана Раби честота $\alpha = \Omega_0 T/2$ в режим на силно възбуждане $\alpha \gg 1$. Решението е пресметнато за $\gamma = 0.3$ и $\delta = 0.2$. Асимптотичното решение (2.14) е показано с прекъснатата крива, а точното решение (2.11) с непрекъснатата линия.

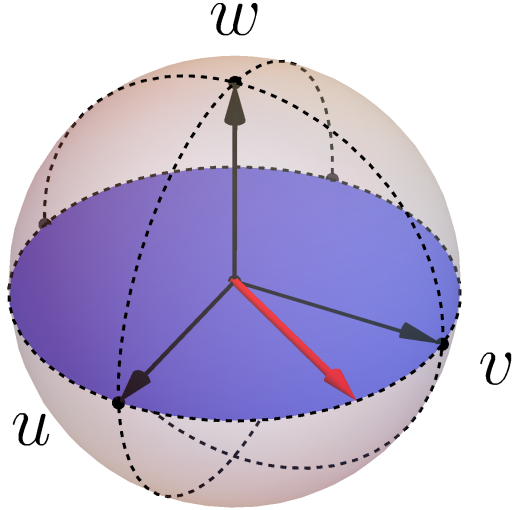
Глава 3

Адиабатно генериране на състояния на суперпозиция

Състоянията на суперпозиция са неделима част от съвременната квантова физика. Множеството от квантови алгоритми се реализират, ако системата изначално се намира в подобно състояние [23]. Най-простия начин за генериране на състояния на суперпозиция е чрез резонансен импулс [10, 1], чиято площ е цяло число по $\pi/2$. Такива техники нямат широко практическо приложение, защото са много чувствителни спрямо грешки в площта на импулса. Измежду различните техники за генериране могат да се отбележат половин SCRAP [24], експериментално демонстрирания [25] STIRAP в две нива [26], както и нерезонансно възбуждане с асиметрични импулси [27, 28], което генерира суперпозиция в адиабатната си граница. Адиабатните техники за възбуждане имат важни предимства пред резонансните техники за възбуждане, за сметка на увеличената площ на възбуждащия импулс. Следвайки идеите от предишната глава, можем да използваме адиабатни техники за генерирането на състояния на суперпозиция. Контролните инструменти за целта са формите на възбуждащия импулс $\Omega(t)$ и денастройката $\Delta(t)$. Крайното положение на Блох вектора $\vec{B} = (u, v, w)$ се определя от асимптотичните им стойности в началото $\Omega(t_i)/\Delta(t_i)$ и в края на възбуждането $\Omega(t_f)/\Delta(t_f)$.

3.1 Създаване на състояния на равна суперпозиция

Ако желаем да създадем равна суперпозиция ($w_f = 0$, $u_f^2 + v_f^2 = 1$), като на фиг. 3.1, трябва да имаме (i) $\Omega_i/\Delta_i \rightarrow 0$ и $\Delta_f/\Omega_f \rightarrow 0$, фиг. 3.3(c), или (ii) $\Delta_i/\Omega_i \rightarrow 0$ и $\Omega_f/\Delta_f \rightarrow 0$, фиг. 3.3(d). Ако допуснем, че $\Omega(t) \geq 0$, имаме два случая.



Фигура 3.1: Изображение на състояния на суперпозиция чрез вектор на Блох. Всяко състояние на екватора е състояние на равна суперпозиция.

Случай 1, фиг. 3.3(c). Ако

$$0 \xleftarrow{t_i \leftarrow t} \frac{\Omega(t)}{\Delta(t)} \xrightarrow{t \rightarrow t_f} \infty, \quad (3.1)$$

то $\Lambda_i = |\Delta_i|$ и $\Lambda_f = \Omega_f$, а тогава

$$u_f = -\text{sign}(\Delta_i), \quad v_f = w_f = 0. \quad (3.2)$$

Случай 2, фиг. 3.3(d). Ако

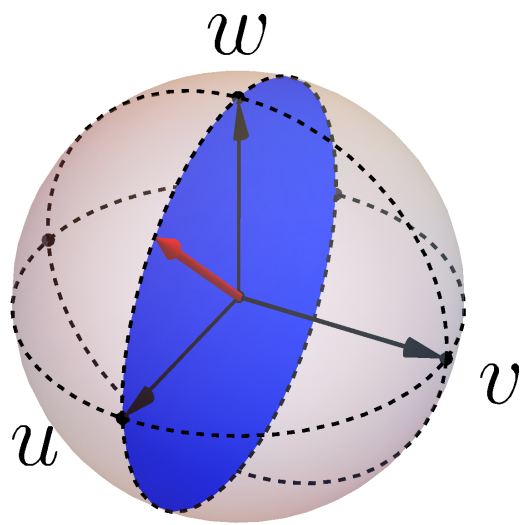
$$\infty \xleftarrow{t_i \leftarrow t} \frac{\Omega(t)}{\Delta(t)} \xrightarrow{t \rightarrow t_f} 0, \quad (3.3)$$

то $\Lambda_i = \Omega_i$ и $\Lambda_f = |\Delta_f|$, а тогава

$$u_f = \text{sign}(\Delta_f) \cos \eta, \quad v_f = \sin \eta, \quad w_f = 0. \quad (3.4)$$

3.2 Създаване на произволни състояния на суперпозиция

Произволни състояния на суперпозиция могат да бъдат създадени по следния начин. От-



Фигура 3.2: Изображение на състояния на суперпозиция чрез вектор на Блох. Произволно състояние се определя спрямо w , като това включва всяка стойност на u и v осите, практически цялата сфера.

ново подбираме $\Omega(t)$ и $\Delta(t)$ като в случай 1, но оставяме отношението им ненулево в последния момент t_f ,

$$0 \xleftarrow{t_i \leftarrow t} \frac{\Omega(t)}{\Delta(t)} \xrightarrow{t \rightarrow t_f} \frac{\Omega_f}{\Delta_f}. \quad (3.5)$$

Тогава адиабатното решение (1.26) за променливите на Блох е

$$u_f = -\frac{\text{sign}(\Delta_i)\Omega_f}{\sqrt{\Omega_f^2 + \Delta_f^2}}, \quad v_f = 0, \quad w_f = -\frac{\text{sign}(\Delta_i)\Delta_f}{\sqrt{\Omega_f^2 + \Delta_f^2}}. \quad (3.6)$$

3.3 Тригонометрични модели

3.3.1 Sin-Cos модел

В тригонометричния модел *Sin – Cos*, Раби честотата и денастройката се задават като ($0 \leq t/T \leq \pi/2$)

$$\Omega(t) = \Omega_0 \sin(t/T), \quad \Delta(t) = \Delta_0 \cos(t/T). \quad (3.7)$$

като на фиг. 3.3(а,с). Точно решение е възможно, когато $\Delta_0 = \Omega_0 = \Lambda$. Тогава елементите на пропагатора се задават като

$$a = \cos \frac{ts}{2T} \cos \frac{t}{2T} + \frac{1}{s} \left(\sin \frac{t}{2T} + iA \cos \frac{t}{2T} \right) \sin \frac{ts}{2T}, \quad (3.8a)$$

$$b = -\cos \frac{ts}{2T} \sin \frac{t}{2T} + \frac{1}{s} \left(\cos \frac{t}{2T} - iA \sin \frac{t}{2T} \right) \sin \frac{ts}{2T}, \quad (3.8b)$$

където $s = \sqrt{A^2 + 1}$, а $A = \Lambda T$. Параметърът A е адиабатният параметър и тогава адиабатното условие е просто

$$s \sim A \gg 1. \quad (3.9)$$

Пълен цикъл: Пълно пренасяне на заселеност. За $t = \pi T$ имаме от урн. (3.8)

$$a = \frac{1}{s} \sin \frac{\pi s}{2}, \quad b = -\cos \frac{\pi s}{2} - \frac{iA}{s} \sin \frac{\pi s}{2}. \quad (3.10)$$

