

РЕЦЕНЗИЯ

на дисертация за придобиване на
образователната и научна степен “Доктор”
в професионално направление 4.5 Математика
Автор: ас. Михаил Атанасов Хамамджиев
Рецензент: проф. дн Надежда Костадинова Рибарска
24 октомври 2018г.

Дисертационният труд на ас. Михаил Атанасов Хамамджиев “Принос към субдиференциалното смятане” се състои от 40 страници на английски език (заглавие “A contribution to subdifferential calculus”). Изложението се състои от увод, три глави, заключение и библиография от 15 заглавия. Заключението съдържа авторска справка, публикации по дисертацията, апробация на резултатите и декларация за оригиналност. Авторефератът е на български език и има 16 страници, като заключението е същото като в дисертацията. Получила съм дисертацията и автореферата на хартия и на електронен носител. Освен това на електронен носител дисертантът е представил автобиография (по европейски образец) и пълните текстове на двете статии, в които са публикувани резултатите от дисертацията.

Михаил Атанасов Хамамджиев е завършил бакалавърска степен във ФМИ-СУ през 2006г. и магистърска степен отново във ФМИ-СУ през 2011г. в магистърската програма, ръководена от доц. Васил Цанов. През есента на 2014г. той е зачислен като редовен докторант към катедра “Математически анализ” на ФМИ-СУ с научен ръководител доц. Милен Иванов. Дисертантът има богат, вече повече от десетгодишен, преподавателски опит както в УАСГ, така и във ФМИ-СУ. Той е водил упражнения по Линейна Алгебра и Аналитична Геометрия, Анализ 1 и 2, Приложна Математика, Изследване на Операциите. Присъствала съм на негови изложения пред студенти и съм убедена в способността му да излага материала систематично и интересно и да общува с аудиторията. Бих искала да отбележа, че по време на докторантурата си ас. Хамамджиев придоби широки и задълбочени знания по функционален анализ и в момента притежава сериозна “безкрайномерна” култура. Убедена съм в това, защото съм участвала няколко пъти в изпитни комисии, пред които той се е явявал.

Научните интереси на ас. Михаил Хамамджиев са в областта на оптимизацията и математическия анализ. Дисертационният труд изцяло е посветен на субдиференциалното смятане или, според мен по-удачно като термин, на някои задачи от негладкия анализ. Това е поле на интензивни

изследвания в последния половин век, намиращо се на границата между функционалния анализ, теоретичната оптимизация и оптималното управление.

Първата глава на дисертацията съдържа предварителни сведения, необходими за по-нататъшното изложение. Освен фундаментални понятия и резултати, въведени са ε -субдиференциал и ε -супердиференциал, инфимална и супремална конволюция на реалнозначни функции, регуляризация по Моро-Йосида.

Втората глава на дисертацията е посветена на регуляризацията по Моро-Йосида. В първия параграф са представени няколко известни теореми относно строго изпъкнали норми в банахово пространство. Вторият параграф съдържа основния резултат от тази глава (Теорема 2.2.1):

Нека $(X, \|\cdot\|)$ е банахово пространство и $f : \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ е собствена изпъкнала ограничена отдолу функция. Тогава нейната регуляризация по Моро-Йосида f_λ , $\lambda > 0$ притежава свойството, че многозначното изображение

$$x \mapsto \|\partial f_\lambda(x)\|$$

е непрекъснато в следния (доста силен) смисъл: за произволни $x \in X$ и $\varepsilon > 0$ съществува $\delta > 0$ такава, че винаги, когато $\|y - x\| < \delta$, $p \in \partial f_\lambda(x)$ и $q \in \partial f_\lambda(y)$, е в сила неравенството

$$\| \|p\| - \|q\| \| < \varepsilon .$$

Доказателството на тази теорема е дълго, технично и е разделено на пет леми. Изработването му изисква сериозна сръчност и изобретателност. В третия параграф на втора глава е доказано едно важно следствие (Теорема 2.3.1) от основния резултат от предишния параграф, а именно, че в банахово пространство със строго изпъкнала норма регуляризацията по Моро-Йосида на собствена, изпъкнала, полунепрекъсната отдолу и ограничена отдолу функция е диференцируема по Гато във всяка точка и при това нормата на производната е непрекъсната.

