СТАНОВИЩЕ
за дисертационния труд на
ас.Росен Асенов Николов, докторант на самостоятелна подготовка по професионално направление 4.5 Математика, Докторска програма "Математически Анализ", за присъждане на образователната и научна степен "доктор"
от дмн Станимир Троянски, асоцииран член на Института по Математика и Информатика на БАН, действителен член на БАН (е- адрес troyanski@math.bas.bg), назначен със Заповед №РД38-641 от 5.10.2017 на Ректора на Софийския Университет"Св. К. Охридски", за член на Научното Жюри по защитата.

Дисертацията, озаглавена,"Оценки на рзстоянието на Банах-Мазур, чрез модули на изпъкналост и гладкост" представлява текст, набран на ТЕХ, от 37 стандартни страници, формат А4. Цитирани са 17 заглавия. Дисертацията се състои от предговор и две глави, базирани на две самостоятелни статии на дисертанта.

Изследванията на кандидата са в областта на геометрията на Банаховите пространства. Модулите на изпъкналост δ_X и гладкост ρ_X на Банаховото пространство X играят важна роля за изучаването на различни геометрични свойства на X. Добре е известно, че най-изпъклото (гладкото) Банахово пространство е Евклидовото (Хилбертовото) пространство H, т.е.
$\delta_X(\varepsilon) \leq \delta_H(\varepsilon)= (\varepsilon^2/8)+ o(\varepsilon^2)$, $\rho_X(\tau) \geq \rho_H(\tau) = (\tau^2/2)+o(\tau^2)$,
за всяко Банахово пространство X. Повечето задачи изследват асимптотичното поведение на тези модули, една изкллючително трудна задача, както твърдят повечето експерти (вж. напр.[10 от литературата в дисертацията, стр.67], цитирам: " Except for a few special cases it is in general quite difficult to compute

precisely or even up to an equivalence constant the modulus of convexity of a given space.") Добре е известна теоремата на Kwapien - Figiel - Pisier, от 70 години на миналия век, твърдяща, че ако и двата модула δ_X и ρ_X на Банахово пространство X имат квадратична асимптотика в нулата, то X е изоморфно на Хилбертово пространство. Редица автори доказват, че ако асимптотичното поведение на модула на изпъкалост δ_X (или на гладкост ρ_X) на Банахово пространство X съвпада с това а модула на изпъкналост (или гладкост) на Хилбертовото пространство, т.е. $\delta_X(\varepsilon) = (\varepsilon^2/8) + o(\varepsilon^2)$, (или $\rho_X(\tau) = (\tau^2/2) + o(\tau^2)$), то X е Хилбертово пространство. В статиите [5,14] е изучаван въпросът за равномерно гладко пренормиране на Банахово пространство X при условие, че асимптотичното поведение на δ_X е близко до това на δ_H, т.е. $\delta_X(\varepsilon) \geq c\varepsilon^2$, $c \in [1/8, \infty)$. Получените оценки в [4] , са точни по порядък, в случаите, когато $c \to 1/8$ или $c \to \infty$.

В първата глава от дисертацията е показано, че с методът използван в [4], не може да се получат точни оценки степенни оценки за равномерно гладко пренормиране на Банаховoвото пространство X, при условие, че $\delta_X(\varepsilon) \geq c\varepsilon^2$. За целта дисертантът е въвел клас двумерни Банахови пространства Y_λ , $0 < \lambda \leq 1$ и е намерил точната асимптотика на $\rho_{Y_\lambda}(\tau)$, при $\tau \to +0$. Задачата се оказва трудна. За решаването й се налага да се комбинират редица аналитични и гометрични факти.

В работите [5,14] се рaглежда следната задача: Нека X е Банахово пространство. Да означим с $d_2(X)$ супремума на разстоянието на Банах-Мазур на двумерните подпространства на X, до двумерното

Евклидово пространство. На геометричен език разстоянието на Банах-Мазур $d(E, F)$на дадено двумерно Банахово пространство F до двумерното Евклидово пространство E представлява минимумът на коефициента на подобие на описаната и вписаната елипса в единичната "окръжност" на F. За $p \in (1, 2]$ да означим с Υ_p , класа от Банахови пространства X , за които: $\liminf_{\varepsilon\to+0} \delta_X(\varepsilon)/\varepsilon^2 \geq (p - 1)/8$. Нека $D_p = \sup\{d_2(X) : X \in \Upsilon_p\}$. В [5] са намерени оценки отгоре и отдолу за D_p, които са точни по порядък, когато $p \to 1$ или $p \to 2$. В частност е отбелязано, че $D_p \geq 2^{q_p}$, където $q_p = (2-p)/2p$. Тази оценка следва непосредствено от добре известните факти: $l_p \in \Upsilon_p$, $d_2(l_p) = 2^{q_p}$, за всяко $p \in (1, 2]$. Авторът въвежда клас двумерни Банахови пространства X_α , $0 < \alpha \leq 1$, и пресмята $\delta_{X_\alpha}(\varepsilon)$ за малки положителни стойности на ε. По този начин показва,че $X_\alpha \in \Upsilon_{\alpha+1}$.Това му дава възможност да подобри оценката от [5] отдолу за D_p за всяко $p \in (1, 2)$, като показва, че $D_p \geq (2/p)^{1/2}$, $p \in (1,2]$.

Въпреки, че използваните методи във втора глава отново от съчетават съображения от аналитичен, геометричен и комбинаторен характер, те са твърде различни от тези в първа глава.

Авторефератът правилно отразява съдържанието на дисертацията.

Като цяло дисертационният труд показва, че неговият автор е напълно изграден научен работник, който умело прилага методите на клсическия анализ, за решаването на поставените задачи. Убеден съм, че ас.РОСЕН АСЕНОВ НИКОЛОВ безусловно заслужава да му бъде присъдена образователната и научна степен “ДОКТОР” .

София, ноември 2017г.