Вероятността за преход $p = |b|^2$ и инверсията $w = 2p - 1$ в този случай се задават като

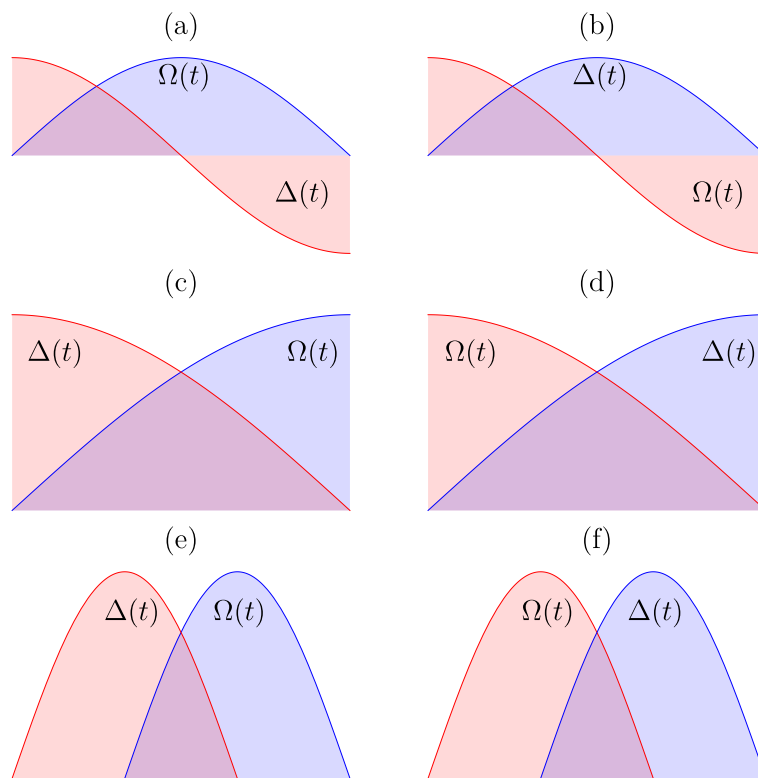
$$w = 1 - \frac{2}{s^2} \sin^2 \frac{\pi s}{2}. \quad (3.11)$$

В адиабатната граница (3.9), имаме $p \rightarrow 1 - O(A^{-2})$ и $w \rightarrow 1 - O(A^{-2})$.

Половин цикъл: Създаване на равна суперпозиция. За $t = \pi T/2$ този модел илюстрира случай 1. Тогава намираме от урн. (3.8), че

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \frac{\pi s}{4} + \frac{1 + iA}{s\sqrt{2}} \sin \frac{\pi s}{4}, \quad (3.12a)$$

$$b = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cos \frac{\pi s}{4} + \frac{1 - iA}{s\sqrt{2}} \sin \frac{\pi s}{4}. \quad (3.12b)$$



Фигура 3.3: Форми на импулсите за тригонометричните модели Sin-Cos (ляв панел) и Cos-Sin (десен панел). Горне: Пълен цикъл на импулсите ($0 \leq t/T \leq \pi$) Среда: Полуцикъл на импулсите ($0 \leq t/T \leq \pi/2$). Долу: Отрязаните форми от (c) и (d) са продължени до затихването си.

За променливите на Блох имаме

$$u = -1 + \frac{2 \sin^2(\frac{1}{4}\pi s)}{s^2}, \quad (3.13a)$$

$$v = -\frac{2A \sin^2(\frac{1}{4}\pi s)}{s^2}, \quad (3.13б)$$

$$w = -\frac{1}{s} \sin \frac{\pi s}{2}. \quad (3.13в)$$

В адиабатната граница (3.9) получаваме $u \rightarrow -1 + O(A^{-2})$, $v \rightarrow O(A^{-1})$, $w \rightarrow O(A^{-1})$.

Частичен цикъл: Създаване на произволна суперпозиция. Можем да създадем произволна суперпозиция, ако се прекъсне възбудянето в подходящо избран момент. Тогава в адиабатна граница (3.9) имаме,

$$u \sim -\sin \frac{t}{T}, \quad v \sim 0, \quad w \sim -\cos \frac{t}{T}. \quad (3.14)$$

3.3.2 Cos-Sin модел

В този модел Раби честотата и денасстройката се задават с

$$\Omega(t) = \Omega_0 \cos(t/T), \quad \Delta(t) = \Delta_0 \sin(t/T). \quad (3.15)$$

За елементите на пропагатора имаме

$$a = \cos \frac{ts}{2T} \cos \frac{t}{2T} + \frac{1+iA}{s} \sin \frac{ts}{2T} \sin \frac{t}{2T}, \quad (3.16a)$$

$$b = \cos \frac{ts}{2T} \sin \frac{t}{2T} - \frac{1+iA}{s} \sin \frac{ts}{2T} \cos \frac{t}{2T}. \quad (3.16б)$$

Пълен цикъл: Раби осцилации. За $t = \pi T$ намираме за елементите на пропагатора

$$a = \frac{1+iA}{s} \sin \frac{\pi s}{2}, \quad b = \cos \frac{\pi s}{2}. \quad (3.17)$$

Вероятността за преход $p = |b|^2$ и инверсията $w = 2p - 1$ се задават като

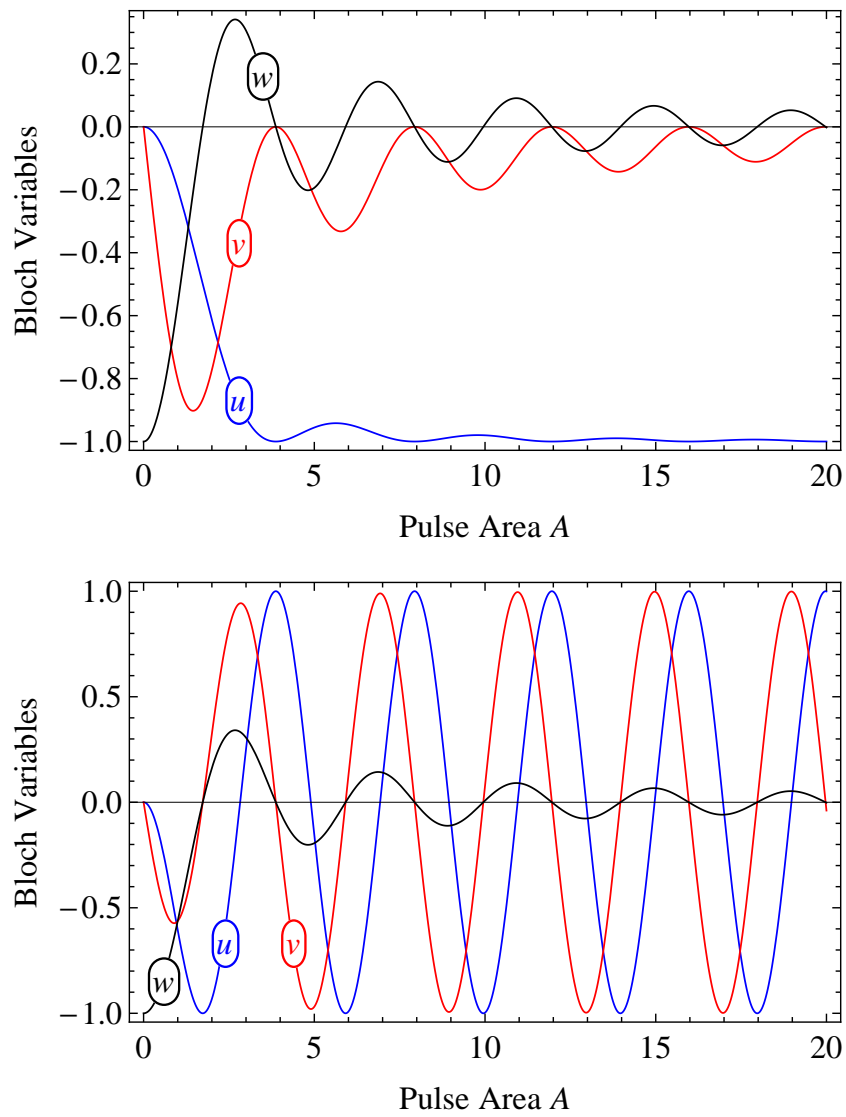
$$w = \cos \pi s. \quad (3.18)$$

Еволюцията в този случай напомня Раби осцилации, като при резонансно възбуждане.

Полуцикъл: Създаване на равна суперпозиция. За $t = \pi T/2$ този модел илюстрира случай 2. За елементите на пропагатора намираме

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \frac{\pi s}{4} + \frac{1+iA}{s\sqrt{2}} \sin \frac{\pi s}{4}, \quad (3.19a)$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \frac{\pi s}{4} - \frac{1+iA}{s\sqrt{2}} \sin \frac{\pi s}{4}. \quad (3.19б)$$



Фигура 3.4: Променливи на Блох като функция на площта на импулса $A = \Lambda T$ за Sin-Cos модел (горе) и Cos-Sin модел (долу).

Променливите на Блох в този случай са

$$u = \cos \frac{\pi s}{2}, \quad v = -\frac{A}{s} \sin \frac{\pi s}{2}, \quad w = -\frac{1}{s} \sin \frac{\pi s}{2}. \quad (3.20)$$

В адиабатната граница (3.9), получаваме $v \rightarrow \sin(\pi s/2)$, $w \rightarrow O(A^{-1})$.

Фигура 3.4 показва променливите на Блох като функция на площта на импулса $A = \Lambda T$ за Sin-Cos (горе) и Cos-Sin (долу) моделите.

Частичен цикъл: Създаване на произволна суперпозиция. Както при Sin-Cos модела, можем да създадем произволна суперпозиция, ако спрем възбуждането в подходящ момент. Тогава в адиабатна граница имаме

$$u \sim \sin \frac{t}{T} \cos \frac{st}{T}, \quad v \sim -\sin \frac{st}{T}, \quad w \sim -\cos \frac{t}{T} \cos \frac{st}{T}. \quad (3.21)$$

3.4 Модел на Демков-Кунике

Моделът на Демков-Кунике(ДК) [13, 14, 15, 16] е най-общият от редица модели, чиято Раби честота се задава със хиперболичесен секанс. Раби честотата и денастройката са

$$\Omega(t) = \Omega_0 \operatorname{sech}(t/T), \quad \Delta(t) = \Delta_0 + B \tanh(t/T) \quad (3.22)$$

и са показани на фигура 3.5.

Аналитичното решение в ДК модела се задава с хипергеометричната Гаусова функция, когато сменим независимата променлива t на

$$z(t) = \frac{\tanh(t/T) + 1}{2}. \quad (3.23)$$

За да опростим задачата въвеждаме безразмерните променливи

$$\alpha = \frac{\Omega_0 T}{2}, \quad \beta = \frac{BT}{2}, \quad \delta = \frac{\Delta_0 T}{2}, \quad (3.24)$$

както и

$$\lambda = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} - i\beta, \quad (3.25a)$$

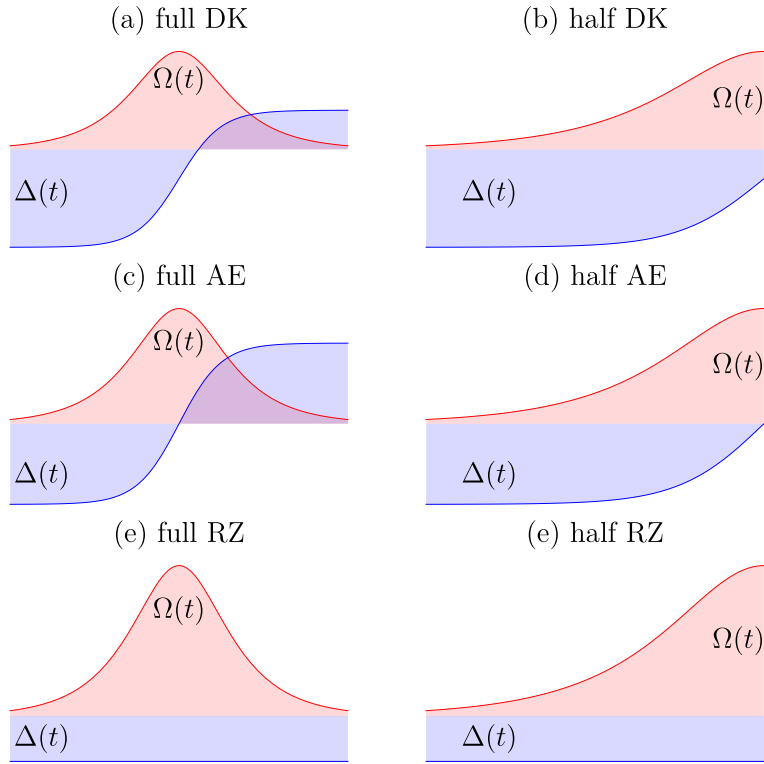
$$\mu = -\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} - i\beta, \quad (3.25b)$$

$$\nu = \frac{1}{2} + i(\delta - \beta). \quad (3.25v)$$

За система в начално състояние $|1\rangle$ вероятностните амплитуди са

$$c_1(z) = F(\lambda, \mu; \nu; z), \quad (3.26a)$$

$$c_2(z) = -\frac{i\alpha\sqrt{z(1-z)}}{\nu} F(\lambda + 1, \mu + 1; \nu + 1; z). \quad (3.26b)$$



Фигура 3.5: Форми на импулсите $\Omega(t)$ и $\Delta(t)$ в моделите на Демков-Кюнике (горе), Алън-Ебърли (среда) и Розен-Зинър (долу). От ляво: пълен цикъл. От дясно: полуцикъл.

Вероятността за преход $P_{DK} = 1 - |c_1(1)|^2$ е

$$P_{DK} = \frac{\cosh(2\pi\beta) - \cos\left(2\pi\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}\right)}{\cosh(2\pi\beta) + \cosh(2\pi\delta)}. \quad (3.27)$$

Различните комбинации от параметри ни позволяват да създадем както равна суперпозиция, така и произволна суперпозиция с този модел.

Глава 4

Генериране на произволни състояния на суперпозиция чрез поредица от два адиабатни импулса, разделени с фазов скок

Както видяхме в предишната глава, подбирайки модела на възбуждане, и по-точно асимптотичните стойности на отношението между $\Omega(t)/\Delta(t)$, ни позволява да създаваме различни състояния на суперпозиция. Такава постановка изисква прецизен контрол над формата на импулсите в началния и крайния момент на възбуждането. Когато такава прецизност е непосилна, е нужна друга техника. Тогава фазовите скокове между възбуждащите импулси могат да бъдат използвани като контролен параметър за създаване на състояния на суперпозиция.

4.1 Повтарящи се импулси с фазов скок

4.1.1 Импулси, контролирани от фазата

Използвайки поредица от импулси, чиито пропагатори имат свойството $\mathbf{U}_2 = \mathbf{U}_1^\dagger$, можем да приготвим цялостна еволюция, която да се опише със следния пропагатор

$$\mathbf{U}(t_f, t_i) = \mathbf{U}_1^\dagger(\phi)\mathbf{U}_1 = \begin{bmatrix} |a|^2 + |b|^2 e^{i\phi} & (-1 + e^{i\phi}) a^* b^* \\ ab(1 - e^{-i\phi}) & |a|^2 + |b|^2 e^{-i\phi} \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

Тук $\mathbf{U}_1^\dagger(\phi) = \mathbf{F}^* \mathbf{U}_1^\dagger \mathbf{F}$, където фазовият скок се описва със следната матрица.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Тогава за променливите на Блох имаме,

$$u_f = 2\text{Re} (ab (1 - e^{-i\phi}) (|a|^2 + |b|^2 e^{i\phi})), \quad (4.3a)$$

$$v_f = 2\text{Im} (ab (1 - e^{-i\phi}) (|a|^2 + |b|^2 e^{i\phi})), \quad (4.3b)$$

$$w_f = 2|a|^2 |b|^2 (1 - 2\cos(\phi)) - |b|^4 - |a|^4. \quad (4.3v)$$

Вероятността за преход след поредицата се задава с

$$P = |U_{21}(t_f, t_i)|^2 = 4(1 - p)p \sin^2(\phi/2), \quad (4.4)$$

където p е вероятността за преход от единичен импулс. Такава поредица е имунизирана срещу грешки породени във вероятността за преход на индивидуалния импулс. Например ако грешката променя вероятността като $p = 1/2 + \epsilon$, където ϵ е мярка за грешката, то за вероятността получаваме

$$P = 4 \left(\frac{1}{2} + \epsilon \right) \left(\frac{1}{2} - \epsilon \right) \sin^2(\phi/2) = \sin^2(\phi/2) + \mathcal{O}(\epsilon^2), \quad (4.5)$$

т.е., ако грешката при единичен импулс е от първи порядък, то грешката от общия процес е от втори порядък.

4.1.2 Трансформирани пропагатори

Друг начин да получим импулсна комбинация, която да е устойчива на грешки, е ако подберем импулсите, така че пропагаторите им да са свързани с трансформация на подобие,

$$\mathbf{U}_1 = \begin{bmatrix} a & -b^* \\ b & a^* \end{bmatrix}, \quad (4.6a)$$

$$\mathbf{U}_2 = \begin{bmatrix} a^* & -e^{i\phi} b^* \\ b e^{-i\phi} & a \end{bmatrix} = \sigma_x \mathbf{U}_1^T(\phi) \sigma_x. \quad (4.6b)$$

Тогава за пропагатора на цялата поредица от импулси имаме,

$$\mathbf{U}(t_f, t_i) = \begin{bmatrix} |a|^2 - |b|^2 e^{i\phi} & -(1 + e^{i\phi}) a^* b^* \\ ab (1 + e^{-i\phi}) & |a|^2 - |b|^2 e^{-i\phi} \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

Променливите на Блох се задават като

$$u_f = 2\text{Re} (ab (1 + e^{-i\phi}) (|a|^2 - |b|^2 e^{-i\phi})), \quad (4.8a)$$

$$v_f = 2\text{Im} (ab (1 + e^{-i\phi}) (|a|^2 - |b|^2 e^{-i\phi})), \quad (4.8б)$$

$$w_f = 2 |a|^2 |b|^2 (1 + 2 \cos(\phi)) - |a|^4 - |b|^4. \quad (4.8в)$$

Вероятността за преход се задава чрез

$$P = |U_{21}(t_f, t_i)|^2 = 4(1 - p)p \cos^2 (\phi/2). \quad (4.9)$$

Разликата спрямо случая на импулси контролирани от фазата(вж. урн.(4.5)) е фазово отместване на вероятността с $\pi/2$.

4.2 Тригонометрични модели

4.2.1 Cos-Sin модел

Ще илюстрираме споменатото до тук чрез тригонометрични модели. Нека първо разгледаме *Cos – Sin* модела, чиито Раби честота и денастройка се задават чрез

$$\Omega(t) = \Omega_0 \cos(t/T), \quad \Delta(t) = \Delta_0 \sin(t/T). \quad (4.10)$$

Във времевия интервал $t \in [-\pi/2, \pi/2]$ променливите на Блох се задават като

$$u_f = \frac{2}{s^2} \sin^2 \frac{\phi}{2} \left(s \cos \frac{\pi s}{2} \left(\left(s - \sin \frac{\pi s}{2} \right) \cos \phi + s \right) + A \sin \frac{\pi s}{2} \left(\sin \frac{\pi s}{2} \sin \phi + s \cos \phi \cot \frac{\phi}{2} \right) \right), \quad (4.11a)$$

$$v_f = \frac{1}{s^2} \left(s \cos \frac{\pi s}{2} \sin \phi \left(2 \sin \frac{\pi s}{2} \sin^2 \frac{\phi}{2} + s \cos \phi \right) - 2A \sin \frac{\pi s}{2} \sin^2 \frac{\phi}{2} \left(\left(s - \sin \frac{\pi s}{2} \right) \cos \phi + s \right) \right), \quad (4.11б)$$

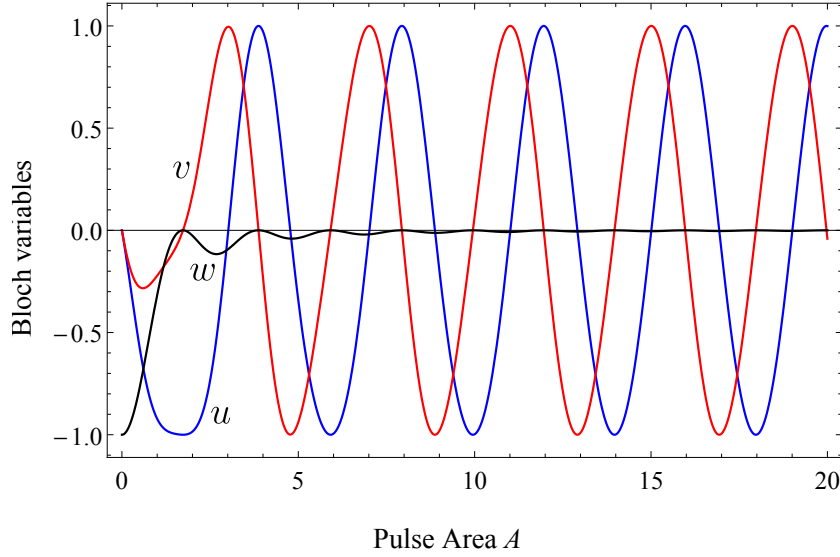
$$w_f = \frac{1}{s^2} \left(\cos \pi s \sin^2 \frac{\phi}{2} - A^2 \cos \phi - \cos^2 \frac{\phi}{2} \right). \quad (4.11в)$$

Вероятността за преход се задава като

$$P_{cs} = \frac{(s^2 - \sin^2 \pi s)}{s^2} \sin^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) = \gamma \sin^2 \frac{\phi}{2}, \quad (4.12a)$$

$$\gamma = \frac{s^2 - \sin^2 \pi s}{s^2}. \quad (4.12б)$$

В адиабатната граница $s \approx A \gg 1$, $\gamma \approx 1$ контролът над суперпозицията се прехвърля изцяло върху фазовия скок. Променливите на Блох са илюстрирани на фиг.4.1.



Фигура 4.1: Променливи на Блох като функция на площта на импулса $A = \Lambda T$ за модела Cos-Sin.

