Становище

За дисертацията на проф. д-р **Надежда Костадинова Рибарска**

Фрагментируемост и функционално-аналитичен подход към необходими условия за оптималност

За присъждане на научната степен ДОКТОР НА НАУКИТЕ
В направление 4.5 Математика
Рецензент: проф. дмн Румен Петров Малеев

Данни за кандидатката. Проф. Надежда Рибарска е завършила с пълно отличие математика през 1983 г. След дипломирането си работи една година в ЦЛАНП към ЕЦФ на БАН. В периода 1984-1987 г. е редовен докторант във ФМИ с ръководител проф. Кендеров. Защитава дисертацията си през 1988 г. В периода 1988-2002 е асистент, ст. асистент и гл. асистент в катедрата по Математически анализ на ФМИ. Хабилитира се през 2002 г., а от 2015 г. е професор същата катедра.

Документи. В съответствие с Правилника на СУ проф. Рибарска е представила необходимите документи, както и CD с електронни копия от тях. Предложената дисертация представлява печатен текст на английски от 187 страници, състоящ се от две глави и библиография, съдържаща 103 заглавия.

Афтореферaтът и авторската справка вярно отразява както приносите на авторката, така и тяхното място в потока на съвременните изследвания в съответното направление.

Обзор на съдържанието на дисертацията и научни приноси. Дисертацията на проф. Рибарска е посветена на изучаването на важни топологични понятия и структури и техни приложения в геометрията на банаховите пространства (глава 1) и в теория на оптимизацията и оптималния контрол (глава 2). По-долу ще изброим част от получените от нея многобройни интересни резултати.

Основните събития в глава 1, се развиват във фрагментируеми топологични пространства X, т.е. пространства, за които съществува метрика ρ, такава че всяко непразно подмножество $Y \subset X$ притежава непразни релативно отворени в Y подмножества с произволно малък ρ-диаметър. Разглежда се и по-широкият клас на σ- фрагментируемите пространства[1], както и класът на пространствата, притежаващи

[1] допускащи представяне като изброимо обединение на множества, всяко от които притежава непразни релативно отворени подмножества с произволно малък диаметър.

ρ-МЛД, т.е. изброимо покритие с множества с малък локален ρ-диаметър[2]. Получена е полезна вътрешна характеризация на фрагментируемите пространства, прилагана успешно в следващи изследвания. Доказва се, че ако банаховото пространство X има еквивалентна диференцируема по Гато норма, спрегнатото му пространство със слабата със звезда топология (X^*, w^*) е фрагментируемо, откъдето следва, че X е слабо асплундово – класически резултат на Прайс, Фелпс и Намиока. Друг красив резултат на дисертантката показва, че σ-фрагментируемост в банахово пространство X е „свойство на трите пространства“, т.е. когато за някое затворено подпространство $H \subset X$, пространствата H и X/H със слабата си топология са σ-фрагментируеми от нормата, то и X е σ-фрагментируемо. Като следствие се получава, че в този контекст и $\|.\|$-МЛД е „свойство на трите пространства“. Хубав резултат с трудно доказателство показва, че ако X и Y са хаусдорфови компакти, а $C_p(X)$ и $C_p(Y)$ са съответните пространства от непрекъснати функции с поточковата топология, такива че $C_p(X)$ допуска еквивалентна p-кадецова норма[3], а $C_p(Y)$ притежава $\|.\|$-МЛД, то и $C_p(X\text{x}Y)$ притежава $\|.\|$-МЛД. С помощта на този резултат се доказва едно свойство на устойчивост на локално равномерното изпъкналото (ЛРИ) пренормиране: ако $\{X_\gamma : \gamma \in \Gamma\}$ е произволно семейство от хаусдорфови компакти, то $C\left(\prod\{X_\gamma : \gamma \in \Gamma\}\right)$ има еквивалентна ЛРИ норма, когато $C(X_\gamma)$ има еквивалентна ЛРИ норма за всяко $\gamma \in \Gamma$. Така се дава положителен отговор на въпрос, поставен в работа на Джейн, Намиока и Роджерс.

Едно задълбочено изследване на необходими условия за оптималност в безкрайномерни пространства с методите на функционалния анализ е представено в глава 2 на дисертацията. Доказан е принцип на Понтрягин за задачи за оптимален контрол с терминални ограничения в безкрайномерно банахово пространство. При това е свалено обичайното изискване за сепарабелност на спрегнатотото на фазовото пространство, а с въвеждането на понятието квазисолидност на множество[4] се избягва и сатндартното за повечето изследвания изискване за крайна коразмерност на подходящо множество, свързано с конкретната задача. Така се обобщават редица известни резултати. Последните изследвания на дисертантката са свързани с намирането на нови необходими условия за оптималност чрез използване на методите на негладкия анализ. Въведени са понятията равномерни допирателни

[2] Вж. 1.29 от автореферата за дефиницията на пространствата, притежаващи ρ-МЛД.
[3] Една норма в (X, τ) се нарича τ – кадецова, ако нормираната топология съвпада с τ по единичната сфера.
[4] Едно затворено изпъкнало подмножество на банахово пространство се нарича квазисолидно, ако има непразна вътрешност в затворената си афинна обвивка.

множества и конуси и се доказва съответна теорема за неразделимост. Те се използват за получаване на абстрактна теорема за множителите на Лагранж, както и на необходимо условие за оптималност при задача на опималното управление в безкрайномерно фазово пространство, без да се изисква изпъкналост на целта. Възможностите за ползване на получената абстрактна теорема за множителите на Лагранж към задачи за оптимално управление в крайномерно фазово пространство, разглеждани като задачи оптимизационни задачи в съответното безкрайномерно пространство на траекториите, са илюстрирани върху основната задача на вариационното смятане. Получените пионерни в областта резултати са индикация, че предложеният нов функционално-аналитичен подход може да се използва при решаването и на по-сложни задачи.

Критични бележки. Нямам забележки по същество. Изложението е гладко и ясно.

Публикации. Представените работи, използвани в дисертацията, са 10 (от общо повече от 25 с над 280 цитирания), от които 9 са публикувани, както следва: в Доклади БАН (1), Мат. и мат. Образ. (1), SIAM J. on Control and Optimization (2), PAMS (1), Mathematika (1), Studia Math. (1), JMAA (1), Set Valued and Var. Analysis (1), а една работа е предложена за публикуване. От използваните работи 4 са самостоятелни, 4 – с по един съавтор и 2 – с двама съавтори. Участиети на дисертантката в съвместните работи оценявам като най-малко равностойно. Указаните от авторката цитирания на тези публикации са общо 76. От тях 7 - в книги, 14 - в дисертации, 38 - в статии, публикувани в списания с импакт фактор.

Заключение. Проф. Надежда Рибарска е получила редица нови и важни резултати в интересни и активно изследвани области от геометрията на банаховите пространства и от теорията на оптимизацията и оптималния контрол. Те са получили известност и признание от математическата колегия у нас и в чужбина. За получаването им са били необходими оригинално мислене, много сериозни професионални умения и сръчност. Считам, че дисертацията на проф. Рибарска удовлетворява всички изисквания, предвидени в ЗРАСР и съответния Правилник на ФМИ. Ето защо препоръчвам убедено на уважаемото жури да присвои на проф. Надежда Костадинова Рибарска научната степен доктор на науките по математика.

София, декември 2017 Рецензент: