

## РЕЦЕНЗИЯ

по конкурс за заемане на академична длъжност „доцент“

в професионално направление

4.5. Математика (Диференциални уравнения),

за нуждите на Софийски университет „Св. Климент Охридски“,

Факултет по математика и информатика (ФМИ),

обявен в ДВ бр.24 от 2023 г.

и на интернет страниците на ФМИ и СУ

Рецензията е изготвена от: доцент доктор Ангел Иванов Живков – Софийски университет, Факултет по математика и информатика, катедра „Диференциални уравнения“, в качеството ми на член на научното жури по конкурса 4.5. Математика (Диференциални уравнения) съгласно Заповед № РД-38-245/12.05.2023 г. на Ректора на Софийския университет.

За участие в обявения конкурс са подали документи следните кандидати:

1. **Георги Иванов Георгиев**, главен асистент доктор ФМИ, СУ, катедра „Диференциални уравнения“

2. **Светлин Георгиев Георгиев**, главен асистент, доктор ФМИ, СУ, катедра „Диференциални уравнения“

## Общо описание на представените материали

### 1. За Георги Иванов Георгиев

Представените по конкурса документи от кандидата съответстват на изискванията на ЗРАСРБ, ППЗРАСРБ и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в СУ „Св. Климент Охридски“ (ПУРПНСЗАДСУ).

#### Научни трудове

За участие в конкурса кандидатът е представил 8 статии, които ще номерирам с (1) до (8):

- (1) публикувана във Fractal Frac., 2021 (IF 3.57), съвместна с Т.Боев,
- (2) в AIP Conference Proceedings, 2022 (SJR 0.18),
- (3) в AIP Conference Proceedings, 2021 (SJR 0.18),
- (4) в Chaos, Solitons & Fractals, 2020 (IF 5.94),
- (5) в AIP Conference Proceedings, 2018 (SJR 0.17),
- (6) в Доклади на БАН, 2018, (IF 0.21),
- (7) в SIGMA, съвместна с О. Христов, 2015 (IF 0.45),
- (8) в Chaos, Solitons & Fractals, съвместна с О. Христов, 2015 (IF 1.61).

Изследванията, които се разглеждат в горния списък с публикации са в областта на Хамилтоновите системи и изучаване на тяхната интегруемост. Дори и публикацията (1) за съществуване на глобално решение на класическата задача на Дерихле с ненулеви гранични условия за дробното уравнение Лаплас, също е свързана с изследването на обобщеното уравнение на Бесел и проекта за намиране на неговата диференциална група на Галоа.

Това е неизследван вариант на обобщеното хипергеометрично уравнение, изследвано в публикация (7). Там са разгледани два вида уравнения от четвърти ред със свойство на Пенлеве - полиномиален вид и без подвижни особени точки. Тези уравнения могат да се запишат като Хамилтонова система. В тази публикация е доказано че уравненията, както следва означени с F-XVII по класификацията на Коустроу и обобщените варианти на  $P_{II}^{(2)}$  и  $P_{II}^{(3)}$  от йерархиата  $P_{II}$  са неинтегруеми в рационални първи интеграли с изключение на някои параметри. Показано е, че тези уравнения със свойство на Пенлеве имат нормални вариационни уравнения, които са обобщени хипергеометрични уравнения и е намерена тяхната диференциална група на Галоа. Понеже нормалните вариационни имат съществена особеност, в тези случаи в генераторите на Групата на Галоа има Матрици на Стокс, които са пресметнати експлицитно.

В публикация (8) е доказана неинтегруемост на системата, описваща стационарните решения на модела на Бозе–Айшайн или както е в конкретният случай Бозе–Ферми. Доказано е, че единствените интегруеми случаи са тези, за които променливите се разделят. Тук отново се разглеждат вариационните уравнения около подходящо частно решение и се използват три подхода в Теорията на Моралес–Рамис. Първият е Алгоритъм на Ковачич; вторият – изучаване на вариациите от ред 3; третият – Теория на Поанкаре–Арнолд–Мелников–Зиглин с изследването на интеграла на Мелников.

В публикация (6) е изследвана Хамилтоновата система с потенциал на Дайсън и нейната неинтегруемост. Показано е различно доказателство за мероморфна неинтегруемост от вече известното, което е малко по общ резултат от постигнатия преди това.

В публикация (5) е изследван Космологичният модел на Шази–Карзон за неинтегруемост. Тук подхода е малко по–различен – директно изследване на геометрията на решенията и доказване на тяхната условна непериодичност. Проблемът тук е, че уравненията на движение не са в подходящ вид и никаква смяна на променливите не ги привежда в лесен за изследване вариант.

В публикации (2), (3) и (4) е изследван затвореният йонен модел и въпреки някои несъответствия и неточности като например изродените случаи в (4), са показани случаите, които са неинтегруеми. Тук има доказана директна връзка между диференциалната теория на Галоа и класическата теория на Галоа.

