

СТАНОВИЩЕ

от проф. д-р Величка Милушева,
Институт по математика и информатика при БАН
относно
дисертационен труд на
Марина Павлова Чомакова
на тема

„Геометрия на паракватернионно контактни многообразия”
за придобиване на образователна и научна степен „доктор“
в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика,
професионално направление 4.5. Математика,
докторска програма „Геометрия“

Член съм на научното жури по защита на този дисертационен труд съгласно Заповед № РД 38-281 / 09.06.2025 г. на Ректора на СУ „Св. Климент Охридски”. Становището е изготвено според изискванията на Закона за развитието на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за неговото прилагане и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в СУ „Св. Климент Охридски”. От представените от дисертанта Марина Чомакова изискуеми документи и трудове се уверих, че кандидатът удовлетворява минималните национални изисквания за придобиване на образователна и научна степен „доктор“ в професионално направление 4.5. Математика съгласно Правилника за прилагане на закона за развитието на академичния състав в Република България.

1. Обща характеристика на дисертационния труд

Представеният дисертационен труд е на английски език и съдържа **122** страници, като се състои от въведение, три глави, заключение и библиография от **32** литературни източника. Изследванията са насочени към актуални проблеми в съвременната диференциална геометрия, свързани със субримановата геометрия на паракватернионно контактни многообразия, която се явява обобщение на контактната и кватернионната геометрия. Изследванията имат връзка с различни области на математиката, включително конформна геометрия, интегрируеми системи и математическа физика. По същество дисертационният труд има теоретичен характер и отговаря на общоприетите изискванията за дисертация, с която може да се присъди образователната и научна степен „доктор“. Библиографията показва, че Марина Чомакова има добри познания в областта, в която работи.

2. Данни и лични впечатления за кандидата

Съгласно представената автобиография, Марина Чомакова е получила бакалавърска степен по специалност „Приложна математика“ през 2015 г. и магистърска степен по специалност „Алгебра, геометрия и топология“ през 2017 г. във Факултета по математика и информатика (ФМИ) на СУ „Св. Климент Охридски“. В периода 2018 – 2024 година е била докторант (първоначално редовен, а след това задочен) по докторска програма „Геометрия“ към ФМИ на СУ с научни ръководители акад. Стефан Иванов и доц. Симеон Замковой. От 2022 г. като втори научен ръководител е определен проф. Иван Минчев (на мястото на доц. Замковой).

От януари 2018 г. Марина Чомакова е асистент във ФМИ на СУ „Св. Климент Охридски“ към катедра „Геометрия“, където води семинарни упражнения по Аналитична геометрия, Диференциална геометрия, ЛААГ (за специалност „Химия“). Участвала е в един научно-изследователски проект, финансиран от ФНИ, в един проект, финансиран от Европейската комисия по плана за възстановяване и устойчивост, и в три вътрешни проекта на СУ „Св. Климент Охридски“.

Познавам кандидата Марина Чомакова от 2016 г., когато по време на магистратурата си беше стажант в Института по математика и информатика при БАН по проект „Студентски практики“ на МОН. Тя показваше сериозни познания в областта на диференциалната геометрия. Имам много добри лични впечатления от нея като изключително задълбочен изследовател.

3. Съдържателен анализ на научните и научноприложните постижения на кандидата, съдържащи се в представения дисертационен труд и публикациите към него, включени по процедурата

Дисертационният труд е посветен на геометрията на паракватернионно контактните (пкк) многообразия - многообразия с размерност $(4n + 3)$, снабдени с 3-контактни структури, които са свързани с алгебрата на паракватернионите pQ , известни още като сплит кватерниони, кватерниони от втори род или комплексни продуктни структури.

Дисертацията е структурирана в три глави с множество параграфи и подпараграфи. В първа глава е направено въведение в тематиката като е дадена мотивация за разглежданите проблеми и са дефинирани основните понятия. Основната цел на първа глава е да се дефинира канонична свързаност върху всяко паракватернионно контактено многообразие с размерност поне единадесет. Важен резултат е Теорема 2.1, в която е построена т. нар. *канонична паракватернионна контактна свързаност (канонична пкк свързаност)*. Като базов пример на пкк многообразие е дадена паракватернионната група на Хайзенберг $G(pH)$, а като друг пример са разгледани пара-3-Сасакиевите многообразия. В Теорема 7.1. е описана

структурата на пкк-Айнщайновите многообразия. За пкк многообразие с размерност по-голяма или равна на единадесет и с ненулева пкк-скаларна кривина е доказано, че условието за пкк-Айнщайновост е еквивалентно на условието многообразието да е локално пкк-хомотетично на пара-3-Сасакиево многообразие.

Целта на втора глава е да се намери тензорна инварианта върху допирателното пространство, характеризираща локално пкк структурите, които са паракватернионно контактно конформно еквивалентни на плоска пкк структура. Доказано е, че всяко плоско пкк многообразие е локално еквивалентно на паракватернионната група на Хайзенберг. За всяко пкк многообразие е дефинирано тензорно поле, наречено *паракватернионно контактна конформна кривина*, която играе аналогична роля в пкк геометрията, както конформният тензор на Вайл в Римановата геометрия. Показано е, че пкк конформната кривина е инвариантна при пкк конформни трансформации. Основен резултат е Теорема 10.1, която гласи, че пкк конформната кривина се анулира тъждествено тогава и само тогава, когато пкк многообразието е пкк конформно еквивалентно на паракватернионната група на Хайзенберг $G(pH)$.

