

# СТАНОВИЩЕ

по процедура за защита на дисертационен труд на тема:

*„Variational analysis without variational principles“*

за придобиване на образователна и научна степен „доктор“

от докторант: **Стоян Райчев Апостолов**

в област на висше образование: **4. Природни науки, математика и информатика,**

професионално направление: **4.5. Математика,**

докторска програма: **Математически анализ на Факултет по математика и информатика (ФМИ) на СУ „Св. Климент Охридски“**

Становището е изготвено от д-р Станимир Троянски, асоцииран член на Института по Математика и Информатика на БАН, действителен член на БАН (e- адрес [troyanski@math.bas.bg](mailto:troyanski@math.bas.bg)), назначен със Заповед №РД-38-309 /01.07.2022 на Ректора на Софийския Университет „Св.К. Охридски“, за член на Научното Жюри по защитата.

Дисертацията, озаглавена „Variational analysis without variational principles“, е написана на английски език, и представлява текст, от 72 страници, формат А4. Цитирани са 61 заглавия. Дисертацията се състои от пет части - въведение, предварителни сведения, три части, разделени на параграфи, в които са изложени резултатите на дисертанта, и заключение.

Проблематиката на дисертацията е в областта на Вариационния Анализ (Оптимизирането). За разлика от класическия анализ в Оптимизирането, най-общо казано се разглеждат задачи, в които функциите не са гладки и са многозначни. Това налага създаването на принципиално нови методи за решаването на поставените цели. Все пак развитият апарат на Анализа (Класически, Функционален, Диференциална Геометрия), Топологията (Обща и Диференциална) е в основата на инструментите за атакуване на задачите от Оптимизирането. За да работи в тази област, дисертантът, освоява голям по-обем, математически апарат, и успешно го прилага в различни направления

на Вариационния анализ. В дисертацията се изследва понятието трансверзалност и свързаните с него понятия. Трансверзалността е класическо понятие в Диференциалната Геометрия и Топология. В същото време е естествена и удобна концепция в някои части от Вариационния Анализ. Напоследък интензивно изучавано от редица водещи специалисти в тази област. За работа е по-удобно по-слабото понятие субтрансверзалност. То е сравнително по-просто за проверяване. Например, използва се за получаване на необходими условия за оптималност на принципа на максимума на Понтрягин.

Дисертантът изучава и прилага две междинни понятия на трансверзалност. В сила е следната верига от импликации. трансверзалност  $\implies$  тангенциална трансверзалност  $\implies$  присъща трансверзалност  $\implies$  субтрансверзалност. Ще отбележим, че нито една от горните импликации е обратима. Изследвани са общи достатъчни условия на тангенциална трансверзалност, въведена от М. Бивас, М. Кръстанов, Н. Рибарска, и приложени за абстрактно оптимално управление в Банахови пространства. Добре известното достатъчно условие за тангенциална трансверзалност при използване на компактни епи-липшицови множества е отслабено до симетрично условие по отношение на множествата. Резултатът дава абстрактна версия на условието на Обин, което след това се прилага към абстрактен проблем за оптимално управление в Банахови пространства. В дисертацията се разглежда и присъща трансверзалност. Установена е метричната природа на присъщата трансверзалност. Изяснена е връзката между присъщата напречност и тангенциалната трансверзалност. В случая на Хилбертови пространства е доказана еквивалентността на авторската дефиниция на присъщата трансверзалност и оригиналната дефиниция на присъщата трансверзалност, въведена от N.H. Thao, H.T. Vui, N.D. Cuong. В общия случай на Банахови пространства авторската дефиниция е по-малко ограничителна за присъщата трансверзалност.

В основата на дисертацията лежат четири статии, три от които са публикувани, съответно в *Journal of Convex Analysis*, *Set-Valued and Variational Analysis*, *Comptes rendus de l'Academie bulgare des Sciences*, последната е препринт. Ще отбележим, че първите две списания са специализирани списания по Оптимизиране. Това дава основание да

смятаме, че резултатите на дисертанта са подложени на сериозна международна експертиза.

Части от дисертацията са докладвани на различни научни форуми. Авторефератът правилно отразява съдържанието на дисертацията.

В заключение ще отбележа, че докторантът е усвоил значителен, по обем математически апарат и умело го е приложил при решаване на конкретни задачи от Оптимизирването. По моя преценка резултатите от дисертацията, както по количество, така и по качество удовлетворяват, с излишък, стандартните изисквания за докторска дисертация.

Напълно убеден съм, че Стоян Райчев Апостолов заслужава да му бъде присъдена образователната и научна степен “ДОКТОР” и препоръчвам на научното жури да му присъди образователната и научна степен „доктор“ в научна област:

4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление: 4.5. Математика (Математически анализ).

София, 30 септември 2022 г.

С. Троянски