4.2.2 Sin-Cos модел

Сега нека разгледаме *Sin – Cos* модела, чиито Раби честота и денастройка се задават чрез

$$\Omega(t) = \Omega_0 \sin(t/T), \quad \Delta(t) = \Delta_0 \cos(t/T). \quad (4.13)$$

Във времевия интервал $t \in [0, \pi T]$ променливите на Блох се задават чрез

$$u_f = \frac{1}{s^2} \left(s \sin \phi A \sin \frac{\pi s}{2} \cos \phi - s \cos \frac{\pi s}{2} \sin^2 \phi - \cos^2 \frac{\phi}{2} \left(2A \sin^2 \frac{\pi s}{2} \sin \phi + s \sin \pi s \cos \phi \right) \right), \quad (4.14a)$$

$$v_f = \frac{\cos^2 \frac{\phi}{2}}{s^2} \left(s \sin \pi s \sin \phi - 4As \sin \frac{\pi s}{2} \sin^2 \frac{\phi}{2} - 2 \cos \phi \left(A \sin^2 \frac{\pi s}{2} + s^2 \cos \frac{\pi s}{2} \tan \frac{\phi}{2} \right) \right), \quad (4.14b)$$

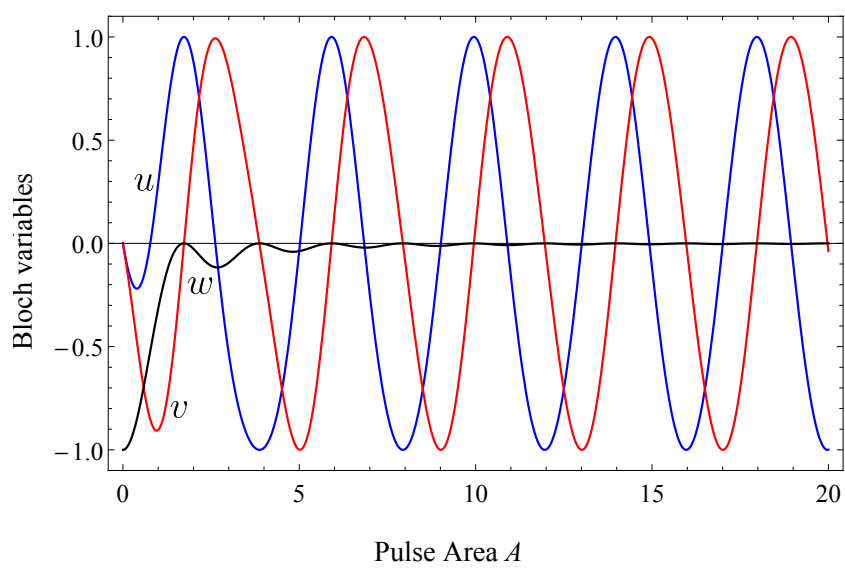
$$w_f = \frac{1}{s^2} \left(\cos \pi s \cos^2 \frac{\phi}{2} + A^2 \cos \phi - \sin^2 \frac{\phi}{2} \right). \quad (4.14c)$$

Вероятността за преход на поредицата се задава от

$$P_{sc} = \frac{(2A^2 + \cos s\pi + 1) \cos^2 \frac{\phi}{2}}{2s^2} = \eta \cos^2 \left(\frac{\phi}{2} \right), \quad (4.15a)$$

$$\eta = \frac{2A^2 + \cos s\pi + 1}{2s^2}. \quad (4.15b)$$

Променливите на Блох са илюстрирани на фиг.4.2.



Фигура 4.2: Променливи на Блох като функция на площта на импулса $A = \Lambda T$ за модела Sin-Cos.

Глава 5

Нелинейна микроскопия

Нелинейната микроскопия е изключително мощен метод за наблюдение на микрообекти. Основното предимство пред линейната микроскопия е в проби, чиито компоненти могат да имат сходен линеен отклик, но значително различен нелинеен отклик. Това поражда много добър контраст между различните съставни части на всеки микрообект. Такава е ситуацията в биологичните проби.

5.1 Фокусиран сноп

Нелинейният сигнал обикновено е слаб и зависи от интензитета на основното поле, което го генерира. Често, за да извлечем по-голям сигнал, е нужно да фокусираме основното поле, за да подобрим нелинейния сигнал.

Описанието на фокусиран лазерен сноп с Гаусово разпределение се задава като

$$\mathcal{A}_1(r, z) = \frac{\mathcal{A}_1(z)}{1 + i\zeta(z)} e^{-r^2/w_0^2(1+i\zeta(z))}, \quad (5.1)$$

където w_0^2 е най-малкият радиус на снопа, z е изминатият път по оптичната ос, $b = kw_0^2$ се нарича конфокален параметър, $\zeta = 2z/b$ е нормирано изминато разстояние. Хармоничното поле от такъв сноп се задава като

$$\mathcal{A}_q(r, z) = \frac{\mathcal{A}_q(z)}{1 + i\zeta(z)} e^{-qr^2/w_0^2(1+i\zeta(z))}, \quad (5.2)$$

където q е хармоничният ред. Такъв сноп трябва да изпълнява следното уравнение, за да се прехвърля енергия от основното лазерно поле към хармоничното, а именно

$$\frac{d\mathcal{A}_q(z)}{dz} = i \frac{q\omega}{2n_q c} \chi^{(q)} \mathcal{A}_1^q \frac{e^{i\Delta k z}}{(1 + i\zeta(z))^{q-1}}, \quad (5.3)$$

където \mathcal{A}_1^q амплитудата на основното поле с честота ω , и $\Delta k = qk_1 - k_q$, е условието за запазване на импулса. След преминалото разстояние L за полето имаме

$$\mathcal{A}_q(L) = i \frac{q\omega\chi^{(q)}}{2n_q c} J_q(\Delta k, L) \mathcal{A}_1^q, \quad (5.4)$$

където $J_q(\Delta k, L) = \int_0^L \frac{e^{i\Delta k z}}{(1 + i\zeta(z))^{q-1}} dz$ се нарича фазово запазващ интеграл.

Мощността на такова поле след разстояние L се задава чрез

$$P_{q\omega}(L) \approx n_2 \epsilon_0 c \pi w_0^2 |\mathcal{A}_q(L)|^2. \quad (5.5)$$

5.2 Нелинейна микроскопия

Основен проблем в нелинейната микроскопия е липсата на добър контраст

$$C = \frac{I_{sample} - I_{background}}{I_{background}}, \quad (5.6)$$

където I_{sample} е интензитетът, идващ от пробата, а $I_{background}$ е фоновият интензитет, идващ от средата на пробата, или части от системата, които не представляват интерес. Основните методи за подобрене на контраста са чрез подобрене на сигнала или редуциране на фона.

5.2.1 Подобряване на контраста чрез подбиране на работната дължина на вълната

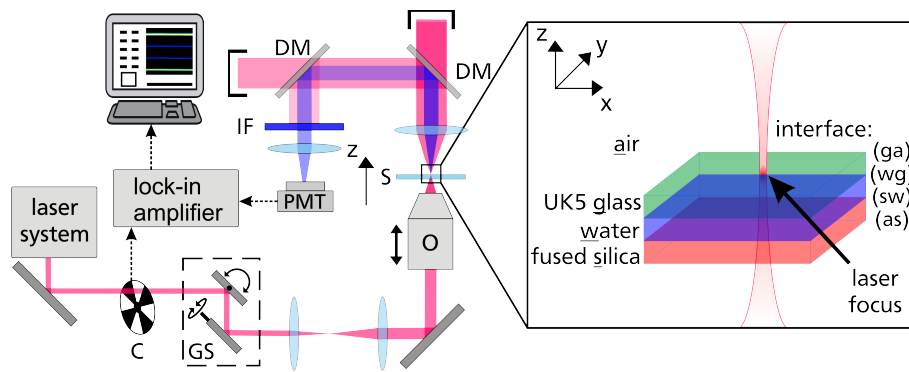
Когато фокусираме основното поле, нелинейният сигнал се генерира само на границата между два отделни слоя, заради фазата на Гоуи. Генерираната мощност между два слоя на микроскопична проба от хармонични полета е

$$P_{AB}(3\omega) \propto \frac{3\omega}{2\epsilon_0} \left| \frac{b_A \chi_A^{(3)} J(b_A \Delta k_A)}{c n_A} - \frac{b_B \chi_B^{(3)} J(b_B \Delta k_B)}{c n_B} \right|^2. \quad (5.7)$$