Трета глава е посветена на изучаване на специални разслоения над пкк многообразия, наречени съответно туисторни и рефлукторни пространства. Туисторното пространство Z и рефлукторното пространство R на пкк многообразие се дефинират като подразслоения на каноничното векторно разслоение. Слойт на Z е дифеоморфен на двукомпонентния хиперболоид $x^2+y^2+z^2 = -1$ в тримерното пространство, докато слойт на R е дифеоморфен на еднокомпонентния хиперболоид $x^2+y^2+z^2 = 1$. Доказано е, че съществува естествена интегрируема CR структура върху туисторното пространство и естествена интегрируема пара-CR структура върху рефлукторното пространство.

Представените в този дисертационен труд методи и резултати представляват оригинален принос в науката и показват, че кандидатът притежава задълбочени знания в областта, в която работи. Дисертацията дава задълбочен поглед върху геометрията на пкк многообразията и предлага насоки за бъдещи изследвания, свързани с допълнителни приложения на пкк структури в диференциалната геометрия, математическата физика и други сродни области.

4. Аprobация на резултатите

Резултатите, представени в дисертацията, са включени в три статии, които към момента са излезли в списания с висок импакт-фактор, от които 2 са в категория Q1 и 1 в категория Q2 (съгласно JCR на Web of Science):

- Ivanov, S., Tchomakova M. & Zamkovoy, S., *Geometry of paraquaternionic contact structures*, Differential Geometry and its Applications, Volume 100, September 2025, 102274, <https://doi.org/10.1016/j.difgeo.2025.102274>, preprint at: arXiv:2404.16713.

- Ivanov, S., Tchomakova M. & Zamkovoy, S., *Conformal paraquaternionic contact curvature and the local flatness theorem*, Rev. Real Acad. Cienc. Exactas Fis. Nat. Ser. A-Mat. 119, 24 (2025). <https://doi.org/10.1007/s13398-024-01688-8>, preprint at: arXiv:2404.16703.
- Ivanov, S., Minchev, I. & Tchomakova, M. *Twistor and Reflector spaces for paraquaternionic contact manifolds*, Mathematics 2024, 12(21), 3355; <https://doi.org/10.3390/math12213355>.

И трите статии са в съавторство с научни ръководители. Приемам за равностойно участието на кандидата в споменатите статии.

В представената от кандидата справка за изпълнението на минималните национални изисквания по чл. 26 от ЗРАСРБ за професионално направление 4.5. Математика е включена една статия с импакт-фактор, а именно:

- Ivanov, S., Minchev, I. & Tchomakova, M. *Twistor and Reflector spaces for paraquaternionic contact manifolds*, Mathematics 2024, 12(21), 3355; <https://doi.org/10.3390/math12213355>.

Няма предоставена информация за цитирания на споменатите по-горе статии.

От представените документи и декларации ясно се вижда, че:

а) научните трудове отговарят на минималните национални изисквания (по чл. 26, ал. 2 и 3 на ЗРАСРБ) и съответно на допълнителните изисквания на СУ „Св. Климент Охридски“ за придобиване на образователна и научна степен „доктор“ в научната област и професионално направление на процедурата;

б) представените от кандидата резултати в дисертационния труд и научни трудове към него не повтарят такива от предишни процедури за придобиване на научно звание и академична длъжност;

в) няма доказано по законоустановения ред плагиатство в представения дисертационен труд и научните трудове по тази процедура.

5. Качества на автореферата

Авторефератът съдържа 41 страници и подробно представя актуалността и мотивировката за работа по избраната тематика, както и съдържанието на дисертацията по глави. Написан е изчерпателно и отразява коректно резултатите и съдържанието на дисертационния труд като очертава ясно оригиналните научни приноси в него.

6. Критични бележки и препоръки

Нямам критични бележки към научното творчество на кандидата и към документацията по конкурса. Представените от кандидата документи, справки и декларации са изготвени прецизно.

Като препоръка бих отбелязала, че би било добре Марина Чомакова да участва по-активно и да представя резултатите си на повече международни научни форуми в областта на диференциалната геометрия.

7. Заключение

Прегледът на представения дисертационен труд, автореферата и свързаните с него научни трудове и документи показват, че Марина Чомакова е утвърден специалист по диференциална геометрия със съществен личен принос по темата на дисертационния труд.

Направеният по-горе анализ показва, че предложеният дисертационен труд и научните публикации към него, както и качеството и оригиналността на представените в тях резултати и постижения, отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в СУ „Св. Климент Охридски“ за придобиване от кандидата на образователната и научна степен „доктор“ в професионално направление 4.5. Математика. В частност, кандидатът удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените по конкурса научни трудове.

Всичко гореизложено ми дава основание да дам категорично **положителна оценка** на дисертационния труд **„Геометрия на паракватернионно контактни многообразия“** и убедено да препоръчам на Научното жури да присъди на **Марина Павлова Чомакова** образователната и научна степен „доктор“ в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, докторска програма „Геометрия“.

09.09.2025 г.

Изготвил становището:

/проф. д-р В. Милушева/