

РЕЦЕНЗИЯ

на дисертация за придобиване на образователната и
научна степен “Доктор”

в професионално направление 4.5 Математика,
докторска програма "Изследване на операциите"

Автор: Маргарита Николаева Николова

Рецензент: проф. дн Надежда Рибарска

8 октомври 2023г.

Пиша тази реценция в качеството ми на член на научното жури, съгласно Заповед № РД-38-383/12.07.2023 г. на Ректора на Софийския университет. Представеният дисертационен труд на тема “Локални свойства на динамични системи” (Local properties of dynamical systems) е с обем от 60 страници и е написан на английски език. Състои от увод, четири глави, заключение и библиография, включваща 38 заглавия. Представен е автореферат на български език и автореферат на английски език (първият в обем от 39 страници, а вторият от 37 страници), както и всички други изискуеми по процедурата документи (включително доклад от системата за антиплагиатство). Приемам за рецензиране всички предоставени материали.

Маргарита Николаева Николова е родена на 15 ноември 1990 година. Завършва Националната природо-математическа гимназия “Академик Любомир Чакалов” през 2009г. и веднага започва обучението си във Факултета по математика и информатика на Софийския университет “Св. Климент Охридски”, специалност приложна математика. Дипломира се като бакалавър по приложна математика през юли 2013г. Прави магистратура в магистърска програма “Оптимизация” и я завършва отлично през 2018 г. с дипломна работа под ръководството на проф. дмн Михаил Кръстанов. От юли 2019г. Маргарита Николова е редовен докторант в докторска програма “Изследване на операциите” на ФМИ, СУ с научен ръководител проф. дмн Михаил Кръстанов. От есента на 2022г. е назначена като първо ниво изследовател във ФМИ, СУ. Много години е водила упражнения по Диференциално и интегрално смятане – 1, Диференциално и интегрално смятане – 2, Математически анализ, Увод в статистиката, Случайни процеси.

Познавам Маргарита Николова от 2010г., когато тя беше второкурсничка и се яви при мен на задължителния изпит по Математически анализ. Представи се блестящо (в един изключително силен курс) и още тогава ми направи впечатление както математическото ѝ мислене, така и фактът, че

е невероятно тиха и скромна. След това е взела отлично всички изборни курсове, които съм водила. Поне от десет години е мой асистент по Математически анализ, после и по други дисциплини, които вода. Като преподавател Маргарита е изключително отговорна и подредена (и лични наблюдения, и отзиви от студенти). Постепенно започнах да ѝ имам пълно доверие за цялостното провеждане на обучението – включително прецизното оценяване както на задачи, така и на теоретични въпроси. С удоволствие се вслушвам в нейното мнение по всякакви въпроси от интерес за общността. Смятам, че Маргарита Николова е изграден колега като преподавател и като член на академичната общност. Представеният дисертационен труд ме убеждава и в качествата ѝ като учен.

Дисертацията е посветена на задачата за локална управляемост на нелинейна система за малко време в точка. Следва се геометричен подход, предложен и развит от Bianchini, Hermann, Hermes, Hirshorn, Krener, Kunita, Lobry, Stefani, Sussmann и др. Тук е мястото да се отбележи, че научният ръководител на дисертантката е световно признат специалист в тази област и един от учените, развиващи съответната теория. Основната идея на геометричния подход е, че локалните свойства на достижимото множество на една аналитична управляема система се определят от свойствата на алгебрата на Ли, породена от векторните полета, определени от управляемата система, които са пресметнати в началната точка. Не е известно необходимо и достатъчно условие за локална управляемост за малко време в термините на свойствата на тази алгебра, освен в някои частни случаи. В дисертационния труд са получени две нови достатъчни условия и едно необходимо условие в тези термини, които излизат извън рамките на известната теория и които съдържат нови идеи с потенциал за по-нататъшно развитие.

Първа глава от дисертацията представлява въведение, а във втора глава са събрани някои необходими предварителни сведения – дефиниции, формулата на Campbell-Baker-Hausdorff, основни твърдения за допирателни вектори към достижимото множество. Искам да отбележа, че използваната техника е изключително тежка и е усвоена прекрасно от докторантката.

В пета глава от дисертацията е формулирано и доказано следното необходимо условие за управляемост в диференциално-геометрични термини, естествени за задачата: Дадена е нелинейна управляема система Σ в \mathbb{R}^n , като дясната част е непрекъсната по фазовата променлива и управлението и липшицова по пространствената променлива в околност на нулата равномерно по управлението. Управлението приема стойности в компактно подмножество U на \mathbb{R}^m . Основното предположение е, че съществува собствено подпространство L на \mathbb{R}^n такова, че най-голямото линейно пространство, съдържащо изпъкналият затворен конус, породен от L и възможните стойности на дясната страна, когато пространствената

променлива се мени в околност на нулата, а управлението в U , се съдържа в L . Твърди се, че тогава системата Σ не е локално управляема в нулата за малко време. В тази глава е представен и пример на управляема система, зависеща от параметри, за която е получена характеристика на свойството локална управляемост за малко време в зависимост от стойностите на параметрите. Там се дава и мотивация на формулираното по-горе основно предположение. Въпросът ми към докторантката е как се проверява това предположение в общия случай. Формулирани са следствия от получения основен резултат в тази глава. Показано е, че за разглеждания клас от управляеми системи тези следствия влекат необходимото условие на Sussman от 1978 година, необходимото условие на Stefani от 1986 година и необходимото на условие на Кръстанов и Вельов от 2005 година за системи с превключване. Хронологически това е първият резултат, получен от докторантката.

