

## **СТАНОВИЩЕ**

**по процедура за защита на дисертационен труд на тема:**

***„Приложения на методите на вариационния анализ“***

**за придобиване на**

**образователна и научна степен „доктор“**

**от**

кандидат: **Христина Йорданова Белчева**

Област на висше образование: **4. Природни науки, математика и информатика**

Професионално направление: **4.5. Математика**

Докторска програма: **„Изследване на операциите“**, катедра: **„ВОИС“**,

**Факултет по математика и информатика (ФМИ),**

**Софийски университет „Св. Климент Охридски“ (СУ),**

Становището е изготвено от проф. дмн Юлиан Петров Ревалски-ИМИ-БАН, в качеството ми на член на научното жури, съгласно Заповед № РД-38-685 / 05.11.2025 г. на Ректора на Софийския университет.

### **1. Обща характеристика на дисертационния труд и представените материали**

Дисертационният труд, в обем от 59 страници, написан на английски език, се състои от Увод, три глави, заключение, информация за публикации по труда и апробиране на резултатите, и литература от 40 заглавия.

### **2. Данни и лични впечатления за кандидата**

Христина Белчева е родена през 1995 г. Завършва СМГ „Паисий Хилендарски“ през 2014 г. и ФМИ на Софийския университет „Св. Климент Охридски“ през 2020 г. с магистърска степен по Изчислителна математика и математическо моделиране. В периода 02.2022-02.2025 е редовен докторант, докторска програма „Изследване на операциите“, във ФМИ на Софийския университет. Има участие в 6 научни проекта, от които три вътрешни, един по ПВУ и един по НФНИ. Не познавам лично докторантката, но от представените материали оставам с много добро впечатление за сериозно професионално отношение към всеки елемент от работата и като докторант, включително по процедурата за защита на дисертационния труд.

**3. Съдържателен анализ на научните и научноприложните постижения на кандидата, съдържащи се в представения дисертационен труд и публикациите към него, включени по процедурата**

Представеният дисертационен труд е посветен на получаване на параметрични вариационни принципи за оптимизационни задачи в пълни метрични пространства  $X$  и на техни приложения за изучаване на свойства на оптимизационни задачи и свойства на нормата в банахови пространства. Пространството от смущения  $P$  е банахово пространство от равномерно непрекъснати и ограничени функции в  $X$ , с норма, която мажорира обичайната  $\sup$ -норма и притежава свойство, което разделя по подходящ начин точките в  $X$ . В Първа глава параметризацията е свързана с редица от функции, които клонят по подходящ начин към гранична функция, което позволява генеричният (това означава съществуване на гъсто  $G$ -delta множество от смущения, осигуряващи силен минимум на смутената функция) резултат от Теорема 1.3.1 да даде като сечение непразно генерично множество от смущения, които гарантират едновременно достигане на силен минимум на смутените функции и на граничната такава и да осигури сходимост на тези минимума към минимума на граничната функция (Теорема 1.4.1). Този резултат е приложен в Теорема 1.5.1 за изучаване, при определени условия, на сходимостта на решения на смущения на редица от минимизационни задачи с ограничения, при които целевите функции клонят равномерно към граничната, а допустимите множества клонят в смисъл на Пенлеве-Куратовски към граничното достижимо множество.

Във втора глава пространството от параметри вече е пълно метрично пространство, което не е непременно изброимо и което налага модификация на пространството от смущения, като то вече е от функции, зависещи и от параметъра, с подходящи допълнителни условия, освен тези наложени в първа глава. При съответните предположения е доказан генеричен вариационен принцип за всеки фиксиран параметър (Теорема 2.1.1). Авторът налага условия за равномерна ери-непрекъснатост на параметрична фамилия от функции, и при предположения за сепарабелност на параметричното пространство, доказва параметричен вариационен принцип в Теорема 2.4.3, който е приложен за изучаване на свойства за генерично съществуване на решение и коректност на задачи за най-добро приближение в сепарабелни банахови пространства (Теорема 2.5.4), които са в духа на изследвания водещи началото си от резултати на Стечкин от средата на 60-те години на миналия век.

