

СТАНОВИЩЕ

на проф. д-р Тинко Величков Тинчев,
СУ „Св. Климент Охридски“, ФМИ, катедра „Математическа логика и приложенията й“

за представената от **Татяна Маринова Иванова** дисертация „**Logics for relational geometric structures: distributive mereotopology, extended contact algebras and related quantifier-free logics**“ за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ в професионално направление 4.5 Математика (Математическа логика)

Представеният дисертационен труд е на английски език, като основната част е с обем 71 страници плюс титулна страница. Последната глава от дисертацията, Ch. 4 Conclusion, се състои от изискуемите декларация за оригиналност, авторска справка, апробация на резултатите от дисертацията и списък на научните публикации на автора, които са включени в дисертацията. Цитираната литература включва 46 заглавия. Основната част е структурирана във Въведение и три глави. Представени са и автореферат на английски и автореферат на български език от 19 стр., които са коректен превод на английския вариант. Авторефератът съдържа декларация за оригиналност на научното изследване, правилно отразява дисертационния труд, приносите на автора, посочени в авторската справка, апробация на резултатите и списък на публикациите на автора, свързани с дисертацията. Намирам, че структурата на дисертацията и на автореферата отговарят на изискванията на ЗРАСРБ и на правилника за прилагането му.

Татяна Иванова е магистър по математика, завършила е магистърската програма “Логика и алгоритми”, спец. Математика, след което постъпва в докторската програма “Математическа логика”, редовно обучение. Изпълнила е индивидуалния си план като редовен докторант и е отчислена с право на защита, както се вижда от приложените документи.

Изследванията в дисертацията се отнасят към областта на безточковите геометрии, област която възниква преди малко повече от 100 години от чисто философски подбуди, но и досега е активна както във философски, така и в математически аспект. Свидетелство за това са например пленарната лекция на Dana Scott на Логическия колоквиум във Виена през юли 2014 год. и International Workshop on Topological Methods in Logic V, 13-17 юни 2016 год., който се провежда на всеки две години в Тбилиси, редовното приемане в реномираната конференция Advances in Modal Logic на статии от тази област.

Мощен катализатор за тази активност е интересът от страна на теоретичните изследвания в областта на изкуствения интелект и по-специално качествените (в противовес на обичайните количествени) разсъждения за пространството и телата (qualitative spatial reasoning) с цел приложения в географски информационни системи. Математическите аспекти на безточковите геометрии се отнасят най-пряко към логическите изследвания на аксиоматизации и алгоритмична сложност на проблеми за изпълнимост, представимост на различни алгебрични системи и топологични изследвания, визиращи топологична представимост на алгебрични системи и теореми за дуалност от типа на Стоун, които се отнасят към теорията на категориите. Една от най-добре развитите теории на безточковите геометрии е тази на Whitehead, базирана на понятието **регион**, мереологичната релация **част-от** и бинарната релация **контакт** между региони. Както Tarski показва, мереологията е еквивалентна с булеви алгебри без 0 (0-та на булевата алгебра се разглежда като несъществуващ регион). Релацията **контакт** има

топологичен характер: при зададено топологично пространство за **региони** обикновено се вземат регулярните затворени (или регулярните отворени) множества, **част-от** е теоретико-множественото включване и **контактът** е непразнота на теоретико-множественото сечение. Така възникват контактните алгебри – булеви алгебри с бинарна релация, удовлетворяваща допълнителни условия. Преследвайки линията за реалистичност на регионите като абстракции на физически тела операциите между тях би трябвало да запазват “реалистичността”, а случаят с булевото допълнение не е такъв. По тази причина от особен интерес са дистрибутивните решетки като модел за регионите и операциите с тях. Дисертацията основно е посветена на такива именно структури (глава 1 и по-голямата част от глава 3). За разлика от предходни работи, използващи дистрибутивна решетка за алгебра на регионите, в дисертацията са избрани дуалната двойка релации между региони – контакт, дуален контакт – и нетангенциално (т.нар. дълбоко) включване. Изборът се оказва много сполучлив, както демонстрира проведеното в дисертацията изследване.

Въведението добре и правилно представя състоянието на областта и мотивира избора на алгебричната структура.

Първата глава на дисертацията се състои от две части. В първата се въвежда централното понятие в дисертацията – разширена дистрибутивна контактна решетка (EDC-решетка) – и се доказва представимост на EDC-решетки – централната теорема 2.3, чието следствие 2.1 демонстрира удачността на избраната релационна част и прави възможно елегантното използване на резултати за контактни алгебри при изучаването на EDC-решетките. Доказателството е подробно и използва оригинален вариант на лемата за отделимост, лема 2.2, която от своя страна е много интересна. По-нататък в тази част на първата глава се изучават EDC-решетки с допълнителни аксиоми. Втората част на първа глава е посветена на топологични представяния на EDC-решетки. Резултатите от тази част са съвместни с научния ръководител. В началото се използва централната теорема за пренасяне на известни резултати за контактни алгебри за EDC-решетки, а след това, след мотивиращото твърдение 5.1, се развива теорията за представянията с топологични структури, когато изходната решетка удовлетворява удачни аксиоми за екстенционалност. Резултатите са интересни и съвсем нетривиални.

Втора глава е малка по обем, но е много интересна: разглеждат се булеви алгебри с тернарен предикат, с който се дефинира контакт в алгебрата и едноместен предикат за силна свързаност – вътрешността да е свързано множество, и е наречен вътрешна свързаност. Тези алгебри са наречени разширени контактни алгебри (ЕС-алгебри). Първият параграф е много интересен и показателен за способностите на Татяна Иванова: доказва се, че свързаността на вътрешността е неизразима в предикатния език на контактните логики. Доказателството е базирано на хитроумен пример за топологично пространство. Основният резултат в тази глава е теорема 4.1, даваща изоморфно влагане на разширените контактни алгебри в алгебрата на регулярните затворени множества над подходящо топологично пространство, като тернарният предикат, контактът и свързаността на вътрешността са интерпретирани по очаквания начин.

Трета глава е посветена на безкванторни логики за EDC-решетки и ЕС-алгебри. Резултатите в тази глава са самостоятелни на Татяна Иванова и показват, че тя добре е усвоила техниките от две от основните статии [4, 38], за модалния подход към безкванторните логики за алгебрични структури от типа на контактни/предконтактни логики. В първия параграф се припомня основната техника за работа с нестандартни правила, а във вторият тя се прилага за получаване на алгебрична пълнота и оттук с помощта на доказаните в първа глава топологични представяния се получават съответните теореми за пълнота относно топологичната семантика. В третия параграф се доказва разрешимостта на 2 важни логики, съответно за класа на EDC-решетките и за класа на свързаните EDC-решетки, като за целта се установява, че те имат свойството на крайните модели, което за втората логика е наистина трудно твърдение. Тук се

