

РЕЦЕНЗИЯ

върху дисертационния труд

Алгебрични, аналитични и геометрични изследвания върху някои крайно- и безкрайномерни хамилтонови системи

за присъждане на научна степен "Доктор на математическите науки"

Автор на дисертационния труд: доц. д-р Огнян Борисов Христов

Рецензент: Член-кор. Емил Иванов Хорозов, дмн, професор във ФМИ, СУ "Св. Климент Охридски".

1. Актуалност на тематиката. Представената дисертация е принос към една класическа област, която не е преставала да бъде актуална и досега. Областта на интегрируемите и неинтегрируемите хамилтонови системи са в основата на най-важните постижения в небесната механика, която от своя страна е допринесла особено много за развитието на цялата математика и физика. Без да отивам в подробности, все пак ще отбележа, че в основата на съвременните изследвания в областта са забележителните трудове на един от най-големите световни учени - Анри Поанкаре и по-специално третият му трактат "Нови методи в небесната механика".

В него се поставят основните проблеми, свързани с интегрируемост и неинтегрируемост. Предлагат се идеи за работа с възникналите задачи. Посочените проблеми са в основата на съвременната теория на хаоса, произлиза от Поанкаре, както и съвременните качествени методи в диференциалните уравнения. От тях произлиза и съвременната топология.

Във втората половина на 20-ти век се появи нова голяма област, продължаваща подобни изследвания, но с множество нови идеи и подходи. Това е теорията на солитоните. Традиционните методи бяха обогатени със средства от области, които не изглеждат свързани с класическата теория на консервативните системи. Сред тях ще спомена спектралната теория, групите и алгебрите на Ли, алгебричната геометрия и др.

Изследванията на доц. Христов се вписват в тази тематика - както в класическата ѝ част, така и в най-съвременната.

С това се надявам да съм убедил журито и останалите интересувани се, че тематиката на дисертационния труд на доц. Христов е изключително актуална.

2. Основни научни приноси. Дисертацията е изложена на 206 страници и е разделена на 2 части и 10 глави. Цитираната литература обхваща 233 заглавия и свидетелства за много добро познаване на литературата по темата. Първата част от дисертацията се състои от 6 глави и в нея се разглеждат крайномерни хамилтонови системи. В **Първа глава** авторът е изложил предварителни сведения, необходими за изложението на оригиналните резултати. **Втора глава** е посветена на изучаване на системи с резонанси.

Преди да опиша достиженията на автора в тази насока искам да кажа няколко думи за мястото на този вид системи в науката. Няма нужда да обяснавам, че те се срещат на всяка крачка. Както самият автор на дисертацията е отбелязал в небесната механика има множество реални ситуации, в които се сблъскваме с резонанси. Най-простият от тях е 2:1, който се реализира при изследването на системата Слънце-Юпитер-Хекуба и бил обект на изучаване от самия Поанкаре. Поанкаре е построил теория, която, както се оказва, се отклонява от наблюденията макар и с малко, но забележимо. Грешката на Поанкаре е поправена от неговия ученик, забележителния български математик, физик и астроном Кирил Попов. При това Попов не е "поправял грешка в пресмятанията на Поанкаре както твърдят някои популярни издания. Грешката е теоретична. За незапознатите с творчеството на Поанкаре ще отбележа, че той не е правил големи и сложни пресмятания, така че там по принцип няма грешки.

Горното написах само за да покажа, че задачите с резонанси дори в простите случаи са голямо предизвикателство. По-сложни резонанси, макар и с по-различна постановка, са изследвани например от големият холандски математик Х. Дюистермаат. В една блестяща работа той изучава за интегрируемост нормална форма на резонанс 1:2:2. Покъсно друг холандски математик, Ф. Ферхулст, въз основа на числени пресмятания предлага хипотезата, че няколко резонанса от нисък порядък са неинтегруеми. Христов решава тази задача блестящо близо 30 години след работата на Дюистермаат и 15 години след поставянето на хипотезата. С трудностите в тази задача съм запознат, тъй като това беше първата ми тема за дисертация. След като разбрах за някои частични резултати на Дюистермаат лично от него далече преди публикацията се отказах от темата. Мисля, че съм бил прав. Но също така прави чест на Христов, че упорито е преследвал целта си, при това намирайки я задачата сам. Аз нямаше го посъветвам да се заеме с нея. Струва си да отбележа, че работата е цитирана от автора на хипотезата Ферхулст (2 пъти), а също и от Моралес-Руиз и Ханцман, все водещи имена в динамичните системи.

В **Глава 3** се изучава неинтегруемост на някои висши уравнения на Пенлеве. Тъй като имам опит в аналогичната задача за основните уравнения на Пенлеве, мога да кажа, че задачите са трудни и изискват, както доста познания в различни области, така и сръчни пресмятания, докато се намери компонентата на единиците на подходяща диференциална група на Галоа. За няколко от висшите уравнения доц. Христов е намерил множества в пространството от параметри, за които съответните уравнения са неинтегруеми, в смисъл, че няма достатъчно мероморфни интеграли.