В трета и четвърта глава на дисертационния труд са представени две достатъчни условия за локална управляемост за малко време за един клас от полиномиални управляеми системи с дясна страна, която е сума от постоянни векторни полета и полиномиално векторно поле, което е хомогенно от втора степен. И в двата резултата се появяват нови идеи, излизащи от установената парадигма.

Достатъчното условие за локална управляемост в нулата за малко време, разгледано в трета глава, е обобщение на скорошен резултат на Aguilar в смисъл, че разглежданият от докторантката клас управляеми системи е съществено по-общ и са наложени ограничения върху стойностите на допустимите управления. Доказателството се опира на формулата на Campbell-Baker-Hausdorff. Трябва да се отбележи, че това условие за управляемост излиза от рамките на класическия резултат на Sussmann. При Sussmann, за да имаме локална управляемост за малко време, е необходимо „лошите скобки на Ли“ да се неутрализират от подходящи „добри скобки“. При разглежданото достатъчно условие се допуска част „лошите скобки на Ли“ да се неутрализират помежду си по подходящ начин.

В четвърта глава се изследва управляема система от същия клас, който е дефиниран в глава 3. Дефинира се определена структура от конуси и линейни пространства, съдържащи се едно в друго, и се доказва, че елементите на тези конуси и подпространства са допирателни към достижимото множество. Така дефинираната структура усложнява и обобщава подобни структури, известни за частично линейни системи и за линейни системи с превключвания (разработени от Вельов и Кръстанов). Полученото достатъчно условие нито съдържа, нито се съдържа в достатъчното условие от предишната глава. Разликата е, че тук се идентифицира „по-голямо“ линейно пространство, породено от стойности в нулата на скобки на Ли с дължина 3, докато в трета глава се използват „по-малко“ скобки

на Ли, но с по-голяма дължина. Трябва да отбележа, че Следствие 4.1.2 обединява двете достатъчни условия. В тази глава са включени и два конкретни четиримерни примера на управляеми системи от разглеждания клас, които на пръв поглед си приличат, но имат различни свойства по отношение на локалната управляемост. Важно е да се подчертае, че доказателствата на основните резултати в трета и четвърта глава не само са постижение от техническа гледна точка, но и съдържат идеи, които несъмнено ще бъдат използвани и доразвивани в бъдеще.

Резултатите от дисертационния труд са публикувани в три статии – една в *Automatica*, една в *Systems & Control Letters* и една в Доклади на БАН. Трите статии са съвместни с научния ръководител. И трите списания са с импакт фактор, като *Automatica* е в първия квартал Q1 на *Web of Science* за *Automation & Control Systems*, а *Systems & Control Letters* е в Q2 на *Web of Science* за *Operations research & management science* и в Q1 на *SCOPUS* за областите *Computer Science* и *Control and Systems Engineering*. Искам да подчертая, че вече са забелязани две цитирания на публикациите на Маргарита Николова – едно в препринт от *arXiv* и едно в докторска дисертация, защитена във френски университет.

Част от резултатите от дисертацията са докладвани от дисертантката на престижни научни форуми: *Large-Scale Scientific Computations*, Созопол, 7 - 11 юни 2021г., *Large-Scale Scientific Computations*, Созопол, 5 - 9 юни 2023, и *16-th International Workshop on Well-Posedness of Optimization Problems and Related Topics*, Боровец, 2 - 7 юли 2023. Маргарита Николова е взела участие в школата *Spring School on Variational Analysis 2015*, Paseky (Чехия), както и в конференциите *15-th International Workshop on Well-Posedness of Optimization Problems and Related Topics*, 28 юни - 6 юли 2023, Боровец, България, *15th Viennese Conference on Optimal Control and Dynamic Games*, 12 - 15 юли 2022, Виена, Австрия и в *International Conference "Mathematics Days in Sofia"*, 7 - 10 юли 2014, София, България.

Получените резултати в дисертационния труд на Маргарита Николова и публикациите, основани на тези резултати, многократно надхвърлят минималните национални изисквания (по чл. 26, ал. 2 и 3 на ЗРАСРБ) и съответно на допълнителните изисквания на СУ "Св. Климент Охридски" за придобиване на образователна и научна степен "доктор" в професионално направление 4.5 Математика (Изследване на операциите).

Авторефератите (на български и на английски език) отразяват прецизно и изчерпателно резултатите, описани в дисертацията. Като забележка бих могла да кажа, че са твърде обемни.

Някои забележки. Въведението на дисертацията е недостатъчно внимателно написано. Забелязват се доста грешки в езика. Има моменти,

в които читателят, който не е специалист в областта, може лесно да се загуби заради някои неточности. Например в края на параграф 2.2 дефиницията на $Exp(S)_N$ не е съвсем коректна, а в оценката след това t участва само в дясната страна на неравенството.

Дисертацията съдържа оригинални резултати. Позоваването на чужди резултати е изчерпателно и коректно. Изложението е достъпно. Дисертационният труд съдържа научни резултати, които са оригинален принос към научната област и които могат да бъдат продължени в бъдещи изследвания.

В заключение, дисертационният труд на Маргарита Николаева Николова представлява оригинално изследване в областта на локалната управляемост на динамични системи. Получените резултати съдържат съществени приноси и са публикувани в престижни списания. Потвърждавам, че представеният дисертационен труд и научните публикации към него отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за приложението му и съответния Правилник на СУ "Св. Климент Охридски" за придобиване от кандидата на образователната и научна степен "доктор" в професионално направление 4.5 Математика. В частност, кандидатката удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените по процедурата научни трудове.

Въз основа на гореизложеното убедено препоръчвам на научното жури да присъди на Маргарита Николаева Николова образователната и научна степен "доктор" в област 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика, докторска програма "Изследване на операциите".

08.10.2023

(проф. дн Н.Рибарска)