Последната трета глава е посветена на получаване на подходящи вариационни принципи в редичните пространства на Орлич. Тук една от целите (Теорема 3.2.2) е също в произволно банахово пространство да се получи генерично множество от смущения, които осигуряват обобщена коректност (която авторът е нарекъл “коректност по модул компак“) на съответната смутена минимизационна задача (в частност има достигане на минимум). Специално в пространствата на Орлич, при подходящи условия за функцията на Орлич, която генерира нормата в такива пространства, и подходящо избрано пространство от смущения са доказани вариационни принципи (Теорема 3.3.3 и Теорема 3.3.4), които са използвани за изучаване на въпроса за несъществуване на камбановидни функции в такива пространства с определени свойства на диференцируемост.

Получените от докторантката резултати в дисертацията представляват важен и оригинален принос в областта на вариационния анализ и неговите приложения. Докторантката е усвоила трудни техники, свързани с доказателства на вариационни принципи в оптимизацията, развити преди нея от автори като Дъовил, Годфроа и Зизлер, Иванов, и Иванов и Златева и ги е доразвила и приложила по подходящ нетривиален начин в постановките на дисертацията. Считаю, че приносът и е напълно достатъчен за присъждане на образователната и научна степен „доктор“.

#### **4. Аprobация на резултатите**

Дисертацията е базирана на три публикации на кандидата, в съавторство с научния и ръководител, съответно в списанията *Set-Valued and Variational Analysis* (IF: 1.1; Q2 по Web of Science), *Optimization* (IF: 1.8; Q1 по Web of Science) и *Positivity* (IF: 0.9; Q2 по Web of Science). По моя преценка приносът на кандидата в съвместните публикации е равностоеен. Резултатите от дисертацията са докладвани на 10 научни форума, от които 3 са престижни международни конференции. Няма приложени документи за цитирания, което намирам за нормално, предвид неотдавнашното публикуване на работите. Както е видно от представената справка, кандидатът надвишава трикратно изискваните национални количествени критерии.

В заключение, ясно заявявам, че :

а) научните трудове отговарят на минималните национални изисквания (по чл. 2б, ал. 2 и 3 на ЗРАСРБ) и на допълнителните изисквания на СУ „Св. Климент

Охридски“ за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ в научната област и професионално направление на процедурата;

б) представените от кандидата резултати в дисертационния труд и научни трудове към него не повтарят такива от предишни процедури за придобиване на научно звание и академична длъжност ;

в) няма доказано по законоустановения ред плагиатство в представения дисертационен труд и научни трудове по тази процедура.

## **5. Качества на автореферата**

Авторефератът, както на български, така и на английски, отговаря на всички изисквания за изготвянето му и представя коректно резултатите и съдържанието на дисертационния труд.

## **6. Критични бележки и препоръки**

Извън няколко печатни грешки и пропуснати допълнителни условия (като напр. на стр. 43 от дисертационния труд върху множеството  $S$ ) се забелязва известна неосведоменост върху предишни резултати, свързани с тематиката на дисертацията: например идеята за използване на (генерично множество от) смущения от банахово пространство от непрекъснати функции датира доста преди работите [7,8], отбелязани от автора като първи-например в работи на Лукети и Патроне и на Стигъл от края на 70-те години на миналия век, както и в работи на Чобан и Кендеров от средата на 80-те години). Също така би било добре, ако съществените приноси на българската математическа колегия, като тези на Кендеров и Живков, в изучаването на точките на единственост на задачи за най-добро приближение в банахови пространства, бяха получили отражение в дисертационния труд. Тези бележки, обаче не намаляват достойнствата на представения дисертационен труд.

## **7. Заключение**

След като се запознах с представените в процедурата дисертационен труд и придружаващите го научни трудове и въз основа на направения анализ на тяхната значимост и съдържащи се в тях научни и научноприложни приноси, **потвърждавам**, че представеният дисертационен труд и научните публикации към него, както и качеството и оригиналността на представените в тях резултати и постижения, отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за приложението му и съответния Правилник

на СУ „Св. Климент Охридски“ за придобиване от кандидата на образователната и научна степен „доктор“ в научната област 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика. В частност кандидатът **надвишава трикратно** минималните национални количествени изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените по конкурса научни трудове.

Въз основа на гореизложеното, **препоръчвам** на научното жури да присъди на Христина Йорданова Белчева образователната и научна степен „доктор“ в научна област 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика.

04.01.2026 г.

София

**Изготвил становището:**

(проф. дмн Юлиан Ревалски)