

## РЕЦЕНЗИЯ

---

на дисертация за получаване на образователна и научна степен “доктор” по професионално направление 4.5 „Математика“ (Математическо моделиране и приложение на математиката в икономиката)

Автор на дисертацията: Николай Костов Червенов

Тема на дисертацията:  
Копули в Соболеви пространства и приложения.

Изготвил рецензията:  
проф. д.м.н. Рачо Денчев

Теорията на копулите е относително млада. Понятието и терминът копула се появяват през 1959г. По-късно интересът към тази теория нараства взривообразно. Обяснението е в следния цитат от книгата на Дюранте и Семпи която се използва в дисертацията (свободен превод): „...Както видяхме понятието копула е както естествено така и лесно за използване. Но защо сме свидетели на такъв неимоверен ръст на публикации от края 90-тых години насам? Тук виждам три причини: финанси, финанси, финанси.“

Актуалността и значимостта, както теоретична така и практическа, на темата на дисертацията не подлежат на съмнение.

Какво са копулите? - Един вероятностен модел има, така да се каже, две компоненти – едната е наборът случайни величини в модела а другата са зависимостите между тях, закономерността по която те съставят модела. Копулата е функция която представя именно тази втора компонента - тя е която от отделните случайни величини, свързвайки ги, прави вероятностен модел. Формално казано – копулата е реална функция на много променливи такава, че ако в нея заместим аргументите ѝ с функциите на разпределение на случайните величини на модела, получаваме функцията на *съвместното* им разпределение.

Основна идея в дисертацията е да се приложи за изучаването на копулите апаратът на частните диференциални уравнения и функционалният анализ. Задачите свързани с копулите и техните свойства се формулират по естествен начин на езика на частните диференциални уравнения. Общо казано, това позволява някои опростявания, обобщения, и най- вече, получаване на общи

методи, избягвайки необходимостта от специфични конструкции за всеки частен случай. Разширява се класът функции, които могат да бъдат копули – те се разглеждат като разпределения в смисъла на Шварц, елементи на Соболеви пространства. Направено е обобщение на характеристикното за копулите свойство „ $n$ -растене“, което улеснява проверката на това свойство. Това е илюстрирано на примера на многобройни добре известни копули, като обстойно е разгледан важния клас на архимедовите копули.

Задачата за построяване на копули е сведена до гранична задача за частно диференциално уравнение, която авторът нарича задача на Гурса. Това е „уравнението на копулите“ и обстойното изследване на тази задача е основният принос в дисертацията. Получени са априорни оценки, теореми за съществуване и единственост на решенията, както и техни качествени характеристики (гладкост, особености). Важни са изведените ограничения върху дясната част на уравнението, които имплицират граничните условия на задачата. Прави впечатление доброто владеене и умелото използване на съответния апарат на функционалния анализ. Възниква следният въпрос: когато копулата, бидейки решение на тази гранична задача, е разпределение в смисъла на Шварц което няма стойности, как да се определи функцията на съвместното разпределение (на вероятностния модел)?

Последната глава на дисертацията е едно практическо приложение на предложения метод за построяване на копули – с помощта на този метод е изследвана връзката между размера на исковете и момента в който настъпват за една българска застрахователна компания.

В резюме, основните научни приноси в дисертацията са:

- Намерено е естествено обобщение на задачата за построяване на копули, която е изследвана обстойно. Получени са съответни резултати и методи които имат и практическо приложение
- Намерени са съответни обобщения на свойството „ $n$ -растене“ и са приложени за важен клас копули.
- Изследвана е задача от българската застрахователна практика, като са приложени горните методи.

Представени са 6 публикации, свързани с дисертацията – всички съвместни с други автори.

Няма данни за цитати и импакт фактор.

Резултатите свързани с дисертацията са представени на три конференции.

Авторефератът е съставен добре и правилно отразява съдържанието на дисертацията.

Не познавам автора и нямам лични впечатления от него.

Нямам съществени критични бележки. Има някои печатни грешки – посочвам една от тях: на последния ред на стр.84 и първия ред на стр. 85 има едно съчетание от думи, което е неразбираемо.

Бих препоръчал на автора, да разгледа в светлината на неговите резултати, използването на копулите за изследване на марковски процеси направено от Дарсоу и др.

## Заклучение

Считам че дисертацията отговаря на изискванията на ЗРАСРБ и препоръчвам на уважаемото жури да присъди на Николай Костов Червенев образователната и научна степен „доктор“ по професионално направление 4.5 „Математика“ (Математическо моделиране и приложение на математиката в икономиката).

8 април, 1919

Подпис:      проф. д.м.н. Рачо Денчев