доказва и допустимостта на редица нестандартни правила. В 3.4, стр. 59, се доказва, че едно от правилата не е допустимо, като се вижда една схема от теореми на логиката, които не са изводими без него. Интересен, но труден е въпросът, който подлежи на по-нататъшни изследвания, дали има и други теореми от този вид. Най-трудното в тази глава твърдение е Лема 3.3 от 3.5, която се използва за доказване на допустимостта на едно от правилата в случая за свързани EDC-решетки. Отбелязвам го специално, понеже виждам, че конструкцията от тази лема има редица други приложения, които вероятно ще бъдат обект на допълнителни изследвания. По-добре би било Следствие 3.2 да се именува теорема, както е отбелязано в името на 3.6. Четвъртият параграф от тази глава е много интересен – отнася се за логиката на ЕС-алгебрите, за която се доказва, че е разрешима. За съжаление към този параграф са ми и най-много негативните бележки. Причината за неуредиците според мен се крие в дефиницията на ЕС-алгебра – те се дефинират в подходяща сигнатура – с тернарен, унарен и бинарен предикати, като последните два се дефинират с първия; по-добре би било явно дефиниращите условия да се вземат като аксиоми. По тази причина в параграф 4 контактът се взема като езиково съкращение, за което в доказателството на твърдение 4.2, се дава дефиниция, за щастие това не води до неблагоприятия резултат. Не така стоят нещата с предиката за вътрешна свързаност. В доказателството на твърдение 4 структурата B_2 трябва да се дефинира като подструктура на B относно алгебричната част и тернарния предикат, а вътрешната свързаност в B_2 да се дефинира (това се отнася и за контакта, но поради характера на дефиницията му това няма значение). Така за елементите на B_1 в B_2 да се доказва подходящо свойство на вътрешната свързаност. Формално погледнато, доказателството не е вярно, но е лесно поправимо. Тук и оценката за броя на елементите на B_1 и B_2 не е вярна. Пак в този параграф, формално твърдение 4.1 е вярно, но е очевидно, че правилото дава теоремата $c^0(0)$ и схемата $p=q \rightarrow (c^0(p) \leftrightarrow c^0(q))$, много трудният въпрос тук е дали правилото дава други теореми и дали изобщо би могло да се замени с аксиомни схеми.

Резултатите от изследванията, представени в първата глава на дисертацията, са публикувани в една журнална статия, в съавторство с научния ѝ ръководител, проф. Димитър Вакарелов, който е представил декларация за авторството: първата част е с резултати на Татяна Иванова, а втората част съдържа съвместни резултати. Статията е публикувана в списанието с импакт фактор Journal of Mathematics and Artificial Intelligence. Една част от тях е докладвана на Advances in Modal Logic (AiML) преди около месец и публикувана в брошурата с кратки научни съобщения на конференцията. Резултатите от втора глава са докладвани и публикувани в трудовете на 10th Panhellenic Logic Symposium, 2015. Резултатите от трета глава след привеждане в подходящ вид, за което Татяна Иванова трябва сериозно да поработи, са публикувани в реномирано списание.

Резултати от дисертацията (1-ва и 2-ра глави) са докладвани на 2 международни конференции, 10th PLS 2015 и AiML 2016 – най-реномираната конференция по модална логика; на Пролетната научна сесия на ФМИ през 2015 год. и на семинара на катедрата по математическа логика и приложенията ѝ.

Авторефератът и авторската справка, макар и прекалено икономични на неформални обяснения, правилно отразяват научните приноси от изследванията на Татяна Иванова, изложени в представената дисертация.

Избраният стил на изложение не е особено добър – само в първа и донякъде във втора глава – е положена грижа за читателя да му бъдат представени в неформален вид свързаните резултати на други автори и съдържателно представяне на идеите на следващото. Доказателствата като цяло са напълно подробни и са коректни с изключение на критичните бележки към доказателството на твърдение 4.2 от трета глава. Смятам, че не си струва да изреждам дълъг списък от

правописни грешки от най-разнообразно естество, обикновено свързани с употребата на английски език.

Имайки предвид казаното, намирам, че представената дисертация наред с високите си научни качества по недвусмислен начин показва богатия арсенал от овладяни техники и похвати и способност за задълбочени научни изследвания на Татяна Иванова. Намирам, че всички изисквания на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ, правилниците за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности на СУ „Св. Климент Охридски“ и на ФМИ към обсъжданата дисертация и автора ѝ са изпълнени, поради което **убедено предлагам на Татяна Маринова Иванова да бъде присъдена образователната и научна степен „доктор“ в професионално направление 4.5 Математика, научна специалност „Математическа логика“, за дисертационния труд „Logics for relational geometric structures: distributive mereotopology, extended contact algebras and related quantifier-free logics“.**

2 септември 2016 г.
София

Подпис:

(проф. д-р Тинко Тинчев)