Резултатите от тази глава на дисертацията са публикувани в самостоятелната статия на Михаил Хамамджиев

Mihail Hamamdjiev, A property of the Moreau-Yosida regularization, Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences, Volume 71, Issue No2, 161-168, 2018

В третата глава на дисертацията се разглеждат множествени неравенства, които са естествено съответствие в негладкия анализ на теоремата за средните стойности на Лагранж. Това определя тяхната важност и честа употреба.

В първия параграф е представено исторически първото множествено неравенство (на Кларк и Ледяев). Във втория параграф е въведен аксиоматично абстрактен *допустим* субдиференциал и са обсъдени някои след-

ствия от аксиомите. Този подход се дължи на Йоффе, Тибо и др. Всички известни и често употребявани субдиференциали са допустими в този смисъл.

Главният резултат от трета глава на дисертацията (Теорема 3.3.1) е формулиран в трети параграф:

Нека X е банахово пространство и ∂ е допустим субдиференциал над него. Нека A и B са непразни, затворени, ограничени и изпъкнали подмножества на X . Нека $f : \rightarrow \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ е собствена полунепрекъсната отдолу функция, за която $A \cap \text{dom } f \neq \emptyset$. Предполагаме, че f е ограничена отдолу върху множеството $C := \overline{(\text{conv}(A \cup B) + \delta \mathbf{B}_X)}$ за някое $\delta > 0$ и че $\mu < \inf_C f$. Нека реалните числа r и s са такива, че $r = \inf_A f$ и $s < \inf_{B + \delta \mathbf{B}_X} f$. Тогава за всяко положително число ε съществуват $\xi \in \text{conv}(A \cup B) + \delta \mathbf{B}_X$ и $p \in \partial f(\xi)$ такива, че

$$f(\xi) < \inf_{\text{conv}(A \cup B)} f + |r - s| + \varepsilon, \quad \|p\| < \frac{\max\{r, s\} - \mu}{r} + \varepsilon \quad \text{и} \quad \inf_B p - \inf_A p > r - s.$$

В останалата част от трети параграф дисертантът прави подробно сравнение на горната теорема със съществуващите резултати от този тип. Оказва се, че резултатът от дисертацията е по-общ от голяма част от тях, включително от някои известни резултати на Кларк-Ледяев и Жу. Доказателството на Теорема 3.3.1 е обособено в четвъртия параграф на трета глава. То се състои от десет страници и съдържа нетривиални конструкции. Изработването му е сериозно постижение. Резултатите от тази глава са публикувани в съвместната статия на дисертанта и научния му ръководител

Milen Ivanov, Mihail Hamamdjiev, New Multirectional Mean Value Inequality, Journal of Convex Analysis, Volume 25, No. 4, 1279-1290, 2018

Основните резултати от дисертационния труд са публикувани в две статии – едната в Journal of Convex Analysis (в първата половина по ранг от списанията в категория Математика според SCOPUS), а другата в Compt. Rend. Acad Bulg. Sci. (Доклади на БАН). И двете списания имат импакт фактор. Едната от статиите е самостоятелна, а другата - в съавторство с научния ръководител на дисертанта.

Резултати от дисертацията са представяни на 7 форума (според автореферата): два постера на международни конференции (Тунис и Чехия), три доклада на Пролетната научна сесия на ФМИ, доклади на една международна конференция в България и на една докторантска конференция. През това лято присъствах на доклад на Михаил Хамамджиев на международната конференция 14-th International Workshop on Well-Posedness of Optimization Problems and Related Topics в Боровец (въпреки че тя не присъстваше в списъка с апробацията на резултатите) и съм свидетел на заинтересованото отношение на колегията към представените резултати.

Убедена съм, че ас. Михаил Хамамджиев е изработил резултатите от дисертацията самостоятелно или в сътрудничество с научния си ръководител.

Заклучение:

Оценявам положително дисертационния труд на ас. Михаил Атанасов Хамамджиев “Принос към субдиференциалното смятане” и считам, че той напълно отговаря на изискванията за придобиване на образователната и научна степен “доктор”, предвидени от Закона за развитие на академичния състав в Република България, както и от Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности във ФМИ-СУ. Неговият автор Михаил Атанасов Хамамджиев владее солидни теоретични знания и има изявена готовност и склонност към провеждане на самостоятелни научни изследвания.

Поради това

Убедено препоръчвам на уважаемото Научно жури да присъди на ас. Михаил Атанасов Хамамджиев образователната и научна степен “доктор”.

24.10.2018

(проф. дн Н.Рибарска)