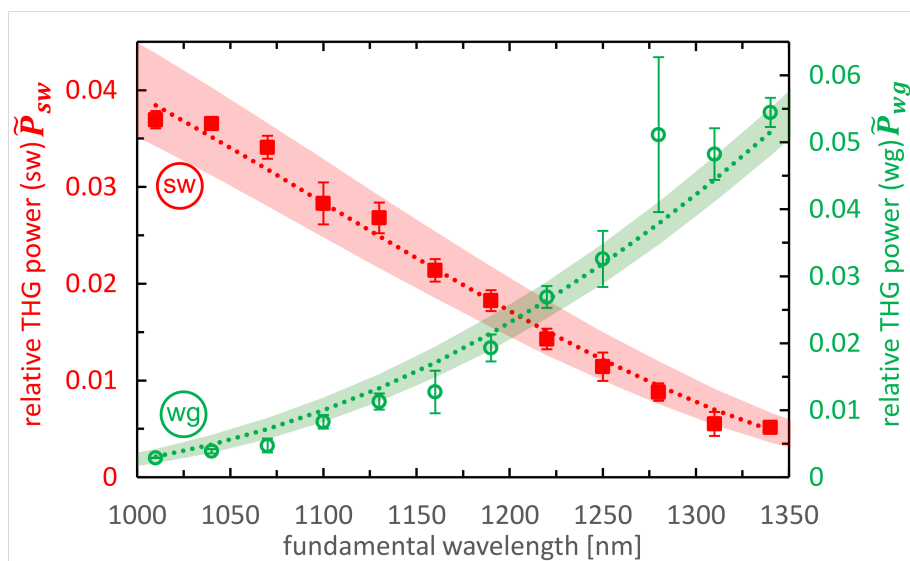
За установка като на фиг.5.1 генерираната мощност между два слоя се задава като

$$\tilde{P}_{wg}(3\omega) = \frac{P_{wg}(3\omega)}{P_{ag}(3\omega)} \approx \left| 1 - \frac{b_w \chi_w^{(3)} J(\Delta k_w, b_w)}{b_g \chi_g^{(3)} J(\Delta k_g, b_g)} \right|^2 = \left| 1 - v_{wg} \frac{b_w J(\Delta k_w, b_w)}{b_g J(\Delta k_g, b_g)} \right|^2. \quad (5.8)$$

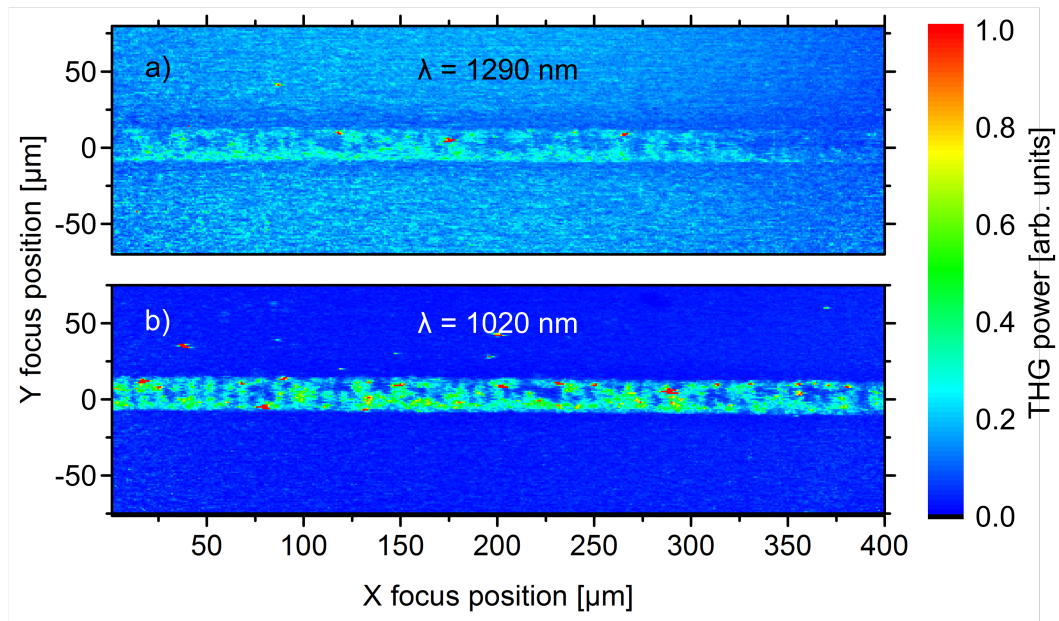
Ако правилно подберем лазерната честота, респективно дължината на вълната, то откликът би бил напълно различен в двата слоя както е показано на фиг.5.2. Добър избор на дължината на вълната значително подобрява контраста, както се вижда от фиг. 5.3.



Фигура 5.1: Експериментална установка за нелинейна микроскопия. Увеличеният сегмент показва кювета, чиито страни са съставени от стъкло *UK5* и кварц, като кюветата е напълнена с вода. По този начин имаме проба с четири гранични слоя: въздух, стъкло, вода и кварц.



Фигура 5.2: Сигнал от трета хармонична на границата вода-кварц (червените квадрати) и границата вода-стъкло (зелените кръгове) като функция на дължината на вълната на основното поле. Пунктираната линия показва теоретичната крива от уравнение(5.7) при v константа.



Фигура 5.3: Сигнал от трета хармонична, генерирана от границата между UK5 стъкло и вода. Дължините на вълните са а) 1290 nm и б) 1020 nm.

5.3 Усилване на сигнала чрез оптично стимулиране

Алтернативен начин за подобрене на контраста е чрез увеличаване на сигнала от пробата. Гудман и Тисдейл въведоха концепцията за "оптично стимулиране" и я показаха експериментално [29]. В случая на втора хармонична оптичното стимулиране има усилване с фактор 10^4 . Целта на изследването ни е да демонстрираме оптичното стимулиране в трета хармонична, като същевременно подобрим теоретичния модел от плоска вълна в [29] на фокусиран модел за целите на нелинейната микроскопия.

5.3.1 Оптично стимулиране

Генерираното хармонично поле зависи от началното условие на нелинейния сигнал. Ако изначално подхраним нелинейният отклик с външно стимулиращо поле, ще наблюдаваме многократно увеличение в генерирания хармоничен сигнал. Това представлява концепцията за оптично стимулиране.

В случая на трета хармонична стимулиращото поле е с честота 3ω . Условието за генерация чрез Гаусов сноп от уравнение (5.3) се преобразува в

$$\frac{d\mathcal{A}_3(z)}{dz} = i \frac{3\omega}{2n_3c} \left(\chi^{(3)} \mathcal{A}_1^3 \frac{e^{i\Delta kz}}{(1+i\zeta(z))^2} + \chi^{(1)} \mathcal{A}_s e^{i\varphi} \right). \quad (5.9)$$

В уравнение(5.9) \mathcal{A}_s е амплитудата на стимулиращото поле. Фазата φ в урн.(5.9) задава началната фазова разлика между основното и стимулиращото поле в пика на амплитудите им. Генерираното поле на разстояние L в случая на оптично стимулиране е

$$\mathcal{A}_3(L) = i \frac{3\omega}{2n_3c} \left(\chi^{(3)} J(\Delta k, L) \mathcal{A}_1^3 + \chi^{(1)} \mathcal{A}_s e^{i\varphi} L \right). \quad (5.10)$$

Мощността тогава е

$$P_{os} = \kappa P_1^3 + \xi P_s + \gamma \cos \vartheta P_1^{3/2} P_s^{1/2}, \quad (5.11)$$

където

$$\gamma = \frac{9\omega^2 |\chi^{(3)}| |\chi^{(1)}| |J(\Delta k, L)| L}{2(n_1 n_3)^{3/2} c^3 \epsilon_0 \pi w_0^2}, \quad (5.12)$$

$$\xi = \frac{9\omega^2 |\chi^{(1)}|^2 L^2}{4n_3^2 c^2}, \quad (5.13)$$

$$\kappa = \frac{9\omega^2 |\chi^{(3)}|^2}{4n_1^3 n_3 \epsilon_0^2 c^4 \pi^2 w_0^4} |J(\Delta k, L)|^2, \quad (5.14)$$

и

$$\vartheta = \text{Arg}(J(\Delta k, L)) + \text{Arg}(\mathcal{A}_1^3 \mathcal{A}_s^*) - \varphi. \quad (5.15)$$

Тук "os=optical stimulation"означава оптично стимулиране.

В експеримента стимулиращото поле ($\propto P_s$) се изключва от мощността. Това предефинира генерираната мощност на

$$P_{dos} = \kappa P_1^3 + \gamma \cos \vartheta P_1^{3/2} P_s^{1/2}, \quad (5.16)$$

където "d=discarded"обозначава отхвърлянето на стимулиращото поле. Така P_{dos} описва единствено оптично стимулираното поле. Ще означаваме с

$$P_n = \kappa P_1^3, \quad (5.17)$$

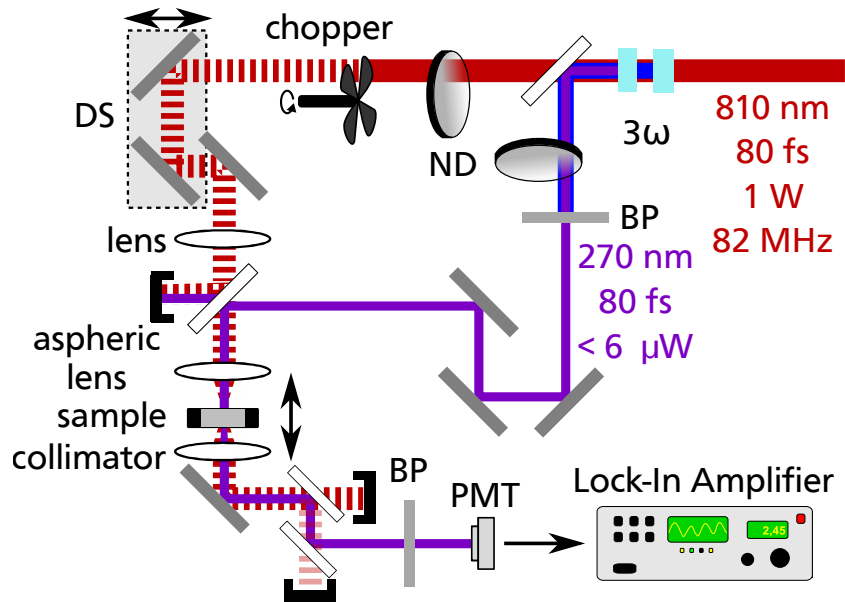
мощността на естествения нелинеен отклик без оптично стимулиране. Тогава можем да дефинираме коефициент на усилване чрез оптична стимулация като

$$\eta = \frac{P_{dos}}{P_n} = 1 + \cos \vartheta \frac{\gamma}{\kappa} \frac{P_1^{3/2}}{P_s^{1/2}}, \quad (5.18a)$$

където

$$\frac{\gamma}{\kappa} = \frac{2\sqrt{n_1} |\chi^{(1)}| c \epsilon_0 \pi w_0^2 L}{\sqrt{n_3} |\chi^{(3)}| |J(\Delta k, L)|} \quad (5.186)$$

5.3.2 Експериментална постановка

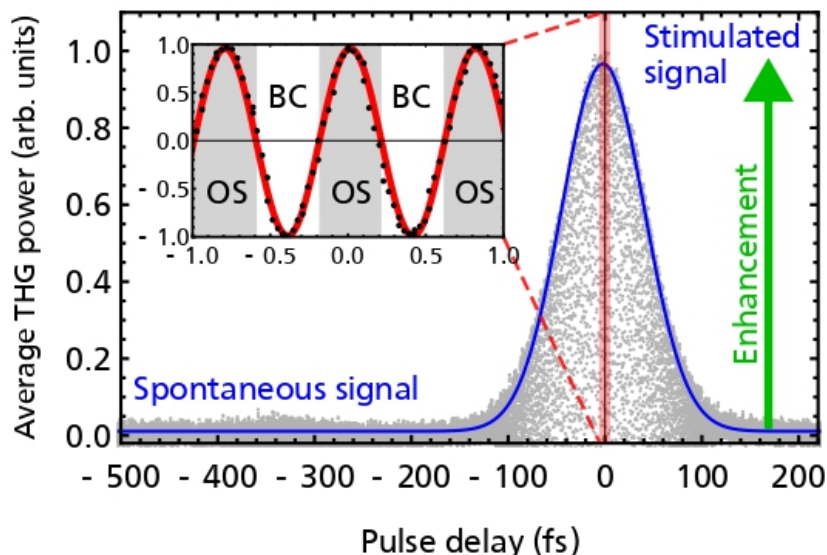


Фигура 5.4: Експериментална установка за оптично стимулиране. Стимулиращото поле се генерира чрез честотно сумиране между основното поле и втора хармонична на основното поле. Фазата между двете полета се контролира чрез интерферометър, след чийто изход двете полета се фокусират върху пробата.

Експерименталната установка е изобразена на фигура 5.4. Основното поле с дължина на вълната 810 nm, средна мощност 1 W, и продължителност на импулса 65(5) fs (FWHM) нелинейния сигнал и стимулиращото поле. Самото стимулиращо поле се генерира чрез втора хармонична, която се сумира честотно с основното поле до честота 3ω . В следствие двете полета влизат в интерферометър, който контролира фазата помежду им. След изхода на интерферометъра полетата се фокусират върху стената на пробата.

5.3.3 Резултати

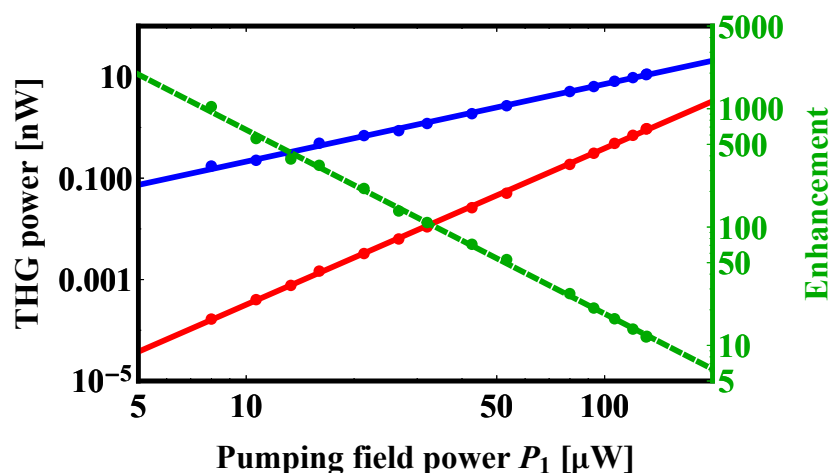
Фигура 5.5 показва сравнение между експериментално измерената мощност на трета хармонична на полето P_{dos} като функция на времевото покритие между импулсите. Отрязъкът във фигура 5.5 показва осцилациите на мощността при промяна на изначалната фаза между основното и стимулиращото поле. Сивите точки задават експерименталните



Фигура 5.5: Осцилации на мощността на генерираното нелинейно поле като функция на времето забавяне между базовото и стимулиращото поле. OS означава оптично стимулиране, а BC- обратна конверсия от хармоничното поле към основното. Със зелена стрелка е изобразено усилването η .

измервания, а синята линия е Гаусово фитиран профил. Фигура 5.5 показва, че когато импулсите съвпадат точно, енергията прелива от основното поле чрез оптична стимулация в третата хармонична и обратно, спрямо фазата между основното поле и стимулиращото поле.

Фигура 5.6 показва зависимостта на мощността на сигнала от третата хармонична като функция на основното поле, когато стимулиращото поле се държи на постоянна мощност от $P_s = 4.8\mu\text{W}$. В червено е дадено сравнението между теоретично определената мощност на естествения отклик $P_n \propto P_1^3$ и експериментално измерената мощност. В син цвят е сравнението между теоретичната мощност $P_{dos} \propto P_1^{3/2} P_s^{1/2}$ за стимулирано поле и експериментално измереното. Със зелена стрелка е изобразено усилването η от урн.(5.18a). За лазерните мощности, използвани в експеримента, се получава увеличение от $\eta \approx 3000$.



Фигура 5.6: Зависимост на мощността на трета хармонична като функция на мощността на основното поле. Мощността на стимулиращото поле е $P_s = 4.8\mu\text{W}$. В червено са дадени теоретично и експериментално сравнение за естественя отклик на системата. В син цвят има теоретично и експериментално сравнение за оптично стимулирания сигнал.

Приноси

Във втора глава е показано точно решение на модела на Демков в най-простия случай на декохеренция- дефазиране. Решението се задава с хипергеометричната функция ${}_1F_2(a; b_1, b_2; x)$. Разгледахме най-често срещаните различни асимптотични поведения на решението.

В трета глава е разгледана възможността за генериране на състояния на суперпозиция чрез адиабатно възбуждане. Разгледани са различни случаи, в които асимптотичното поведение на $\Omega(t)/\Delta(t)$ в началния и крайния момент определят състоянието на суперпозиция.

В четвърта глава са разширени перспективите за създаване на суперпозиции, чрез адиабатно възбуждане, като е разгледана поредица от два адиабатни импулса разделени с фазов скок. Подобрена е устойчивостта към грешки в импулсите на суперпозицията, като контрола е прехвърлен изцяло върху фазовия скок.

В пета глава са разгледани техники за нелинейна микроскопия, като се цели подобрение на контраста. Разгледана е техника за намаляване на фоновия сигнал, подбирайки работната дължина на вълната. Също така е разгледан ефекта на оптично стимулиране, който цели да подобри контраста като извлече по-голям сигнал от пробата.

Списък с публикации

1. K. N. Zlatanov, G. S. Vasilev, P. A. Ivanov and N. V. Vitanov,
Exact solution of the Bloch equations for the nonresonant exponential model in the presence of dephasing,
Phys. Rev. A **92**, 043404 (2015).
2. K. N. Zlatanov and N. V. Vitanov
Adiabatic generation of arbitrary coherent superpositions of two quantum states: Exact and approximate solutions,
Phys. Rev. A **96**, 013415 (2017).
3. K. N. Zlatanov and N. V. Vitanov
Generation of arbitrary quantum superposition states by adiabatic evolution split by a phase jump,
(предстои изпращане).
4. C. Stock, K. Zlatanov, and T. Halfmann
Dispersion-enhanced third-harmonic microscopy,
Opt. Comm. **393**, 289-293 (2017).
5. C. Stock, K. Zlatanov, and T. Halfmann,
Optically stimulated third harmonic microscopy,
(предстои изпращане).

Списък с независими цитирания

Статия 1:

1. F. Serreshtedari, M. Hosseini, Phys. Rev. A **95**, 033834 (2017).
2. M. Cvitkovic, A. Smith, J. Pande, arXiv:1602.05146 [math-ph].
3. A.S. Avanesov, V.I. Manko, J. Russ. Laser Res. **38**, 311 (2017).
4. X.Z. Qin, , J.H. Huang, H.H. Zhong, et al. Front. Phys. **13**, 130302 (2018).

Участие в международни конференции

- Control of Quantum Dynamics of Atoms, Molecules and Ensembles by Light (CAMEL IX) Workshop, 14.06.2014 - 19.06. 2015, Несебър, България(презентация).
- Gordon Research Conference Quantum Science (GRC), 01.08.2015 - 09.08.2015, Бостън, МА, САЩ (постер).
- Central European Workshop on Quantum Optics (CEWQO) 06.07.2015 - 09.07.2015, Варшава, Полша (постер).
- Control of Quantum Dynamics of Atoms, Molecules and Ensembles by Light (CAMEL VIII) Workshop, 27.06.2016 - 01.07. 2016, Несебър, България(презентация).
- Control of Quantum Dynamics of Atoms, Molecules and Ensembles by Light (CAMEL VIII) Workshop, 19.06.2017 - 23.06. 2017, Несебър, България(презентация).
- Control of Quantum Dynamics of Atoms, Molecules and Ensembles by Light (CAMEL VII) Workshop, 12.03.2018 - 16.03. 2018, Банско, България(презентация).
- Ultrafast Dynamic Imaging of Matter(UFDIM), 28.09.2018 - 04.10. 2018, Крит, Гърция (презентация).

Библиография

- [1] B. W. Shore, *The Theory of Coherent Atomic Excitation* (Wiley, New York, 1990).
- [2] P. A. Ivanov and N. V. Vitanov, Phys. Rev. A. **71**, 063407 (2005).
- [3] I. I. Rabi, Phys. Rev. **51**, 652 (1937).
- [4] L. D. Landau, Phys. Z. Sowjetunion p. 46 (1932).
- [5] N. Rosen and C. Zener, Phys. Rev. **169**, 502 (1932).
- [6] E. C. G. Stückelberg, Helv. Phys. Acta p. 369 (1932).
- [7] E. Majorana, Nuovo Cim. **9**, 43 (1932).
- [8] Y. N. Demkov, Sov. Phys. JETP p. 138 (1964).
- [9] N. V. Vitanov, J. Phys. D **26**, 53 (1993).
- [10] L. Allen and J. H. Eberly, *Optical resonance and two-level atoms* (John Wiley and Sons, New York, 1975).
- [11] F. T. Hioe, Phys. Rev. A **30**, 2100 (1984).
- [12] A. Bambini and P. R. Berman, Phys. Rev. A **23**, 2496 (1981).
- [13] M. Demkov, Y. N. Kunike, Vestn. Leningr. Univ., Ser. 4: Fiz. Khim. p. 39 (1969).
- [14] F. T. Hioe and C. E. Carroll, Phys. Rev. A **32**, 1541 (1985).
- [15] J. Zakrzewski, Phys. Rev. A **32**, 3748 (1985).
- [16] K. A. Suominen and B. M. Garraway, Phys. Rev. A **45**, 374 (1992).
- [17] C. E. Carroll and F. T. Hioe, J. Phys. A. Math. Gen. **19**, 3579 (1986).

- [18] L. S. Simeonov and N. V. Vitanov, Phys. Rev. A **89**, 043411 (2014).
- [19] F. Bloch, Phys. Rev. **70**, 460 (1946).
- [20] R. Feynman, F. Vernon, and R. Hellwarth, J. Appl. Phys. **28**, 49 (1957).
- [21] <http://functions.wolfram.com> .
- [22] E. D. Rainville, *Special functions* (Macmillan, New York, 1960).
- [23] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, New York, 2000).
- [24] L. P. Yatsenko, N. V. Vitanov, B. W. Shore, T. Rickes, and K. Bergmann, Opt. Commun. **204**, 413 (2002).
- [25] R. Yamazaki, K. I. Kanda, F. Inoue, K. Toyoda, and S. Urabe, Phys. Rev. A **78**, 1 (2008).
- [26] N. V. Vitanov and B. W. Shore, Phys. Rev. A **73**, 053402 (2006).
- [27] N. V. Vitanov, J. Phys. B **27**, 1791 (1994).
- [28] N. V. Vitanov and P. L. Knight, J. Phys. B **28**, 1905 (1995).
- [29] A. J. Goodman and W. A. Tisdale, Phys. Rev. Lett. **114**, 1 (2015).