Следващата **Глава 4** започва с частно диференциално уравнение, описващо Бозе-Ферми смеси в едномерна оптична решетка. Група български учени - Костов, Герджиков, Вълчев са намерили множество явни решения от различен вид, в това число и квазипериодични. Това най-често говори, че задачата е интегрируема. Дисертантът изучава стационарните решения, което води отново до крайномерни системи. За семейства от стационарни решения, параметризирани чрез подходящи константи, авторът доказва красивият резултат, че уравненията са интегрируеми тогава и само тогава, когато липсва взаимодействие между бозона и фермионите, поради което променливите се разделят. С други думи изглежда, че споменатите български физици са постигнали максимума по отношение на намиране на точните решения.

Петта глава е посветена на системите на Грос-Невьо в ниските размерности. Авторът на тези редове е доказал, че те са неинтегруеми за системи с малки размерности на фазовото пространство. Доц. Христов изучава нормалните форми на Биркхоф-Густафсон за някои от тези системи в околност на положение на равновесие. Нормалните форми са приближения на точните уравнения и често пъти дават възможност за добро приближено изучаване. Дисертантът е намерил тези възможности за системите

на Грос-Невьо с 2 степени на свобода. По-конкретно той е намерил нормалните форми, показал е, че те са интегрируеми, а след това е доказал, че те са неизродени в смисъл на Колмогоров. С други думи КАМ- теорията е приложима за тях. Самите системи на Грос-Невьо могат да се разглеждат като малки пертурбации на нормалните форми. С това е показано, че те притежават семейства от квазипериодични решения с ненулева мярка във фазовото пространство. Резултатът е допълнен с доказателството, че при 3 степени на свобода дори нормалните форми са неинтегруеми.

В **Глава 6** се разглежда система, която не е хамилтонова. Тя и аналогични на нея са въведени от Карабут при изследване на уединени вълни (солитони) в теорията на флуидите. Системите с 3 и 4 променливи са решени от него. Дисертантът изследва системата при 5 променливи и показва, че тя е неинтегруема. Това става като се направи котангенциално повдигане, което прави системата хамилтонова, и след това се приложи теорията на Моралес-Руиз - Рамис.

Втора част на дисертацията е посветена на въпроси от нелинейните частни диференциални уравнения. В нея се разглеждат различни уравнения от теорията на солитоните, които като правило са свързани с известното уравнение на Камаса-Холм. Предварителните сведения са изложени в началото на всяка глава в размер нужен за съответната задача.

В **Глава 7** се разглежда уравнението на Дулин-Готвалд-Холм, по-точно семейство от уравнения, зависещо от 3 параметъра. Важността му се състои в това, че съдържа в себе си като подсемейства известните уравнения на КДФ и Камаса -Холм, но едновременно с това и други ситуации на движение на течност в плитка вода. Първоначално се изучава задачата на обратното разсейване, построяват се и законите за запазване. На основата на тези резултати са получени основните резултати на автора, а именно построяването на променливи действие-ъгъл за цялото семейство. Също така се намират решенията, отговарящи на безотражателни потенциали.

В изложението си дисертантът използва и обобщава предишни работи на Константин, Иванов и Герджиков, в които подобни резултати са са получени за уравнението на Камаса-Холм.

В **Глава 8** се разглеждат друга фамилия от уравнения, описващи механика на флуидите, наречена b -фамилия на Холм-Стали. Уравненията също обобщават други уравнения от механиката на флуидите - уравнението на Камаса-Холм и уравнението на Дегасперис-Прочези. Основните резултати са липсата на равномерна непрекъснатост на решенията от началните данни в естествени соболеви пространства. Изследвания от този вида са започнати от Химонес и Мисиолек за специалния случай на уравнението на Камаса-Холм. За уравнението на Дегасперис-Прочези такива резултати не е имало досега, а освен това са по-силни. Макар и да не обобщава изцяло резултатите на тези автори, считам, че това са отлични постижения. Това личи и от представените цитирания на тези резултати- повече от половината списък на цитирани резултати от дисертационните публикации, при това почти всичките в авторитетни международни списания и от утвърдени автори. Не е без значение признанието на един от спомените по-горе автори, Химонес, както и в третото издание на известния учебник на Л. Дебнат по нелинейни ЧДУ.

И в следващата **Глава 9** се изучава вълново уравнение, свързано с Камаса-Холм. Само че тук обектът на изучаване е интегро-диференциално уравнение, тъй като в него амплитудата (т.е. неизвестната функция) участва и чрез пространствено си средно. Това уравнение носи названието μ -Камаса Холм уравнение. Основните резултати са експлицитното намиране на нелокални симетрии на изучаваното уравнение, като се определя и алгебрата на Ли, образувана от съответните векторни полета.

Глава 10 е в много отношения продължение на предходната. Един от основните резултати е намирането на промениливи от типа на действие-ъгъл за бихамилтоновото уравнение μ -Камаса-Холм, при това за различните скобки на Поасон.