В публикация (1) е решена класическата Задача на Дирихле в тримерният и едномерен случаи за дробното уравнение на Лаплас с ненулеви гранични условия. Използван е вариант на класическия подход на Хьормандер, разгледан през призмата на дробните Лапласиани.

**Преподавателска и учебно–педагогическа дейност.** Георги Георгиев води или е водил:

- а) лекционни курсове във ФМИ или БФ на СУ:
  - „Математика“, Биологически факултет,
  - „Диференциални уравнения“, ФМИ, спец. „Математика“,
  - „Диференциални уравнения“, ФМИ, спец. „Математика и информатика“ – избираем курс,
- б) упражнения по диференциални уравнения във ФМИ
  - специалности „Математика“, „Приложна математика“, „Математика и информатика“.

Оценка ми за учебно–педагогическа дейност на кандидата е много добра.

Нямам критични бележки или препоръки по научната и преподавателската дейност на кандидата.

**Лични впечатления за кандидата.** Познавам Георги от 1989 година, когато той посещаваше семинара на Васил Щанов и Емил Хорозов.

След дипломирането си във ФМИ, той дълги години работи в ПЖИ. След защитата на докторската си дисертация с фактически научен ръководител доцент Огнян Христов и постъпването си във ФМИ като главен асистент, той отбелязва бърз напредък в научните си изследвания.

Има чувство на хумор.

**Заключение за кандидатурата.** След като се запознах с представените в конкурса материали и научни трудове и въз основа на направения анализ на тяхната значимост и съдържащи се в тях научно-приложни приноси, потвърждавам, че те отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за приложението му и съответния Правилник на СУ „Св. Климент Охридски“ за заемане от кандидата на академичната длъжност „доцент“ в научната област и професионално направление на конкурса. В частност кандидатът удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плашиатство в представените по конкурса научни трудове.

**Давам своята положителна оценка на кандидатурата на Георги Георгиев.**

## 2. За Светлин Георгиев Георгиев

Представените по конкурса документи от кандидата съответстват на изискванията на ЗРАСРБ, ППЗРАСРБ и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в СУ „Св. Климент Охридски“ (ПУРПНСЗАДСУ).

### Научни трудове

За участие в конкурса кандидатът е представил две работи.

Съвместната с T. Xiang статия

T. Xiang and S. Georgiev. Noncompact-type Krasnoselskii fixed point theorems and their applications. Mathematical Methods in the Applied Sciences, Vol. 39, Issue 4, 2016, pp. 833-863

е публикувана в списание с висок Impact Factor, в което Светлин Георгиев е член на ред-колегията.

В статията се предлагат методи за решаване на различни видове пертурбационни уравнения, възникващи в приложните науки. Тези методи са базирани на обобщения на абстрактни теореми за съществуване на

неподвижни точки  $x$  на операторни уравнения  $Tx + Sx = x$ , където  $x$  принадлежи на изпъкнало затворено подмножество на Банахово пространство, а операторите  $S$  и  $T$  са от различен тип. Посочени са 8 такива варианти на теореми.

По–нататък следват приложения на гореописаните резултати. Уравнението

$$\left[ v_3 \frac{\partial}{\partial x} + \sigma(x, v) + \lambda \right] \psi(x, v) = \int_{\mathbb{S}^2} r(x, r, r', \psi(x, v')) dv'$$

задава асимптотиката на разпределението на енергията  $\psi(x, v)$ , зависеща от променливите  $x \in [0, 1]$  и  $v = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{S}^2$ , функциите  $\sigma, \lambda \in \mathbb{C}$  и  $r$  са известни. То характеризира възможното изтичане на енергия по границите на канал ( $\psi(0, v)|_{v \in \mathbb{S}^2}$  е входящата, а  $\psi(1, v)|_{v \in \mathbb{S}^2}$  е изходящата граница).

Формулирана и доказана е теорема, че ако са в сила 4 условия, то горното уравнение има решение и то е единствено.

В следващ параграф е разгледана задачата на Дарбу в първи квадрант

$$\begin{aligned} u_{xy}(x, y) &= \lambda u(x, y) + \mu g(x, y, u(x, y)), & x \geq 0, y \geq 0, \\ u(x, 0) &= \phi(x), \quad u(0, y) = \psi(y), \end{aligned}$$

където  $\lambda$  и  $\mu$  са неотрицателни константи,  $\phi$  и  $\psi$  са  $C^1$ –функции и  $g$  е непрекъсната.

Намерени са условия за  $\lambda, \mu$ , и  $g$ , при които горната задача на Дарбу има глобално  $C^1$ –решение  $u$ , производната  $u_{xy}$  съществува и е непрекъсната. Доказателството на тази теорема е разбито на 12 леми и две предложения.

След това, авторът разглежда клас от диференчни уравнения

$$\Delta u(n) = a(n)u(n) + \lambda b(n)f(u(n - \tau(n))) + g(n), \quad n \in \mathbb{Z},$$

където  $\Delta u(n) = u(n + 1) - u(n)$ ,  $a, b, \tau$  и  $g$  са  $\omega$ –периодични функции, а  $\lambda$  е константа.

Посочени са различни видове условия за  $a, b, \tau, g$  и  $\lambda$ , при които можем да гарантираме съществуване на решение  $u = u(n)$ , както и да оценим ръста на тези решения.

Накрая е доказана теорема за съществуване и единственост на решението на пертурбираното уравнение на Волтера

$$u(t) = \int_a^t k(t,s)u(s)ds + f(t, u(t)), \quad t \in [a, b]$$

за специални стойности на ядрото  $k$  и пертурбацията  $f$ .

Вторият представен от С. Георгиев научен труд е самостоятелната книга (402 страници)

S. Georgiev. *Integral Equations on Time Scales*, Atlantis Press, 2016.

Съгласно WikipediA, "In mathematics: Time-scale calculus, the unification of the theory of difference equations with differential equations."

Книгата на С. Георгиев е допълнение на основополагащия труд

M. Bohner, A. Peterson, *Dynamic Equations on Time Scales: an Introduction with Applications* (Birkhauser, Boston, 2003).

Формулирани са над 50 нови теореми, необходими за практическите пресмятания на различни интегралните уравнения върху времеви скали и свеждането на динамични до интегрални уравнения. Разбира се, доказателството на повечето от тези теореми е сравнително лесно.

Разгледани и решени са стотици конкретни примери на

- интегрални уравнения на Волтера,
- интегро-диференциални уравнения,
- уравнения от Фредхолмов тип,
- интегрални уравнения на Хилберт–Шмит със симетрични ядра,
- трансформация на Лаплас,
- решения във вид на редове ("series solution"),
- нелинейни интегрални уравнения върху времеви скали.

Теоретическата част на книгата, плюс подробните пресмятания в нея, по мое мнение я превръщат в добър учебник по "Time-scale calculus".

**Преподавателска и учебно–педагогическа дейност.** Светлин Георгиев има отличен списък от водени от него курсове.

**Задължителни –** във ФМИ или БФ на СУ:

- „Диференциални уравнения и приложения“ спец. „Информатика“
- „Уравнения на математическата физика спец. „Приложна математика“,

- „Частни диференциални уравнения“, спец. „Математика“,
- „Математика и информатика“, спец. „Биология“.
- „Математически анализ на функции на много променливи“, спец. „Инженерна физика“, „Медицинска физика“.

Избирами курсове – във ФМИ СУ:

- „Вълнови изображения“,
- „Интегрални уравнения“,
- „Тензорно смятане“,
- „Анализ на Клифорд за диференциални уравнения“,
- „Теория на полугрупите и приложения“,
- „Увод в теорията на дискретните динамични системи и хаоса“,
- „Динамично смятане върху времеви скали“.

По повечето от избирамите курсове има написани и издадени (в чужди издателства) съответни учебници, монографии или книги.

Оценка ми за учебно–педагогическа дейност на кандидата е много добра.

Нямам критични бележки или препоръки по научната и преподавателската дейност на кандидата.

Лични впечатления за кандидата. Познавам Светлин Георгиев от 2001 година, когато бях рецензент на докторската му дисертация. Оттогава той направи неочеквано успешен за мен скок в научното си развитие.

Заключение за кандидатурата. След като се запознах с представените в конкурса материали и научни трудове и въз основа на направления анализ на тяхната значимост и съдържащи се в тях научно–приложни приноси, потвърждавам, че те отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за приложението му и съответния Правилник на СУ „Св. Климент Охридски“ за заемане от кандидата на академичната длъжност „доцент“ в научната област и професионално направление на конкурса. В частност кандидатът удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плахиатство в представените по конкурса научни трудове.

**Давам своята положителна оценка на кандидатурата на Светлин Георгиев.**

## ОБЩО ЗАКЛЮЧЕНИЕ

**И двамата кандидати имат качествата за заемане на академична длъжност „доцент“ в професионално направление 4.5. Математика (Диференциални уравнения) във Софийския университет „Св. Климент Охридски“, Факултет по математика и информатика.**

Бих направил следното сравнение между тях.

Обемът на научната продукция на Светлин Георгиев е изключителен – общо 49 статии, 40 участия в конференции в чужбина, 16 книги, вкл. четири от тях издадени от Springer или Birkhauser. Качествата на публикациите на двамата оценявам като приблизително равни.

Преподавателската дейност на Светлин Георгиев е по–разнообразна, има и фактически написани учебници по повечето от четените от него избираеми курсове.

Въз основа на гореизложеното, препоръчвам на научното жури да класира двамата кандидати както следва:

1. Светлин Георгиев Георгиев
2. Георги Иванов Георгиев

София, 10 юли 2023 г.

Изготвил рецензията:

(доц. д-р Ангел Живков)