

## СТАНОВИЩЕ

от Николай Василев Живков,  
професор в Институт по Математика и Информатика БАН,  
секция „Изследване на операциите, вероятности и статистика”

на дисертационен труд на Михаил Атанасов Хамамджиев, озаглавен  
„Принос към субдиференциалното смятане”  
за придобиване на образователната и научна степен  
доктор в професионално направление 4.5 Математика

Дисертационният труд е в обем от 40 страници с 15 библиографски източника и е разделен на три глави (формално те са 4, но последната е кратка анотация на резултатите, както и представянията им в публикации и научни мероприятия).

Първата глава съдържа основни понятия и твърдения, които се използват в по-нататъшните разглеждания. В дисертационния труд са поставени на внимание следните две задачи:

**1.** Регуляризация на функция чрез инфимална конволюция с параболична функция и това е регуляризацията на Моро-Йосида. Основният резултат тук касае диференцируемостта по Гато на регуляризираните функции. Показано е (теорема 2.2.1 в дисертационният труд), че нормата на субдиференциала на регуляризацията при фиксиран параметър  $\lambda > 0$ , дефинирана като множество от стойностите на нормите на неговите елементи всъщност е еднозначна, а освен това и непрекъсната функция, а когато спрегнатото пространство е със строго изпъкнала норма това автоматично влече и диференцируемостта по Гато (теорема 2.3.1).

**2.** Втората задача е разгледана в трета глава и се отнася до множествени неравенства от тип на Кларк и Ледаев. Получените резултати могат да бъдат представяни като обобщения на класическата теорема на Лагранж от диференциалното смятане за средната стойност. Самостоятелен интерес представлява и аксиоматично въведеното понятие за абстрактен субдиференциал на функция, който включва повечето от познатите в научната литература субдиференциали. Основният резултат в тази глава е доказан именно с абстрактно поставен субдиференциал и той е съдържанието на Теорема 3.3.1: Полунепрекъсната отдолу и ограничена отдолу функция  $f$ , дефинирана върху разширение на изпъкналата обвивка на две изпъкнали подмножества  $A$  и  $B$  на банахово пространство  $X$  има свойството, че за точка  $\xi$  от дефиниционното

множество съществува елемент  $p$  от абстрактния субдиференциал на  $\xi$ , такъв че разликата от инфимумите на  $p$  върху  $B$  и  $A$  е по-голяма от разликите на инфимумите на  $f$  върху съответните множества. Освен това, ако множество  $A$  е едноточково, теорема 3.3.1 е усиление на известни резултати – на Кларк-Ледяев, както и на Жу.

Резултатите са публикувани в две статии, едната е самостоятелна и е в „Доклади на БАН”, а другата е съвместна с научния ръководител на дисертанта и е в Journal of Convex Analysis. Дисертантът е докладвал свои резултати на 5 научни мероприятия.

Имам две забележки, едната е препоръчителна и засягаща стила на формализиране на някои от понятията и твърденията в изложението (напр., Теорема 2.2.1 и свойство (P4) от трета глава) и препоръката ми е дисертантът да е по-стриктен и с това да улеснява читателите като не оставя съмнения за различни възможни интерпретации на понятията и твърденията. Втората забележка е пожелателна и също така е ориентирана спрямо възможните читатели на дисертационния труд. Винаги е добра идея, особено в дисертационен труд, представяни абстрактни понятия и твърдения да бъдат илюстрирани в по-конкретни ситуации, например как би била формулирана теорема 3.3.1 в крайномерни пространства, където изпъкналите множества имат непразна релативна вътрешност?

Отбелязвам, че получените резултати представляват задълбочени научни изследвания в две тематики, които са особено актуални и предизвикателни за много математици не само у нас, но и по света. Дисертантът показва, че притежава умения в научно-изследователската дейност на високо ниво.

Представеният автореферат отразява точно и подробно съдържанието на дисертационния труд.

**В заключение**, дисертационният труд отговаря на съвкупността от критерии и показатели съгласно ЗРАСРБ, неговия Правилник и Правилниците за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности на Софийски университет и на Факултета по математика и информатика на СУ. **Подкрепям придобиването на образователната и научна степен доктор в професионално направление 4.5 Математика от Михаил Атанасов Хамамджиев.**

25.10. 2018 г.

/проф. Николай Живков/