

---

Софийски Университет "Св. Климент Охридски"

Физически Факултет  
Катедра Атомна Физика

---

Момчил Николаев Найденов

**Изучаване на свойствата на  
силно-взаимодействащи частици в модела Намбу  
и Йона-Лазинио**

Професионално направление 4.1 Физически Науки  
(Физика на елементарните частици и високите енергии)

**АВТОРЕФЕРАТ**

на

**ДИСЕРТАЦИЯ**

за получаване на образователната и научна степен  
"ДОКТОР"

Научен ръководител: доц. Михаил Чижов



София, 2020 г.



---

Софийски Университет "Св. Климент Охридски"

Физически Факултет  
Катедра Атомна Физика

---

Момчил Николаев Найденов

**Изучаване на свойствата на  
силно-взаимодействащи частици в модела Намбу  
и Йона-Лазинио**

Професионално направление 4.1 Физически Науки  
(Физика на елементарните частици и високите енергии)

**АВТОРЕФЕРАТ**

на

**ДИСЕРТАЦИЯ**

за получаване на образователната и научна степен  
"ДОКТОР"

Научен ръководител: доц. Михаил Чижов



София, 2020 г.

## Съдържание

1	Увод	1
2	Пример от теоретичния минимум	4
3	$SU(2)$ NJL модел с безмасов кварк	9
4	$U(1)$ NJL модел с масивен кварк	14
5	Скаларни модели и изотопическа симетрия	16
6	Заклучение и благодарности	19
	Литература	20

## 1 Увод

Стандартният модел (СМ) е най-успешно развитият модел за описанието на фундаменталните частици и техните взаимодействия [1]. Той е неабелева калибровачна теория с група на симетрията  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ . Силното взаимодействие, обясняващо свързването между кварките в мезоните и барионите, както и връзката между протона и неутрона в атомното ядро, е математически описано от калибровъчната група  $SU(3)_C$ . От броя на генераторите виждаме, че съществуват 8 калибровъчни бозона, глюоните, които пренасят силното взаимодействие между частиците, носещи цветен заряд. Един от нерешените проблеми в съвременната физика е защо не можем да наблюдаваме глюон или кварк в свободно състояние, т.е. съществува кълъфайнмънт между всички частици с цветен заряд [2].

Електромагнитното взаимодействие между електрически заредените частици е обединено със слабото взаимодействие, описващо ядрените разпади, в една обобщена теория с група на симетрията  $SU(2)_I \times U(1)_Y$ , наречена модел на Glashow–Weinberg–Salam. Слабото взаимодействие се пренася от  $W^\pm$  и  $Z^0$  бозони и електромагнитното взаимодействие - от фотона. За техните работи [3, 4, 5] върху обединената теория на електрослабото взаимодействие те получават Нобеловата награда за физика през 1979.

Лагранжианите на калибровъчните теории запазват калибровъчни (локални) симетрии, но най-ниско енергитичното състояние може да претърпи спонтанно нарушение на симетрията. Това е фундаментален ефект, съществуващ във всички физически теории, благодарение на който ние можем да опишем масите на различните вакуумни състояния. В теорията на електрослабите взаимодействия спонтанното нарушение на групата  $SU(3) \times SU(2)$  води до генерирането на маси на  $W^\pm$  и  $Z^0$  бозони, фермионите и най-важно – съществуването на Хигс бозона е предсказано. Полето на Хигс се разпространява в пространството и нарушава определени симетрии и взаимодействието между частици и полето Хигс поражда маси на тези частици чрез механизма на Хигс. Вакуумните възбуждения на полето на Хигс е именно Хигс бозонът. Теорията зад този механизъм е развита основно от R. Brout и F. Englert [6], P. Higgs [7] и G. Guralnik, C. Hagen и T. Kibble [8]. Откриването на Хигс бозона на ЛНС на 4 юли 2012 доведе до това Нобеловата награда за физика за 2013 да бъде дадена на Peter Higgs и Francois Englert.

Другата съставка на СМ е квантовата хромодинамика (QCD). Това е кирална теория и нарушаването на тази симетрия води до правилното описание на бари-

они и мезони. В случай на QCD теория с три безмасови кварка имаме модел с глобална  $SU(3) \times SU(3)$  кирална симетрия. Нарушаването на тази симетрия води до появата на на Голдстонови бозони. Експлицитното въвеждане на кваркови маси непосредствено води до нарушаването на киралната симетрия. По-тежките кварки (c, b, t) не могат да бъдат тривиално описани от киралната теория, тъй като техните маси са много по-тежки от масите на u, d и s кварките, и следователно тяхното въвеждане като малка пертурбация е невъзможно. Пълното описание на нарушаването на киралната симетрия е за пръв път направено от Yoichiro Nambu и Giovanni Jona-Lasinio през 1961 [9, 10], за което Намбу получава половината от Нобеловата награда за физика през 2008. Определянето на ниско енергитичната структура на функцията на Грийн за QCD е направено в [11]. Работите на D. Gross, F. Wilczek и H. Politzer [12, 13] предсказват едно фундаментално свойство на QCD - асимптотическата свобода, за която те поделят Нобеловата награда за физика през 2004. Следствие на този резултат е, че QCD е пренормируема теория при високи енергии, а за ниски енергии трябва да използваме ефективен модел. Такава ефективна теория е киралната теория на пертурбациите, която ни позволява да изследваме поведението на силно-взаимодействащи частици при ниски енергии. Тя трябва да съдържа всички симетрии, налични в QCD и да има стабилна връзка с тях, както Weinberg отбелязва [14]. Ако приемем, че резултатите от QCD трябва да се припокриват с резултатите от ниско енергитична теория, тогава критерий за приложимост на ефективна теория е ниско енергитичните степени на свобода и симетрии трябва да са същите както в модел за високи енергии [15].

В дисертационния труд ние разглеждаме следствията от един тип кирална теория - моделът на Намбу и Йона-Лазинио (NJL). В него ниско енергитичното силно взаимодействие е моделирано по аналогия с модела за свръхпроводимост на Bardeen, Cooper и Schrieffer [16], където съществува взаимодействие между електрони и фонони (бозони). В случая на квантово полева теория имаме ефективно юкавско взаимодействие между фермиони и мезони. За да изведем динамиката на частиците, ние изчисляваме всички Файнманови диаграми до еднопримково ниво. Съществуващ проблем на NJL модела е, че той не предсказва, нито въвежда кънфайнмънт между кварки и глюони. Въпреки това, този модел успешно бива прилаган за изчисляването на масовите спектри на ниско-лежащите мезони. Също така е доказано [17], че моделът е пренормируем и в нелинейна теория с фермиони, скалари, псевдоскалари, вектори и псевдовектори, скаларните/псевдоскаларните части взаимодействат с векторните/псевдовекторните както комплексно Хигс поле с калибровъчни полета. Следователно динамичното нарушение на киралната симетрия води до появата на

масивни мезонни състояния. Спонтанното нарушение на киралната симетрия в силното взаимодействие води до подобни резултати, както механизъмът на Хигс, така че кварките, мезоните и барионите придобиват маса [18, 19, 20].

Възможно разширяване на векторния сектор в NJL е добавянето на тензорни токове. До момента съществуват дискусии по тази тема, Т. Eguchi споменава за тази възможност, но я намира безинтересна. Други статии [21, 22] разглеждат възможността за въвеждането на тензорни полета и получават уравнение за масите на  $\rho, \pi, b_1$  и  $\sigma$  мезони. Основно по исторически причини тензорните взаимодействия не са били сериозно разглеждани.