Друга решена задача в тази глава е свързана с конструкция на Купершмид, позволяваща да се построи нехолономна (т.е. система с връзки, в които участват производните) бихамилтонова пертурбация на всяка бихамилтонова система. Дисертантът е формулирал хипотеза, че конструкцията на Купершмид запазва и друго по-силно свойство. А именно ако освен бихамилтонова, системата е геометрично интегрируема, то и деформацията на Купершмид има това свойство. Макар че не е успял да докаже своята хипотеза в общия случай, Христов я е доказал в няколко важни случая, сред които са уравнението на Камаса-Холм и μ -Камаса Холм.

3. Публикации и апробация. Изследванията в дисертационния труд са публикувани в 12 статии, от които 11 са в списания и една е в сборник от трудове на конференция. 9 от тях са в списания с импакт фактор. С малки изключения статиите са в престижни международни списания с висок импакт фактор. Сред тях ще спомена *Physica D: Nonlinear Phenomena, Celestial Mechanics and Dynamical astronomy, Nonlinear analysis*, ТМА (2), всичките с импакт фактор по-голям от 1,5.

От представените публикации 7 са самостоятелни, а останалите със съавтори. Резултатите са докладвани на международни и български конференции, както и в някои реномирани университети - Утрехт, Грьонинген.

Цитирания: Представените научни трудове са намерили добро отражение и оценка в редица публикации в международни списания. Общият брой забелязани цитирания е 35, което значително надхвърля препоръчителните критерии от Правилника на ФМИ за присвояване на научната степен доктор на науките. Прави впечатление работата [24], която за 7 години е получила близо 20 цитирания. Също ще отбележа, че авторите, които цитират работите на Христов са сред най-изявените специалисти в областта, като например - А. Хоун, Ф. Ферхулст, Х. Моралес-Руиз и др.

Само за целите на точност на информацията ще отбележа, че всички критерии на ФМИ са изпълнени. Авторът е наложил далече по-високи критерии, като освен че е изпълнил всички количествени показатели далече е надхвърлил качествените. Ако тази линия се продължи от следващи процедури, ФМИ би трябвало да преразгледа и своите критерии като сложи по-голямо ударение на публикации в реномирани издания и по-малко на "бройка публикации".

3. Мястото на резултатите от дисертацията в съвременната математика. Дисертационният труд се вписва отлично в съвременните изследвания по динамични системи и теория на солитоните. От една страна се продължават класически теми като интегрируемост и неинтегрируемост, от друга страна всичко това се прави със съвременни средства. Прави впечатление изключителното разнообразие на използваната техника от най-различни области - симплектична геометрия, групи и алгебри на Ли, диференциална теория на Галоа, специални функции, метод на обратната задача и др. Считам, че дисертацията би била един отличен учебник за млади специалисти, от който те биха могли да разширят знанията си на съвременно ниво.

Едно нещо, което рядко се споменава в нашите среди е неговото познаване и на българските постижения. Освен моите трудове, тук ще отбележа работите на В. Герджиков, Р. Иванов, Н. Костов, Ц. Стоянова и др. С това той допринася за популяризирането на българската школа в тези модерни области.

4. Данни за педагогическа дейност на доц. Христов. О. Христов има много

голяма педагогическа дейност като лектор по множество задължителни и изборни курсове. Тук е мястото да отбележа, че той успешно е ръководил дипломанти и докторанти, с което неговата висока квалификация е използвана ефективно за разпространение на научни знания и умения. Макар формално това да не е свързано с дисертацията, то показва, че Огнян Христов е допринесъл много за развитието на българската математическа общност и по-специално за студентите от ФМИ. Като се има предвид неговата изключителна ерудираност, считам, че той и в бъдеще ще допринесе за това.

5. Лични впечатления за кандидата. Познавам Огнян Христов от десетки години. Той прави впечатление преди всичко с особената си отдаденост на науката и по-специално на математиката. Умее да намира дълбоки и важни проблеми. Следи световната научна литература на високо ниво. Мисля, че за времето от началното ни запознанство досега той е извървял солиден път и от един обещаващ млад учен (като мой ученик) преди 20 години, той е придобил статут на съвремен международен учен с отлично признание от международната общност.

6. Критични бележки. Като остава настрана някои дребни печатни грешки считам, че дисертацията е много добро постижение, както по съдържание, така и написана в хубав стил. Не бих могъл да посоча съществени недостатъци.

7. Заключение. Резултатите получени в дисертацията на доц. О. Христов са сериозни постижения за редица области на диференциалните уравнения и математичната физика. Сред тях ще спомена резултатите по системи с резонанси, по коректност на задачата на Коши за уравнението на Холм-Стали, построяването на променливи действие-ъгъл за уравнението на Дулин-Готвалд-Холм и др.

Цитираната литература демонстрира блестящо познаване на съвременното състояние на тематиката.

Статиите му са публикувани в реномирани световни списания, което показва, че са оценени високо от международната научна общност. Доброто им цитиране, особено от изявени международни специалисти, говори в същата посока.

В съответствие с критериите в Правилника на ФМИ, както и на представените трудове и тяхната висока научна стойност **предлагам на научното жури да присъди на доц. д-р Огнян Борисов Христов научната степен доктор на математическите науки.**

Дата: 09.01.2017 г.

Изготвил рецензията: