

# РЕЦЕНЗИЯ

на дисертационен труд за получаване на научната и образователна степен „доктор”

**Автор на дисертацията:** Иво Николаев Илиев,  
редовен докторант в катедра „Теоретична физика” към Физическия факултет на Софийския университет „Св. Кл. Охридски”

**Тема на дисертацията:** „Точни решения в холографски модели

**Научен ръководител:** проф. дфзн Радослав Христов Рашков (ФзФ-СУ)

**Рецензент:** проф. дфн Светлана Пачева (ИЯИЯЕ-БАН до 2018 г.)

## 1. Общо описание на представените материали.

Иво Илиев завършва успешно бакалавърската програма на Физическия факултет на СУ „Св. Кл. Охридски“ през 2016 г. с дипломна работа на тема: „Информационни пространства и метрика на Фишер“, след което през 2016-2017 г. е магистрант в катедрата по теоретична физика на СУ. Успешно защитава своята магистърска теза: „Конформни полеви теории, D-брани и гранични състояния“ и през януари 2018 г. постъпва като редовен докторант в катедрата с научен ръководител проф. дфзн Радослав Христов Рашков. Паралелно със своята докторантура той участва в преподавателската дейност за студентите-бакалаври като води упражнения по диференциално и интегрално смятане, по класическа механика и по квантова теория на полето. Работи и по програмата CASTIEL на Европейската комисия и в Лабораторията по компютерно програмиране към Софийския технологичен парк.

През периода на своята докторантура Иво Илиев успява да получи достатъчен брой съществени научни резултати и да подготви дисертацията си за защита в срок.

Дисертацията се състои от общо 137 стр. със следното съдържание: увод (12 страници), 7 глави (106 стр.) с обзорец характер, обхващащи теоретичните основи и методи използвани в дисертацията и преглед на най-важните резултати в литературата в областта на дисертационния труд: точни струнни решения и нерелативистка холография. 9-та глава (24 стр.) е посветена на оригиналните резултати, 10-та глава (2 стр.) съдържа заключението и резюме на научните приноси. В края на дисертацията са приведени за пълнота и удобство на читателя 2 приложения. Списъкът на цитираните литературни източници обхваща 81 заглавия.

Авторефератът адекватно отразява съдържанието на дисертацията.

## 2. Актуалност на дисертационната тематика.

През 1997 г. Х. Малдасена открива в границата за големи  $N$  (брой „цветни“ степени на свобода - т. н. граница на ‘т Хофт) забележително съответствие между суперструнни конфигурации от тип ПВ в пространство-време  $AdS_5 \times S^5$  и

суперсиметричната конформна Янг-Милсова теория с калибровъчна група  $SU(N)$  с 4 суперсиметрии. Или по-общо, за големи  $N$  конформни полеви теории в  $d$ -мерно (евклидово) пространство-време могат да бъдат описани в термини на (супер)струни или в термини (супер)гравитационни теории в обемащо  $d+1$ -мерно пространство. От своя страна последните се разглеждат като нискоенергетични граници на суперструните. В количествено отношение това твърдение на Малдасена беше прецизирано от много други автори (Уитен, Поляков, Клебанов, Гюбсер и много др.) като съответствие между корелационните функции на наблюдаемите в калибровъчната полева теория (КПТ) и граничните условия в струнната теория/супергравитацията, в частност, аномалните размерности на операторите в КПТ „се определят“ от масите на частиците в суперструната/супергравитацията. Това съответствие се нарича **AdS/CFT**–съответствие (анти-де Ситер/конформна полева теория или по-общо – калибровъчно-гравитационна дуалност). В неговата основа е холографският принцип, предложен в гравитационната теория от Герард 'т Хофт: теорията в дадена пространствено-времева област с граница може да се опише чрез поведението ѝ на тази граница. **AdS/CFT**–съответствието се обобщава в различни направления, напр. когато от едната страна на съответствието се разглеждат компактни пространства с геометрия различна от сферичната, с различни размерности на обемащото пространство-време, когато се разглежда обемащо пространство-време на де Ситер **dS**, вместо **AdS** и др. Получените досега резултати превърнаха изследванията в областта на **AdS/CFT**–съответствието в огромна важна, актуална и активно развивана област на съвременната теоретична и математическа физика. Съществена и полезна черта на съответствието е, че двете теории - гравитационната в обемащото пространство-време и калибровъчната на границата са **дуални** в следния смисъл: ако едната се разглежда при малка константа на връзка, съответната ѝ теория е при голяма константа на връзка и обратно.

Нека специално отбележим, че **AdS/CFT** –съответствието все още не е доказано от първи принципи и затова е важно да бъдат намерени нови конкретни примери с точни пресмятания както от струнно/гравитационната страна, така и от страна на съответната ѝ конформна полева теория.

Настоящата дисертация е посветена на намиране на точни струнни решения върху многообразието на Шрьодингер. Тази тематика е в областта на обобщено **AdS/CFT** –съответствие, при което релативисткото обемащо анти-де-Ситерово пространство-време **AdS<sub>5</sub>** е заменено с нерелативисткото пространство на Шрьодингер **Schr<sub>5</sub>** - пространството, чиято група на движение е групата на Шрьодингер. Нейната алгебра се получава като се замени алгебрата на Поанкаре с алгебрата на Галилей, мащабните трансформации са различни за времената и пространствените променливи, а специалните конформни преобразования остават същите. Изследваните в дисертацията проблеми и получените резултати са нови точни числено-аналитични примери на нерелативисткия вариант на **AdS/CFT**-

съответствието, наричан още нерелативистка холография. Поради това не възниква никакво съмнение в тяхната актуалност.

### 3. Кратка характеристика на обзорната част.

В увода авторът обосновава своето разбиране за някои нерешени проблеми в теоретичната физика – проблеми в донеслия Нобелова награда Стандартен модел на силните и електрослабите взаимодействия, който оставя извън обединението теория на гравитацията, невъзможността на съвременния етап да бъде формулирана самосъгласувано квантова теория на гравитацията. Тези проблеми са едни от вдъновителите (но не само) на струнната теория като обединителен модел на 4-те фундаментални взаимодействия.

Глава 2 представлява кратко педагогическо изложение на теория на струните стартирайки от формулировката на релативистката бозонна струна като динмична система с връзки, суперсиметричното ѝ обобщение, нейната T-дуалност, влагане на струната в изкривени пространства (струнни сигма-модели). Последните две свойства играят важна роля за получаване на точни струнни решения.

В глава 3 авторът дава кратко въведение в геометрията на анти-де Ситеровото пространство.

Глава 4 представя основните положения на **AdS/CFT** –съответствието.

Глава 5 е въведение в групата на Шрьодингер и нейната алгебра. Групата на Шрьодингер е максималната група на симетрии на свободното уравнение на Шрьодингер – тя трансформира едно решение на уравнението в друго решение. Алгебрата на групата на Шрьодингер съдържа параметър, който показва как операторът на дилатации действа различно върху операторите на пространствените координати от една страна и на оператора на времето, от друга. Когато този параметър е равен на 2, алгебрата съдържа оператор на специалните конформни преобразования. Сравнението с конформната алгебра показва, че алгебрата на Шрьодингер може да се разглежда като нерелативистка граница на първата. Пространство-време снабдено с метрика инвариантна относно алгебрата на Шрьодингер се нарича пространство на Шрьодингер. В тази глава е изведен израз за тази метрика, необходим за конкретните оригинални пресмятания.

Глава 6 въвежда необходимите концепции за решения тип „гигантски магنون“ и по-общата концепция за решения от тип „шиповидна струна“. Подчертана е хронологията и логиката на тяхното възникване в литературата на релативисткото холографско съответствие. От гледна точка на конформната калибровъчна теория в т. н. граница BMN (Berenstein, Maldacena, Nastase) се разглеждат следния съставен оператор  $\text{Tr}(ZZZ..W..ZZ)$ , в който операторът Z се среща J пъти, J е голямо число, а операторът W е вставен на различни места между операторите Z. Тази ситуация е аналогична на магنون в спинова верижка (струна). Оказва се, че аномалната размерност на такъв оператор може да се пресметне и тя съвпада с едносолитонното решение за струна върху  $R \times S^2$ . Другото решение важно за получаване на оригиналните резултати – шиповидна струна, е класическо решение за струна навиваща се безкрайно много пъти около компактно(ъглово) направление

ортогонално на струната. От гледна точка на конформната теория това решение съответства на оператори с висок туист.

Глава 7 конспектира въведеното от Клебанов и Уитен компактно 5-мерно многообразие  $T^{1,1} = SU(2) \times SU(2) / U(1)$ . Първоначално е представена дефиницията на многообразието с конична сингулярност и е даден бърз преглед на тяхната връзка с разлежданата в оригиналната част на дисертацията нерелативистка холография. По-точно, както паралелни три-брани върху гладко многообразие са свързани със струнна теория върху  $AdS_5 \times S_5$ , по същия начин паралелни три-брани върху конусна сингулярност са свързани със струни върху многообразието  $Schr_5 \times T^{1,1}$ , поради което е необходимо да се анализира геометрията на конични многообразия. Отбелязано е също, че те водят до нарушаване на (част от) суперсиметриите в съответната полева теория.

Глава 8 напомня важната за анализа на нерелативистката холография  $TsT$  трансформация, която в случая представлява техническо средство за преминаване от релативистското анти-де-Ситерово пространство  $AdS_5$  към нерелативисткия му аналог  $Schr_5$ . Тази трансформация се прилага когато метриката не зависи от 2 ъглови променливи. Състои се от 3 стъпки:  $T$  трансформация по първата ъглова променлива, транслация (**shift**) по втората ъглова променлива в новата система и  $T$  трансформация отново по първата ( $T$ - пробразувана) променлива. В литературата  $TsT$  трансформацията е формализирана по този начин за първи път от Фролов, Ройбан и Цейтлин.

В глава 9 са описани оригиналните резултати в дисертацията, именно получени са струнни конфигурации от тип „гигантски магنون“ и „шиповидна струна“ върху многообразието  $Schr_5 \times T^{1,1}$ . Това е постигнато след като авторът многоетапно е приложил знанията си описани в предходните глави:  $TsT$  трансформация, резултатите на Клебанов и Уитен за струнни теории върху конични многообразия. Струнното действие се записва като нелинеен сигма модел включващ В-поле, породено от  $TsT$  трансформацията. Приложен е подходящ анзац, в който са изведени и решени заедно с връзките уравненията за движение, отговарящи на търсените струнни решения след налагане на подходящи гранични условия. Задачата се свежда до задача за движение на ефективни точкови частици. За последните са определени точките на обръщане (в които кинетичната енергия изцяло преминава в потенциална). След дълги пресмятания са определени дисперсионните съотношения и е показано, че в границата когато параметърът в метриката на многообразието  $T^{1,1}$  клони към 1,  $T^{1,1}$  клони към  $S_5$  дисперсионните съотношения се свеждат към тези в струнната част на релативистското  $AdS/CFT$  – съответствие.

#### 4. Кратка характеристика на научните приноси.

Основните приноси в дисертацията са следните:

1. Намерени са точни решения от тип „гигантски магنون“ и от тип „шиповидна струна“ в класическата теория на струните върху пространството  $Schr_5 \times T^{1,1}$ .

2. Изведени са изрази за дисперсионните съотношения за тези струнни решения. Те са трансцендентни функции на енергията, за разлика от подобни съотношения за подобни струнни решения в по-симетрични пространства.

3. Показано е, че в подходящи граници на част от параметрите изведените дисперсионни съотношения се свеждат до известните в литературата за релативистката холография.

4. Добре подобреният и структуриран обзорно-образователен материал е също принос, без който четенето на оригиналните резултати би било много затруднено.

## **5. Публикации и значимост на резултатите.**

Дисертацията е базирана на 3 статии, 2 от които са публикувани във водещи световни списания с импакт фактор - една в *Journal of Physics A* и една в *JHEP*; третата статия е публикувана в *Journal of Physics and Technology*, Plovdiv University Press. Досега са забелязани **5** независими цитирания от чуждестранни автори на тези статии,

Характерът на тези трудове и техният брой напълно удовлетворява изискванията на ФзФ на СУ „Св. Климент Охридски“ за получаване на образователната и научна степен „доктор“.

По отношение на значимостта на научните резултати в дисертацията определено може да се каже, че те са принос към активните многобройни изследвания в областта на **AdS/CFT** –съответствието.

## **6. Забележки.**

Нямам критични забележки по същество освен наличието на известен брой печатни грешки, а също и правописни грешки, свързани с неправилно използване на пълния/непълния определителен член, характерни за младото поколение. Това, разбира се, изобщо не се отразява на математическата коректност и висока стойност на получените резултати.

## **7. Лични впечатления .**

Дисертацията е приятно и интересно написана. Особено впечатление ми направи „притчата“ за струната в увода. Тя показва, че този дисертационен труд е дълбоко преживян както интелектуално, така и емоционално от неговия автор.

## **8. Заключение.**

Защитаваният дисертационен труд се отличава със следните достойнства:

- Резултатите отразени в дисертацията са нови за дадената област. Те са нов нетривиален принос към систематичното изследване на **AdS/CFT**–съответствието
- В дисертацията се решават актуални сложни проблеми, които са от съществено значение за развитието на дадената област в условията на силна международна конкуренция.

- Дисертантът демонстрира много добро познаване на литературата и задълбочено вникване и разбиране на основните проблеми по дадената тематика и методи за решаване им.
- Дисертантът показва професионални умения при боравене със сложен съвременен математичен и теоретичен апарат.
- Публикациите на резултатите в дисертацията са във водещи съвременни световни физически списания.

Въз основа на горните преценки напълно определено считам, че представената дисертация е на високо научно ниво и изцяло удовлетворява изискванията за получаване на научно-образователната степен „доктор“. Няма съмнение, че Иво Николаев Илиев е вече изграден млад учен с много добри перспективи за развитие и успешна бъдеща научна кариера. Поради това без колебание препоръчвам на високоуважаемото научно жури към Физическия факултет на СУ „св. Кл.Охридски“ да присъди на Иво Николаев Илиев научната и образователна степен „доктор“.

4.07.2021 г.

проф. дфзн Светлана Пачева