Тук извеждаме причината за това защо въвеждането на тензорни токове е нетривиална задача. Съществува проблем да въведем тензорни кирални взаимодействия в  $U(1)$ . При кирални трансформации имаме

$$\psi \rightarrow \exp[i\alpha\gamma^5]\psi \text{ и } \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} \exp[i\alpha\gamma^5] \quad (1)$$

Тогава тензорните токове се преобразуват по следния начин

$$\begin{aligned} \bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi &\rightarrow \cos(2\alpha)\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi + \sin(2\alpha)\bar{\psi}i\gamma^5\sigma_{\mu\nu}\psi \\ \bar{\psi}i\sigma_{\mu\nu}\gamma^5\psi &\rightarrow \cos(2\alpha)\bar{\psi}i\sigma_{\mu\nu}\gamma^5\psi - \sin(2\alpha)\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi \end{aligned} \quad (2)$$

Следователно, кирално-инвариантната комбинация е

$$(\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi)^2 - (\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\gamma^5\psi)^2 = \bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}(1 + \gamma^5)\psi\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}(1 - \gamma^5)\psi \equiv 0 \quad (3)$$

В дисертацията е показано как бихме могли да въведем тензорни полета в  $U(1)$  и в  $SU(2)$ , дефинирайки ги чрез използването на производни.

Една от основните идеи, която е разгледана в детайли в дисертацията е въвеждането на тензорни токове в NJL, с начални симетрии на лагранжиана  $U(1)$  и  $SU(2)$ . Стартирайки от юкавско взаимодействие между бозони и кварки развиваме пълно динамично описание на всички възможни мезонни полета, което води до ново масово съотношение между частиците [23]. Показано е, че това съотношение има добро потвърждение от експеримент за случай на масивен и безмасов кварк. Освен това, ние показваме, че  $U(2)$  и  $U(3)$  NJL запазва изотопическата симетрия. Моделът, върху който се основава работата в дисертацията основно стъпва на публикациите на М. Чижов [24], А. Осипов [25] и У. Майснер [26].

Дисертацията се състои от 98 страници, 6 глави, от които една уводна и една

заклучителна, една глава, посветена на материала, изучен като част от теоретичния минимум и се използва в три глави, посветени на изследвания проблем; библиографията съдържа 47 заглавия.

## 2 Пример от теоретичния минимум

Теоретичният минимум, който трябваше да бъде изучен се състоеше от квантова теория на полето и теория на елементарните частици. Разпадът на неутрален пион на два фотона, който ще бъде описан, включва основото, на което се наблюдаваше в двата курса, а именно дефиниция на действие, матрица на разсейване, теорема на Вик, ефективен лагранжиан, диаграми на Файнман. Също така е пример за изчисление на Файнманова диаграма, която се появява многократно в работата върху модела NJL.

Лагранжианът, с който започваме, включващ електромагнитно и силно взаимодействие е

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{strong}} + \mathcal{L}_{\text{EM}} = ig\bar{\Psi}\gamma^5\vec{\tau}\Psi\vec{\pi} - e\left(\frac{2}{3}\bar{u}\gamma_\mu u - \frac{1}{3}\bar{d}\gamma_\mu d\right)A^\mu, \quad (4)$$

$$\Psi = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \vec{\pi} = \begin{pmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \end{pmatrix} \quad (5)$$

където  $\tau^i$  са матрици на Паули и  $\pi^3 = \pi^0$ . Въвеждайки  $\Gamma^5 = \gamma^5\tau^3$ ,  $C = \frac{1}{6}\tau^0 + \frac{1}{2}\tau^3$ , определяме  $\hat{A} = \gamma_\mu A^\mu$  и за лагранжианът на взаимодействие на неутралния пион получаваме

$$\mathcal{L} = ig\bar{\Psi}(x)\Gamma^5\Psi(x)\pi^0(x) - e\bar{\Psi}(x)C\hat{A}(x)\Psi(x) \quad (6)$$

Тъй като се интересуваме от процес, който включва диаграми с две външни фотонни линии и един пион, ние взимаме матрицата на разсейване, дефинирана по следния начин

$$S = \frac{i^3}{3!} \int dx dy dz S_3(x, y, z), \quad (7)$$

където



$$\begin{aligned}
S_3(x, y, z) = T \left[ \mathcal{L}(x) \mathcal{L}(y) \mathcal{L}(z) \right] = T \left[ \left( : ig \bar{\Psi}(x) \Gamma^5 \Psi(x) \pi^0(x) : -e : \bar{\Psi}(x) C \hat{A}(x) \Psi(x) : \right) \right. \\
\left. \left( : ig \bar{\Psi}(y) \Gamma^5 \Psi(y) \pi^0(y) : -e : \bar{\Psi}(y) C \hat{A}(y) \Psi(y) : \right) \right. \\
\left. \left( : ig \bar{\Psi}(z) \Gamma^5 \Psi(z) \pi^0(z) : -e : \bar{\Psi}(z) C \hat{A}(z) \Psi(z) : \right) \right]
\end{aligned} \tag{8}$$

Ние се интересуваме единствено от диаграмите, включващи неутрален пион и два фотона. Следователно, приносът в разпада на пиона се дава от следните членове

$$\begin{aligned}
S_{31}(x, y, z) = ig e^2 T \left[ : \overbrace{\bar{\Psi}(x) \Gamma^5 \Psi(x) \pi^0(x)} : : \overbrace{\bar{\Psi}(y) C \hat{A}(y) \Psi(y)} : : \overbrace{\bar{\Psi}(z) C \hat{A}(z) \Psi(z)} : : + \right. \\
+ : \overbrace{\bar{\Psi}(x) \Gamma^5 \Psi(x) \pi^0(x)} : : \overbrace{\bar{\Psi}(y) C \hat{A}(y) \Psi(y)} : : \overbrace{\bar{\Psi}(z) C \hat{A}(z) \Psi(z)} : : + \\
\left. + (x \leftrightarrow y) + (x \rightarrow z \ y \rightarrow x \ z \rightarrow y) \right]
\end{aligned} \tag{9}$$

Приемайки ненарушена изотопическа симетрия ние имаме  $m_u \approx m_d \approx \frac{1}{3} m_p \equiv m$ . Също така по дефиниция имаме

$$\overline{\Psi_\alpha(x) \Psi(y)_\beta} = -i S_{\alpha\beta}^c(x-y) = -\frac{i}{(2\pi)^4} \int e^{ip(x-y)} \frac{(m - \hat{p})_{\alpha\beta}}{m^2 - p^2 - i\epsilon} dp \tag{10}$$

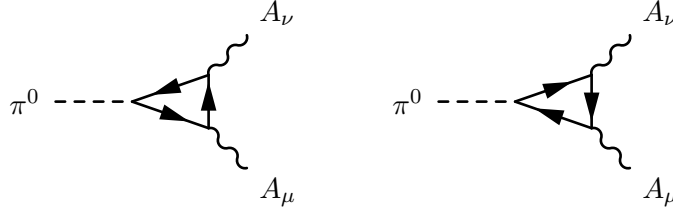
от където следва

$$\begin{aligned}
S_{31}(x, y, z) = ge^2 \text{Tr} \left\{ \Gamma^5 S^c(x-y) C \hat{A}(y) S^c(y-z) C \hat{A}(z) S^c(z-x) \right\} : \pi^0(x) : + \\
+ ge^2 \text{Tr} \left\{ \Gamma^5 S^c(x-z) C \hat{A}(z) S^c(z-y) C \hat{A}(y) S^c(y-x) \right\} : \pi^0(x) : + \\
+ ge^2 \text{Tr} \left\{ \Gamma^5 S^c(y-x) C \hat{A}(x) S^c(x-z) C \hat{A}(z) S^c(z-y) \right\} : \pi^0(y) : + \\
+ ge^2 \text{Tr} \left\{ \Gamma^5 S^c(y-z) C \hat{A}(z) S^c(z-x) C \hat{A}(x) S^c(x-y) \right\} : \pi^0(y) : + \\
+ ge^2 \text{Tr} \left\{ \Gamma^5 S^c(z-x) C \hat{A}(x) S^c(x-y) C \hat{A}(y) S^c(y-z) \right\} : \pi^0(z) : + \\
+ ge^2 \text{Tr} \left\{ \Gamma^5 S^c(z-y) C \hat{A}(y) S^c(y-x) C \hat{A}(x) S^c(x-z) \right\} : \pi^0(z) :
\end{aligned} \tag{11}$$

Матрицата на разсейване се свежда до

$$S'_3 = \frac{ge^2}{2} \int dx dy dz : \pi^0(x) : \left\{ \text{Tr} \left[ \Gamma^5 S^c(x-y) C \hat{A}(y) S^c(y-z) C \hat{A}(z) S^c(z-x) \right] \right. \\ \left. + \text{Tr} \left[ \Gamma^5 S^c(x-z) C \hat{A}(z) S^c(z-y) C \hat{A}(y) S^c(y-x) \right] \right\} \quad (12)$$

Диаграмите на Файнман, които получаваме са



Фигура 1: Диаграмите, отговарящи на уравнение (12)

Матричният елемент се състои от две части  $M = M_1 + M_2$ . Първата част е

$$M_1 = -\frac{ge^2}{(2\pi)^{12}} \int dx dy dz e^{-ipx} e^{-il(x-y)} dl e^{-ip_1(z-x)} dp_1 e^{-ip_2(y-z)} dp_2 e^{ik_1 y} e^{ik_2 z} \epsilon_\mu^{\nu_1}(k_1) \epsilon_\nu^{\nu_2}(k_2) \\ \frac{\text{Tr} \left[ \gamma^5 (\hat{l} + m) \gamma_\mu (\hat{l} + \hat{k}_1 + m) \gamma_\nu (\hat{l} + \hat{p} + m) \right]}{(l^2 - m^2)[(l + k_1)^2 - m^2][(l + p)^2 - m^2]} \quad (13)$$

$$M_2 = -\frac{ge^2}{(2\pi)^{12}} \int dx dy dz e^{-ipx} e^{-il(x-y)} dl e^{-ip_1(z-x)} dp_1 e^{-ip_2(y-z)} dp_2 e^{ik_1 y} e^{ik_2 z} \epsilon_\mu^{\nu_1}(k_1) \epsilon_\nu^{\nu_2}(k_2) \\ \frac{\text{Tr} \left[ \gamma^5 (\hat{l} - \hat{p} + m) \gamma_\nu (\hat{l} - \hat{k}_1 + m) \gamma_\mu (\hat{l} + m) \right]}{(l^2 - m^2)[(l - k_1)^2 - m^2][(l - p)^2 - m^2]} \quad (14)$$

Интегрирането по импулсите води до

$$\int dx \exp[-i(p + l - p_1)x] = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p + l - p_1) \quad (15)$$

$$\int dy \exp[-i(-l + p_2 - k_1)y] = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(-l + p_2 - k_1) \quad (16)$$

$$\int dz \exp[-i(p_1 - p_2 - k_1)z] = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 - p_2 - k_1) \quad (17)$$

Замествайки тези резултати получаваме

$$\int dldp_1 dp_2 \delta^{(4)}(p + l - p_1) \delta^{(4)}(-l + p_2 - k_1) \delta^{(4)}(p_1 - p_2 - k_1) = (2\pi)^4 \int \frac{dl}{(2\pi)^4} \delta^{(4)}(p - k_1 - k_2) \quad (18)$$

Окончателно за матричния елемент получаваме

$$M = -8ge^2 m \epsilon_\mu^{\nu_1}(k_1) \epsilon_\nu^{\nu_2}(k_2) \epsilon^{pk_1\mu\nu} \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \frac{1}{(l^2 - m^2 + i\epsilon)[(l + k_1)^2 - m^2 + i\epsilon][(l + p)^2 - m^2 + i\epsilon]} \quad (19)$$

За да изчислим интеграла, прилагаме методът на Файнманови параметри. Нека

$$I = \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \frac{1}{(l^2 - m^2 + i\epsilon)[(l + k_1)^2 - m^2 + i\epsilon][(l + p)^2 - m^2 + i\epsilon]} \quad (20)$$

Използвайки свойството

$$\prod_{i=1}^n \frac{1}{A_i} = \int_0^1 \prod_{i=1}^n da_i \delta\left(\sum_i a_i - 1\right) \frac{(n-1)!}{(\sum_i a_i A_i)^n} \quad (21)$$

ние получаваме

$$\int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \int_0^1 dadbdc \delta(a + b + c - 1) \frac{2}{D^3}, \quad (22)$$

където  $D = a \cdot l^2 + b(l + k_1)^2 + c(l + p)^2 - m^2 + i\epsilon = l^2 + 2l \cdot (bk_1 + cp) + c \cdot p^2 - m^2 + i\epsilon$ . Въвеждаме  $q = l + b \cdot k_1 + c \cdot p$  и

$$D = q^2 - 2bc(k_1 \cdot p) - c^2 \cdot p^2 + c \cdot p^2 - m^2 + i\epsilon = q^2 - \Delta + i\epsilon \quad (23)$$

където  $\Delta = m_\pi^2(bc + c^2 - c) + m^2$  и  $m_\pi$  са масата на пиона и  $m$  е кварковата маса. Прилагайки запазването на импулса, както и това, че фотоните са безмасови получаваме

$$I = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \int_0^1 dadbdc \frac{2\delta(a + b + c - 1)}{(q^2 - \Delta + i\epsilon)^3} \quad (24)$$

След завъртане на Вик, изчисляваме интеграла вместо в пространство на Минковски - в Евклидово четиримерно пространство. Тогава

$$\int_0^\infty dq_E \frac{q_E^3}{(q_E^2 + \Delta)^3} = \frac{1}{4\Delta} \quad (25)$$

и следователно

$$\begin{aligned} I &= \int dadbdc \frac{-i}{16\pi^2} \frac{\delta(a+b+c-1)}{\Delta} = -\frac{i}{16\pi^2} \int dadbdc \frac{\delta(a+b+c-1)}{m_\pi^2(bc+c^2-c) + m^2} \\ &= -\frac{i}{16\pi^2} \int_{c=0}^1 dc \int_{b=0}^{1-c} db \frac{1}{m_\pi^2(bc+c^2-c) + m^2} = \\ &= -\frac{i}{16\pi^2 m_\pi^2} \left[ \text{PolyLog} \left( 2, \frac{2m_\pi}{m_\pi - \sqrt{m_\pi^2 - 4m^2}} \right) + \text{PolyLog} \left( 2, \frac{2m_\pi}{m_\pi + \sqrt{m_\pi^2 - 4m^2}} \right) \right] \\ &\quad \rightarrow -\frac{i}{32\pi^2 m^2} \text{ for } m_\pi \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (26)$$

Полученият матричен елемент в случай на безмасов пион е

$$M = i \frac{ge^2}{4\pi^2 m} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_\mu^{\nu_1}(k_1) \epsilon_\nu^{\nu_2}(k_2) k_{1\alpha} k_{2\beta} \quad (27)$$

От съотношението на Голбергер – Трейман имаме

$$g = \frac{mg_A}{f_\pi}, \text{ където взимаме } f_\pi = 93 \text{ MeV и в нашия случай } g_A = 1. \quad (28)$$

Записано в най-прост вид получаваме

$$M = i \frac{e^2}{4\pi^2 f_\pi} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_\mu^{\nu_1}(k_1) \epsilon_\nu^{\nu_2}(k_2) k_{1\alpha} k_{2\beta} \quad (29)$$

Тогава

$$\Gamma = \frac{1}{2m_\pi} \frac{1}{8\pi} \frac{1}{2} |M|^2 = \frac{1}{32\pi m_\pi} \left( \frac{e^2}{4\pi^2 f_\pi} \right)^2 2(k_1 \cdot k_2)^2 = \frac{e^4 m_\pi^3}{1024\pi^5 f_\pi^2} = 7.652 \text{ eV} \quad (30)$$

и средното време на живот на пиона получаваме, че е  $\tau = 1/\Gamma \approx 8.576 \times 10^{-17} \text{ s}$ .

### 3 SU(2) NJL модел с безмасов кварк

В тази глава първо разглеждаме модел NJL, в който приемаме киралната симетрия за ненарушена и разглеждаме скаларно, псевдоскаларно, векторно и аксиално-векторно поле. Започваме със следния лагранжиан

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}\hat{q}\Psi + \frac{G_0}{2} [(\bar{\Psi}\Psi)^2 - (\bar{\Psi}\gamma^5\vec{\tau}\Psi)^2] - \frac{G_V}{2} [\bar{\Psi}\gamma_\mu\vec{\tau}\Psi]^2 - \frac{G_A}{2} [\bar{\Psi}\gamma_\mu\gamma^5\vec{\tau}\Psi]^2, \quad (31)$$

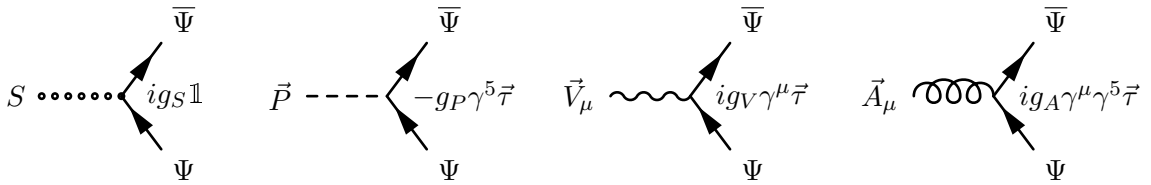
където  $\Psi = (u \ d)^T$  е изотопичен спинор. Този лагранжиан е нелинеен и по теория на пертурбации за размерни константи  $G_0$ ,  $G_V$  и  $G_A$  е непренормируем. За да можем да построим смислена квантова теория на пертурбации, той трябва да бъде линеаризиран чрез въвеждане на мезонни полета и получаваме следния израз

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\Psi}\hat{q}\Psi + g_S\bar{\Psi}\Psi S - \frac{g_S^2}{2G_0}S^2 + ig_P\bar{\Psi}\gamma^5\vec{\tau}\Psi\vec{P} - \frac{g_P^2}{2G_0}P^2 + \\ & + g_V\bar{\Psi}\gamma_\mu\vec{\tau}\Psi\vec{V}_\mu + \frac{g_V^2}{2G_V}\vec{V}_\mu^2 + g_A\bar{\Psi}\gamma_\mu\gamma^5\vec{\tau}\Psi\vec{A}_\mu + \frac{g_A^2}{2G_A}\vec{A}_\mu^2. \end{aligned} \quad (32)$$

Уравненията на движение за тези полета дават следните връзки

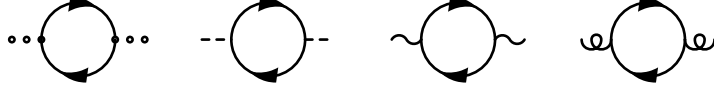
$$\begin{aligned} S &= \frac{G_0}{g_S}\bar{\Psi}\Psi, \quad \vec{P} = i\frac{G_0}{g_P}\bar{\Psi}\gamma^5\vec{\tau}\Psi \\ \vec{V}_\mu &= -\frac{G_V}{g_V}\bar{\Psi}\gamma_\mu\vec{\tau}\Psi, \quad \vec{A}_\mu = -\frac{G_A}{g_A}\bar{\Psi}\gamma_\mu\gamma^5\vec{\tau}\Psi \end{aligned} \quad (33)$$

От лагранжиана (32) можем да изведем правилата на Файнман за използвания модел



Фигура 2: Основни правила на Файнман за линеаризирани мезонни полета.

Квантуваме тези мезонни полета, изчислявайки всички ненулеви еднопримкови диаграми:



Фигура 3: Диаграми за собствените енергии на  $S$ ,  $P$ ,  $V_\mu$  и  $A_\mu$ .

Тук прилагаме извеждане на собствената енергия на  $S$  мезона. От правилата на Файнман

$$\begin{aligned} \Pi(q) &= ig_S^2 N_c \text{Tr}[\mathbb{1}] \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} [(\hat{p} - m_0)^{-1} (\hat{p} - \hat{q} - m_0)^{-1}] = \\ &= 8g_S N_c I_2 + 4g_S^2 N_c I_0 q^2 + \text{finite terms}. \end{aligned} \quad (34)$$

Този израз съдържа два разходящи интеграла, представляващи водещите членове при изчисляването на собствената енергия на полето  $S$  и добавянето на членове от по-висок порядък би добавило константи, които са с пренебрежим принос. Първият член дава поправка в масата на  $S$ , а вторият е генерираният кинетичен член. За да получим стандартен кинетичен член прилагаме следното условие за нормиране  $4g_S^2 N_c I_0 = 1$ . Повтаряйки процедурата за всички полета получаваме следната връзка между константите на взаимодействие

$$3g_S^2 = 3g_P^2 = 2g_V^2 = 2g_A^2 = \frac{3}{4N_c I_0} \quad (35)$$

В останалата част от главите на дисертацията разглеждаме всички възможни диаграми с три и четири външни линии. За да можем да получим правилни масови съотношения между мезоните е необходимо въвеждането на тензорни полета. Към началния лагранжиан добавяме съответния член и получаваме

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \bar{\Psi} \hat{q} \Psi + \frac{G_0}{2} [(\bar{\Psi} \Psi)^2 - (\bar{\Psi} \gamma^5 \bar{\tau} \Psi)^2] - \frac{G_V}{2} [\bar{\Psi} \gamma_\mu \bar{\tau} \Psi]^2 - \frac{G_A}{2} [\bar{\Psi} \gamma_\mu \gamma^5 \bar{\tau} \Psi]^2 - \\ &\quad - \frac{G_T}{2} \bar{\Psi} \sigma_{\mu\lambda} (1 + \gamma^5) \bar{\tau} \Psi \frac{q^\mu q_\nu}{q^2} \bar{\Psi} \sigma_{\nu\lambda} (1 - \gamma^5) \bar{\tau} \Psi \end{aligned} \quad (36)$$

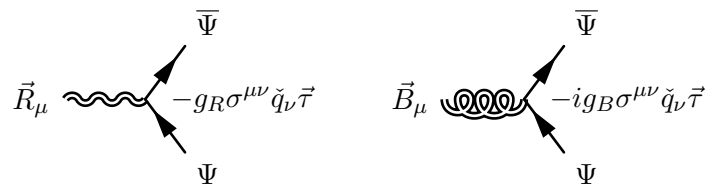
След бозонизация на Лагранжиана получаваме

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \bar{\Psi} \hat{q} \Psi + g_S \bar{\Psi} \Psi S - \frac{g_S^2}{2G_0} S^2 + ig_P \bar{\Psi} \gamma^5 \bar{\tau} \Psi \vec{P} - \frac{g_P^2}{2G_0} P^2 + \\ &\quad + g_V \bar{\Psi} \gamma_\mu \bar{\tau} \Psi \vec{V}_\mu + \frac{g_V^2}{2G_V} \vec{V}_\mu^2 + g_A \bar{\Psi} \gamma_\mu \gamma^5 \bar{\tau} \Psi \vec{A}_\mu + \frac{g_A^2}{2G_A} \vec{A}_\mu^2 - \\ &\quad - ig_R \bar{\Psi} \sigma_{\mu\nu} \bar{\tau} \Psi \frac{q_\mu}{|q|} \vec{R}_\nu + \frac{g_R^2}{2G_T} \vec{R}_\mu^2 + g_B \bar{\Psi} \sigma_{\mu\nu} \gamma^5 \bar{\tau} \Psi \frac{q_\mu}{|q|} \vec{B}_\nu + \frac{g_B^2}{2G_T} \vec{B}_\mu^2 \end{aligned} \quad (37)$$

където уравненията на движение на тензорните полета са

$$\vec{R}_\mu = -i \frac{G_T}{g_R} \bar{\Psi} \sigma_{\mu\nu} \vec{\tau} \Psi \frac{q^\nu}{|q|} \quad \text{и} \quad \vec{B}_\mu = -i \frac{G_T}{g_B} \bar{\Psi} \sigma_{\mu\nu} \gamma^5 \vec{\tau} \Psi \frac{q^\nu}{|q|} \quad (38)$$

Това ни позволява да запишем правилата на Файнман за тензорните полета:



Фигура 4: Правила на Файнман за тензорни мезони. Тук използваме нотацията  $\check{q}_\nu = q_\nu/|q|$ .

Изчисляваме собствените енергии за тези мезони и получаваме връзка между всички константи на взаимодействие в теорията

$$3g^2 = 3g_S^2 = 3g_P^2 = 2g_V^2 = 2g_A^2 = g_R^2 = g_B^2 = \frac{3}{4N_c I_0} \quad (39)$$

Свободният лагранжиан на всички включени полета съдържа всички квантови поправки в собствената енергия на полетата и има вида

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 = & \frac{1}{2} (\partial_\mu S)^2 - \frac{\mu_S^2}{2} S^2 - \frac{1}{4} \vec{V}_{\mu\nu}^2 + \frac{\mu_V^2}{2} \vec{V}_\mu^2 - \frac{1}{4} \vec{R}_{\mu\nu}^2 + \frac{\mu_R^2}{2} \vec{R}_\mu^2 + \\ & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \vec{P})^2 - \frac{\mu_P^2}{2} \vec{P}^2 - \frac{1}{4} \vec{A}_{\mu\nu}^2 + \frac{\mu_A^2}{2} \vec{A}_\mu^2 - \frac{1}{4} \vec{B}_{\mu\nu}^2 + \frac{\mu_B^2}{2} \vec{B}_\mu^2 \end{aligned} \quad (40)$$

където масовите параметри са

$$\begin{aligned} \mu_S^2 = \mu_P^2 = \frac{g^2}{G_0} - 8g^2 N_c I_2 = \mu^2, \quad \mu_V^2 = \frac{g_V^2}{G_V} - 4g_V^2 N_c I_2 \\ \mu_A^2 = \frac{g_A^2}{G_A} - 4g_A^2 N_c I_2, \quad \mu_R^2 = \mu_B^2 = \frac{g_T^2}{G_T} = \mu_T^2 \end{aligned} \quad (41)$$

и тензорите на напрежение се дават от изразите

$$\begin{aligned} \vec{V}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{V}_\nu - \partial_\nu \vec{V}_\mu, \quad \vec{A}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{A}_\nu - \partial_\nu \vec{A}_\mu \\ \vec{R}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{R}_\nu - \partial_\nu \vec{R}_\mu, \quad \vec{B}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{B}_\nu - \partial_\nu \vec{B}_\mu \end{aligned} \quad (42)$$

Изчислявайки диаграма с четири външни линии с полето  $S$ , получаваме

$$\begin{aligned}
\Box_S(0) &= \frac{i}{4} g_S^4 N_C \text{Tr} [\mathbb{1}] \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} [(\hat{p} - m_0)^{-1} (\hat{p} - m_0)^{-1} (\hat{p} - m_0)^{-1} (\hat{p} - m_0)^{-1}] = \\
&= -2g^4 N_C I_0 + \mathcal{O}(m_0^2) \approx -\frac{1}{2} g^2
\end{aligned} \tag{43}$$

Следователно потенциалът, описващ  $S$  мезона има вид на Хигсов потенциал:

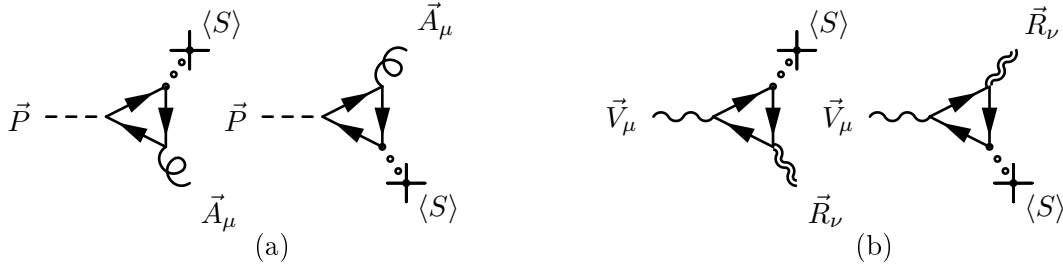
$$V[S] = \frac{\mu_S^2}{2} S^2 + \frac{g^2}{2} S^4 \tag{44}$$

Поради тази причина считаме, че  $S$  мезонът играе в нашия модел същата роля, каквато Хигс бозона в електрослабото взаимодействие. При нарушаване на симетрията за достатъчно голяма константа на взаимодействие мезоните придобиват маса, както и получаваме конституентна маса на кварка  $m = -g\langle S \rangle$ , където  $\langle S \rangle^2 = -\mu_S^2/(2g^2)$ . Получаваме ненулеви квантови добавки в масите на мезоните и безмасов пион, който играе ролята на Голдстонов бозон:

$$\Delta\mathcal{L}_{\mu^2} = -g_P^2 \langle S \rangle^2 \vec{P}^2 + 2g_A^2 \langle S \rangle^2 \vec{A}_\mu^2 - g_R^2 \langle S \rangle^2 \vec{R}_\mu^2 + g_B^2 \langle S \rangle^2 \vec{B}_\mu^2. \tag{45}$$

Също така имаме смесени състояния:

$$\Delta\mathcal{L}_{\text{mixing}} = 2g_P g_A \frac{\langle S \rangle}{g} (\partial_\mu \vec{P}) \vec{A}_\mu + g_V g_R \frac{\langle S \rangle}{g} (\sqrt{-\partial^2} \vec{V}_\mu) \vec{R}_\mu. \tag{46}$$



Фигура 5: Смесени мезонни състояния

За да диагонализираме първия член въвеждаме ново поле  $(\vec{a}_1)_\mu = \vec{A}_\mu - \sqrt{6}m (\partial_\mu \vec{P})/m_{a_1}^2$ , където  $m_{a_1} = \sqrt{\mu_A^2 + 6m^2}$  е неговата маса. Тогава пионната вълнова функция дефинираме като

$$\vec{\pi} = Z^{-1/2} \vec{P} = \sqrt{1 - \frac{6m^2}{m_{a_1}^2}} \vec{P}. \tag{47}$$



Вторият член диагонализираме чрез въвеждането на две нови физически състояния

$$\begin{aligned}\vec{\rho}_\mu(q^2) &= \cos \theta(q^2) \vec{V}_\mu + \sin \theta(q^2) \vec{R}_\mu, \\ \vec{\rho}'_\mu(q^2) &= -\sin \theta(q^2) \vec{V}_\mu + \cos \theta(q^2) \vec{R}_\mu.\end{aligned}\quad (48)$$

и лагранжианът придобива вид

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{VR} &= -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \vec{V}_\mu & \vec{R}_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q^2 - \mu_V^2 & \sqrt{18m^2q^2} \\ \sqrt{18m^2q^2} & q^2 - \mu_T^2 + 6m^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{V}_\mu \\ \vec{R}_\mu \end{pmatrix} = \\ &= -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \vec{\rho}_\mu & \vec{\rho}'_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q^2 - m_\rho^2(q^2) & 0 \\ 0 & q^2 - m_{\rho'}^2(q^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{\rho}_\mu \\ \vec{\rho}'_\mu \end{pmatrix}.\end{aligned}\quad (49)$$

Тук функциите

$$m_\rho^2(q^2) = \Sigma - \sqrt{18m^2q^2 + \Delta^2} \quad m_{\rho'}^2(q^2) = \Sigma + \sqrt{18m^2q^2 + \Delta^2}, \quad (50)$$

където  $\Sigma = (\mu_T^2 + \mu_V^2 - 6m^2)/2$  и  $\Delta = (\mu_T^2 - \mu_V^2 - 6m^2)/2$ , са масови оператори  $\rho$  and  $\rho'$ . Ъгълът на смесване е

$$\theta(q^2) = \frac{1}{2} \arctan \frac{\sqrt{18m^2q^2}}{\Delta}, \quad (51)$$

Хипотезата за максимално смесване, която бива потвърдена експериментално води до ново масово съотношение между мезоните [23]

$$R \equiv \frac{2m_{\rho'}^2 - m_{\rho'}m_\rho + 2m_\rho^2}{3m_{b_1}^2} = 1. \quad (52)$$

В случай на  $U(1)$  симетрия имаме

$$R_{I=0} = \frac{2m_\omega^2 - m_\omega m_{\omega'} + 2m_{\omega'}^2}{3m_{h_1}^2} = 1 \quad (53)$$

както и много добро предсказание на масата на  $h_1$  мезон:

$$m_{h_1(s\bar{s})}^2 = \frac{2m_\phi - m_\phi m_{\phi'} + 2m_{\phi'}^2}{3} = (1415.5 \pm 13.4 \text{ MeV})^2 \quad (54)$$

Конституентните маси на кварките имат следните стойности:

$$m_{I=0}^2 = \frac{2(m_\omega^2 + m_{\omega'}^2) - m_{h_1}^2 - \sqrt{[2(m_{\omega'}^2 + m_\omega^2) - 3m_{h_1}^2]^2 + 8m_{\omega'}^2 m_\omega^2}}{24} = (151 \pm 6 \text{ MeV})^2 \quad (55)$$

и

$$m_{s\bar{s}}^2 = \frac{2(m_\phi^2 + m_{\phi'}^2) - m_{h_1(s\bar{s})}^2 - \sqrt{[2(m_{\phi'}^2 + m_\phi^2) - 3m_{h_1(s\bar{s})}^2]^2 + 8m_{\phi'}^2 m_\phi^2}}{24} = (156 \pm 5 \text{ MeV})^2 \quad (56)$$

#### 4 U(1) NJL модел с масивен кварк

Началният лагранжиан на този модел е

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(\hat{q} - m_0)\psi + \frac{G_0}{2}(\bar{\psi}\psi)^2 - \frac{G_V}{2}(\bar{\psi}\gamma_\mu\psi)^2 - \frac{G_T}{2}\bar{\psi}\sigma_{\mu\lambda}(1 + \gamma^5)\psi\frac{q^\mu q_\nu}{q^2}\bar{\psi}\sigma_{\nu\lambda}(1 - \gamma^5)\psi \quad (57)$$

След бозонизация получаваме линеаризиран лагранжиан

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}(\hat{q} - m_0)\psi + g_S\bar{\psi}\psi S - \frac{g_S^2}{2G_0}S^2 + g_V\bar{\psi}\gamma_\mu\psi V_\mu + \frac{g_V^2}{2G_V}V_\mu^2 - \\ & - ig_R\bar{\psi}\frac{\sigma_{\mu\nu}q^\mu}{|q|}\psi R_\nu + \frac{g_R^2}{2G_T}R_\mu^2 + g_B\bar{\psi}\frac{\sigma_{\mu\nu}q_\mu\gamma^5}{|q|}\psi B_\nu + \frac{g_B^2}{2G_T}B_\mu^2, \end{aligned} \quad (58)$$

където масовите параметри са

$$\begin{aligned} \mu_S^2 = \frac{g_S^2}{G_0} - 4g_S^2 N_c I_2 + 8m_0^2 g_S^2 N_c I_0, \quad \mu_V^2 = \frac{g_V^2}{G_V} - 2N_c g_V^2 I_2 - \frac{3}{2}m_0^2, \\ \mu_T^2 = \mu_R^2 = \mu_B^2 = \frac{g_T^2}{G_T}. \end{aligned} \quad (59)$$

Уравненията за движение на полетата са

$$S = \frac{G_0}{g_S}\bar{\psi}\psi, \quad V_\mu = -\frac{G_V}{g_V}\bar{\psi}\gamma_\mu\psi, \quad R_\mu = -i\frac{G_T}{g_R}\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi\frac{q^\nu}{|q|} \quad \text{и} \quad B_\mu = -i\frac{G_T}{g_B}\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\gamma^5\psi\frac{q^\nu}{|q|}. \quad (60)$$

По аналогичен път, както и в предната част получаваме връзка между константите от условието за нормируемост

$$3g^2 = 3g_S^2 = 2g_V^2 = g_R^2 = g_B^2 = \frac{3}{2N_c I_0} \quad (61)$$

Лагранжианът за свободните полета има вида

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 = & \frac{1}{2} (\partial_\mu S)^2 - \frac{\mu_S^2}{2} S^2 - \frac{1}{4} V_{\mu\nu}^2 + \frac{\mu_V^2}{2} V_\mu^2 - \\ & + \frac{1}{4} R_{\mu\nu}^2 + \frac{\mu_T^2 - 6m_0^2}{2} R_\mu^2 - \frac{1}{4} B_{\mu\nu}^2 + \frac{\mu_T^2 + 6m_0^2}{2} B_\mu^2, \end{aligned} \quad (62)$$

където  $V_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$ ,  $R_{\mu\nu} = \partial_\mu R_\nu - \partial_\nu R_\mu$  и  $B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ . Квантовите добавки към масата на полетата  $R$  и  $B$  от диаграми с три външни линии се дават от изразите

$$\mathcal{L}_{SRR} = 4 \frac{g_R^2}{q^2} N_c I_0 g \langle S \rangle m_0 (q^2 g_{\mu\nu} - q^\mu q^\nu) \quad (63)$$

$$\mathcal{L}_{SBB} = -4 \frac{g_B^2}{q^2} N_c I_0 g \langle S \rangle m_0 (q^2 g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu) \quad (64)$$

Виждаме, че в случай на масивен кварк тези диаграми са ненулеви. Добавките към масата на тези мезони от диаграми с четири външни линии се дават от изразите

$$\mathcal{L}_{SSRR} = 2 \frac{g_R^2}{q^2} g^2 \langle S \rangle^2 N_c I_0 (q^\mu q^\nu - q^2 g^{\mu\nu}) \quad (65)$$

$$\mathcal{L}_{SSBB} = -2 \frac{g_B^2}{q^2} g^2 \langle S \rangle^2 N_c I_0 (q^\mu q^\nu - q^2 g^{\mu\nu}) \quad (66)$$

Записано в компактен вид получаваме

$$\Delta \mathcal{L}_\mu = 3(m_0^2 - m^2) R_\mu^2 + 3(m^2 - m_0^2) B_\mu^2 \quad (67)$$

Също така съществува смесване между полетата  $V$  и  $R$  от диаграми с две и три външни линии, като ефективните лагранжиани са следните

$$\mathcal{L}'_{VR} = 4g_V \frac{g_R}{|q|} m_0 N_c I_0 (q^\mu q^\nu - q^2 g^{\mu\nu}) \quad (68)$$

$$\mathcal{L}_{SRV} = 4g_V \frac{g_R}{|q|} N_c I_0 g \langle S \rangle (q^2 g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu) \quad (69)$$

Сумата от тези два резултата, записани в матричен вид е

$$\mathcal{L}_{VR} = -\frac{1}{2} (V_\mu \ R_\mu) \begin{pmatrix} q^2 - \mu_V^2 & \sqrt{18m^2q^2} \\ \sqrt{18m^2q^2} & q^2 - \mu_T^2 + 6m^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_\mu \\ R_\mu \end{pmatrix} - \frac{1}{2} B_\mu (q^2 - \mu_T^2 - 6m^2) B_\mu \quad (70)$$

където  $m = m_0 - g\langle S \rangle$  е конституентната маса на кварка. Пресмятайки собствените стойности на матрицата на смесване получаваме съотношението

$$\frac{2m_\phi^2 - m_\phi m_{\phi'} + 2m_{\phi'}}{3m_h^2} = 1 \quad (71)$$

съвпадащо със случая на безмасов кварк. Можем да заключим, че въвеждането на масивен кварк в теорията не добавя поправка в изведеното масово съотношение.

## 5 Скаларни модели и изотопическа симетрия

Започваме с  $U(2)$  скаларен модел

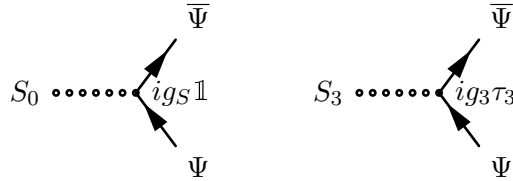
$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} \hat{q} \Psi + \frac{G_0}{2} (\bar{\Psi} \Psi)^2 + \frac{\tilde{G}_0}{2} (\bar{\Psi} \tau_3 \Psi)^2, \quad (72)$$

който запазва барионното число и заряда и оставяме единствено диагонални токове, тъй като единствено те биха дали принос в конституентната маса на кварките.

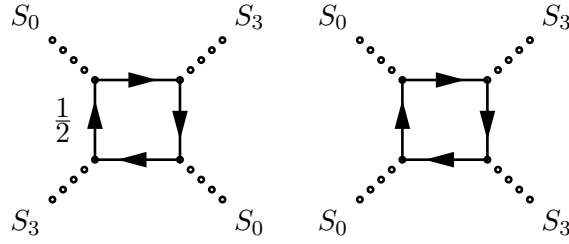
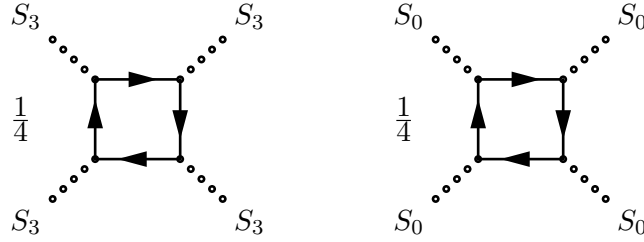
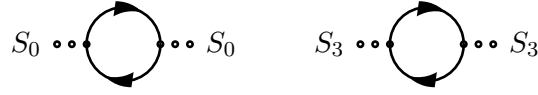
След линеаризация на горния лагранжиан получаваме

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} \hat{q} \Psi + g_S \bar{\Psi} \Psi S_0 - \frac{g_S^2}{2G_0} S_0^2 + g_3 \bar{\Psi} \tau_3 \Psi S_3 - \frac{g_3^2}{2\tilde{G}_0} S_3^2 \quad (73)$$

Също така изследваме дали е възможно да предскажем разликата в масите на  $u$  и  $d$  кварк, т.е. нарушаването на изотопическата симетрия. Имаме следните правила на Файнман за тази теория



Ненулевите диаграми са



Изчислявайки собствените енергии на мезоните получаваме връзка между константите

$$g^2 = g_S^2 = g_3^2 = \frac{1}{4N_c I_0} \text{ и } \mu^2 = \frac{g^2}{G_0} - 8g^2 N_c I_2 \quad \tilde{\mu}^2 = \frac{g_3^2}{\tilde{G}_0} - 8g_3^2 N_c I_2 \quad (74)$$

пресмятайки диаграмите с четири външни линии получаваме следния потенциал на взаимодействие

$$V[S_0, S_3] = \frac{\mu^2}{2} S_0^2 + \frac{\tilde{\mu}^2}{2} S_3^2 + \frac{1}{2} g^2 (S_0^4 + 6S_0^2 S_3^2 + S_3^4) \quad (75)$$

чийто минимум трябва да удовлетворява системата

$$\frac{\partial V}{\partial S_0} = \mu^2 S_0 + 2g^2 S_0^3 + 6g^2 S_0 S_3^2 = 0 \quad (76)$$

$$\frac{\partial V}{\partial S_3} = \tilde{\mu}^2 S_3 + 2g^2 S_3^3 + 6g^2 S_0^2 S_3 = 0 \quad (77)$$

В дисертацията ние показваме, че е невъзможно да се намери решение на тези уравнения за минимум, които да нарушават изотопическата симетрия. Затова ние разширяваме търсенето до  $U(3)$  симетрия, разглеждайки лагранжиана

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}\hat{q}\Psi + \frac{G_0}{2}(\bar{\Psi}\Psi)^2 + \frac{G'_0}{2}\sum_{a=1}^8(\bar{\Psi}\lambda_a\Psi)^2, \quad (78)$$

След линеаризация въвеждаме нови полета

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}\hat{q}\Psi + g_S\bar{\Psi}\Psi S_0 + \sum_{a=1}^8 g_a\bar{\Psi}\lambda_a\Psi S_a - \frac{g_S^2}{2G_0}S_0^2 - \sum_{a=1}^8 \frac{g_a^2}{2G'_0}S_a^2 \quad (79)$$

където  $\Psi = (q_1 \ q_2 \ q_3)^T$ ,  $\lambda_a = (\lambda_1, \dots, \lambda_8)$  са матрици на Гел-Ман. Получаваме потенциал на взаимодействие за диагонални полета

$$V[S_0, S_3, S_8] = \frac{1}{2}\mu^2 S_0^2 + \frac{1}{2}\tilde{\mu}^2(S_3^2 + S_8^2) + \frac{1}{2}g^2 S_0^4 + \frac{3}{4}g^2(S_3^2 + S_8^2)^2 + \quad (80)$$

$$+ 3g^2 S_0^2(S_3^2 + S_8^2) - \sqrt{2}g^2 S_0 S_8^3 + 3\sqrt{2}g^2 S_0 S_3^2 S_8$$

Въвеждаме безразмерните променливи  $x = 3\sqrt{2}gS_0/\sqrt{-\tilde{\mu}^2}$ ,  $y = \sqrt{3}gS_3/\sqrt{-\tilde{\mu}^2}$  и  $z = 3gS_8/\sqrt{-\tilde{\mu}^2}$ . Нека  $U = 27g^2/\tilde{\mu}^4 V$  и  $r^2 = \mu^2/\tilde{\mu}^2$ . Тогава за  $U(x, y, z)$  получаваме

$$U(x, y, z) = -\frac{3}{4}r^2 x^2 - \frac{3}{2}(3y^2 + z^2) + \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{4}(3y^2 + z^2)^2 + \frac{1}{2}x^2(3y^2 + z^2) - \quad (81)$$

$$-\frac{1}{3}xz^3 + 3xy^2z$$

Записано чрез новите променливи имаме за конституентните кваркови маси

$$m_1 = -\sqrt{-\frac{\tilde{\mu}^2}{18}}(x_0 + 3y_0 + z_0) \quad (82)$$

$$m_2 = -\sqrt{-\frac{\tilde{\mu}^2}{18}}(x_0 - 3y_0 + z_0) \quad (83)$$

$$m_3 = -\sqrt{-\frac{\tilde{\mu}^2}{18}}(x_0 - 2z_0) \quad (84)$$

Отново търсим минимум на потенциала, който трябва да удовлетворява системата

$$6\partial_x U = -9r^2 x_0 + x_0^3 + 6x_0(3y_0^2 + z_0^2) - 2z_0^3 + 18y_0^2 z_0 = 0 \quad (85)$$

$$\frac{1}{3}\partial_y U = -3y_0 + y_0(3y_0^2 + z_0^2) + x_0^2 y_0 + 2x_0 y_0 z_0 = 0 \quad (86)$$

$$\partial_z U = -3z_0 + z_0(3y_0^2 + z_0^2) + x_0^2 z_0 - x_0 z_0^2 + 3x_0 y_0^2 = 0 \quad (87)$$

Виждаме, че второто уравнение е удовлетворено в случая  $y_0 = 0$ , което запазва изотопическата симетрия. В случая, когато всички параметри са различни от 0, от уравнения (85) – (87) получаваме връзка между тях:  $y_0 = z_0$  или  $y_0 = -z_0$ . Във всички случаи ние наблюдаваме, че изотопическата симетрия не може да бъде нарушена. Следователно, можем да заключим, че тази симетрия може да бъде описана от NJL модела.

## 6 Заключение и благодарности

В заключение изнасяме основните резултати:

1. Изведохме нова формула, свързваща мезонните маси в  $SU(2)$  NJL модел.
2. Получихме формула за случай на  $U(1)$  симетрия с масивен начален кварк, която съвпада по вид със случая на безмасов кварк.
3. Показахме, че изотопическата симетрия за  $U(2)$  и  $U(3)$  модели не може да бъде нарушена, както в природата.

Тези резултати са поместени в следните публикации:

1. M. Chizhov and M. Naydenov. Isospin-invariant Nambu – Jona-Lasinio model with complete set of spin-1 excitations. In AIP Conference Proceedings, AIP Publishing **2075** (2019) 090025.
2. М. Чижов, М. Найденов. Ново масово съотношение за адронните резонанси със спин единица и кварковите маси, ще бъде публикувано в Юбилейно Издание на годишника на СУ „Св. Климент Охридски“ за 2019 г.
3. М. Найденов и М. Чижов, К вопросу о спонтанном нарушении изотопической симметрии в моделях Намбу и Йона-Лазинио, ще бъде публикувана в Письма ЭЧАЯ, т. 17, № 2, 2020.

Бих искал да използвам възможността да изкажа своята благодарност към хората, които имаха огромен принос за да мога да завърша своята докторантура. Благодарен на моя ръководител доц. Михаил Чижов, който прояви изключително търпение, научи ме на последователност, изчерпателност и ред на работа. Без неговите насоки и безбройни срещи аз никога не бих стигнал до този момент. Благодаря за финансовата подкрепа, която получихме с грант 80-10-16/17.04.2018 от Софийски Университет "Св. Климент Охридски". Искам да благодаря и на моето семейство и приятели за подкрепата и времето, което отделиха да им споделя своите успехи и трудни моменти, през които неизбежно минава всеки един докторант. Посвещавам тази работа на всички, които съзнателно или несъзнателно допринесоха за това да мога да разбера за жертвите и наградите, които носи научната работа.

## Литература

- [1] A. Arbutov. Quantum Field Theory and the Electroweak Standard Model. *arXiv e-prints*, page arXiv:1801.05670, Jan 2018.
- [2] M. Chaichian and K. Nishijima. An Essay on Color Confinement. *arXiv e-prints*, pages hep-th/9909158, Sep 1999.
- [3] S. Glashow. Partial-symmetries of weak interactions. *Nucl. Phys.*, 22:579 – 588, 1961.
- [4] S. Weinberg. A model of leptons. *Phys.Rev.Lett*, 19:1264–1266, 1967.
- [5] A. Salam edited by N. Svartholm. *Proceedings of the 8th Nobel Symposium, Almqvist and Wiksell*, page 367, 1968.
- [6] F. Englert and R. Brout. Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons. *Phys.Rev.Lett*, 13:321–323, 1964.
- [7] P. Higgs. Broken symmetries and the masses of gauge bosons. *Phys.Rev.Lett*, 13:508–509, 1964.
- [8] G. Guralnik, C. Hagen, and T. Kibble. Global conservation laws and massless particles. *Phys.Rev.Lett*, 13:585–587, 1964.
- [9] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio. Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. 1. *Phys. Rev.*, 122:345–358, 1961.
- [10] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio. Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. ii. *Phys. Rev.*, 124:246–254, 1961.



- [11] J. Gasser and H. Leutwyler. Chiral perturbation theory to one loop. *Annals Phys.*, 158:142, 1984.
- [12] D. Gross and F. Wilczek. Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories. *Phys.Rev.Lett*, 30:1343–1346, 1973.
- [13] H. Politzer. Reliable perturbative results for strong interactions. *Phys.Rev.Lett*, 30:1346–1349, 1973.
- [14] S. Weinberg. Phenomenological lagrangians. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 96(1):327 – 340, 1979.
- [15] R. Machleidt and D. Entem. Chiral effective field theory and nuclear forces. *Physics Reports*, 503(1):1 – 75, 2011.
- [16] L. Cooper J. Bardeen and J. R. Schrieffer. Theory of superconductivity. *Phys. Rev.*, 108:1175–1204, 1957.
- [17] T. Eguchi. New approach to collective phenomena in superconductivity models. *Phys. Rev. D*, 14:2755–2763, 1976.
- [18] V. Bernard and U. Meissner. Chiral perturbation theory. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 57:33–60, 2007.
- [19] T. Cheng and L. Li. *Gauge theory of elementary particle physics*. Clarendon Press Oxford, 1982.
- [20] G. t’Hooft. *Naturalness, Chiral Symmetry, and Spontaneous Chiral Symmetry Breaking*. Springer US, 1980.
- [21] M. Kalb and P. Ramond. Classical direct interstring action. *Phys. Rev. D*, 9:2273–2284, 1974.
- [22] D. Caldi and H. Pagels. A solution to the  $\rho - \pi$  puzzle: spontaneously broken symmetries of the quark model. *Phys. Rev. D*, 14:809–826, 1976.
- [23] M. Chizhov. Vector meson couplings to vector and tensor currents in extended NJL quark model. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, 80(2):73–77, Jul 2004.
- [24] M. Chizhov. Theory and phenomenology of spin-1 chiral particles. *Physics of particles and nuclei*, 42:93–183, 2011.
- [25] A. Osipov. Mending  $\rho\pi\pi$  vertex through the  $\pi a_1$  diagonalization. *arXiv e-prints*, page arXiv:1712.08323, Dec 2017.

- [26] U. Meissner. Low-energy hadron physics from effective chiral lagrangians with vector mesons. *Physics Reports*, 161:213–361, 1988.