Р Е Ц Е Н З И Я

на дисертационния труд "Алгебрични методи за изучаване на някои комбинаторни конфигурации и техни приложения"

от Тедис Арбен Рамай

за присъждане на образователната и научна степен "Доктор"

в Научна област 4. Природни науки, математика и информатика

Професионално направление 4.5 Математика

Докторска програма "Алгебра, топология и приложения"

1 Обща характеристика на дисертационния труд и представените материали

Десертационният труд се състои от увод, три глави и библиогрфия. Дължината му е 86 страници. Първата глава дава някои предварителни сведения за ортогонални масиви и полиноми на Кравчук. Втората глава представя оригиналните резултати за спектрите на троичните ортогонални масиви. Третата глава е посветена на научните приноси за радиуса на покритие на троичен ортогонален масив. Библиографията се състои от 44 заглвия. Поточно, тя съдържа 31 статии, 12 монографии и една библиотека от данни. Три от горе-споменатите статии отразяват научните приноси на дисертацията. От останалите 28 статии, седем са публикувани след 2000 г., девет са се появили в периода 1980 г. - 1999 г., три са от 1960-1979, осем са от 1940 г. - 1959 г. и една е от 1929 г. Дванадесетте цитирания на монографии се отнасят до единадесет книги. Три от тях са публикувани след 2000 г., пет в периода 1990 г. - 1999 г., две през 1965 г. - 1975 г. и една през 1939 г. Равномерното разпределение във времето на публикуването на цитираната библиогрфия показва, че Тедис Рамай е запозната както с класическите резултати, така и със съвременните постижения в областта на своите научни изследвания.

2 Биографични данни и лични впечатления

Тедис Арбен Рамай е придобила бакалавърската си степен по математика в "Aleksander Xhuvani" Университет на Елбасан през 2011 г. През 2013 г. получава магистърска степен по математика от Университета на Тирана. От 2013 г. до 2020 г. работи като хоноруван асистент в "Aleksander Xhuvani" Университет на Елбасан, Университета на Тирана и Политехническия университет на Тирана. От ноември 2020 г. е редовен асистент към катедра "Алгебра и теория на числата" на Факултета по природни науки на Университета на Тирана. От 2018 г. Тедис Рамай е докторант към докторска програма "Алгебра, топология и приложения" на Факултета по математика и информатика на Софийски университет "Св. Климент Охридски".

Познавам Тедис Арбен Рамай от октомври 2018 г. като член на изпитната комисия за общия и докторантски минимум по алгебра. Тя се беше подготвила задълбочено и внимателно по конспекта и заслужено получи отлична оценка. Освен от този изпит, личните ми впечатления от Тедис Рамай са формирани от доклада и върху спектрите на троичните ортогонални масиви на Пролетната научна сесия на Факултета по математика и информатика към Софийски университет "Св. Климент Охридски" през 2019 г. Нейният доклад беше много добре организиран, осмислен и представляваше интерес не само за специалистите в областта на ортогоналните масиви, но и за математиците извън тази област на научни изследвания.

3 Съдържателен анализ на дисертационния труд

Първата глава на дисертационния труд напомня някои свойства на ортогоналните масиви и техните спектри, които се изразяват чрез полиноми на Кравчук и адитивни характери. Раздел 1.1 е посветен на историята на ортогоналните масиви и някои примери. В раздел 1.2 са събрани някои свойства на параметрите на ортогоналните масиви. Раздел 1.3 обсъжда съответствието между ортогоналните масиви и шумо-защитните кодове. След въвеждане на дължината, размерността и минималното разстояние на код се разглежда дуалността между кодове, техните пораждащи и проверочни матрици. Специално внимание е отделено на линейните ортогонални масиви и съответните им линейни кодове. Раздел 1.4 напомня определението и някои свойства на полиномите на Кравчук. Преобладаваща част от резултатите са изложени заедно с техните доказателства. Същият раздел дава определение за адитивен характер на крайна група G. Специално внимание е отделено на характерите на адитивните групи $(\mathbb{F}_{p^e}, +)$ на крайните полета $\mathbb{F}_{p^e}$ и на адитивните групи $(\mathbb{Z}_{p^e}, +)$ на примарните пръстени от остатъци $\mathbb{Z}_{p^e}$. Обяснена е подробно конструкцията на характери на G^n, $n \in \mathbb{N}$ от характери на G. Изложението обсъжда също формулировката и доказателството на Лемата на Delsarte, изразяваща сума на адитивни характери на $\mathbb{Z}_p^e$ чрез стойност на полином на Кравчук. В раздел 1.4 са дадени също неравенства върху спектъра на необезателно линеен код $C \subset H(n,q)$ с $|C| = M$ елемента, в които участват стойности на полиноми на Кравчук. Той характеризира ортогоналните масиви със сила t и M реда в $H(n,q)$ чрез адитивни характери на полето $\mathbb{F}_q = \mathbb{F}_{p^e}$, отъждествено с линейното пространство $(\mathbb{F}_p)^e$ над простото подполе $\mathbb{F}_p$. Последният пети раздел на първата глава е посветен на спектрите на кодовете и ортогоналните масиви. Бих искала да отбележа три важни резултата за спектъра $(p_0, p_1, \ldots, p_n)$ на (M, n, q, t)-ортогонален масив, които са формулирани и доказани в Раздел 1.5. Всички те са изразени чрез линейни уравнения върху $p_0, p_1, \ldots, p_n$. Лемата на Delsarte от началото на 1970-те години задава хомогенна система линейни уравнения върху $p_0, p_1, \ldots, p_n$, чиито коефициенти са стойности на подходящи полиноми на Кравчук в целите числа от 0 до n. Основният резултат на статия на Манев от 2020 г. е линейно уравнение върху $p_0, p_1, \ldots, p_n$, чиито коефициенти са стойности на произволен поплином $f(x) \in \mathbb{R}[x]$ от степен $\deg f(x) \leq t$ в $0, 1, \ldots, n$. Свободният член $f_0 M$ зависи от първия коефициент f_0 на развитието $f(x) = f_0 + \sum_{j=1}^{t} f_j K_j(x)$ на $f(x)$ относно ортогоналната система на полиномите на Кравчук $K_0(x), K_1(x), \ldots, K_t(x)$. Като непосредствено следствие от резултата на Манев е изведено линейно уравнение върху $p_0, p_1, \ldots, p_n$, чиито коефициенти са стойности на произволен полином $f(x) \in \mathbb{R}[x]$ от степен $\deg f(x) \leq t$ в точките $1 - \frac{2i}{n} \in [-1, 1]$, $0 \leq i \leq n$. Свободният член $a_0 M$ зависи от първия коефициент a_0 на разлагането $f(x) = a_0 + \sum_{j=1}^{t} a_j Q_j(x)$ на $f(x)$ относно нормализираните полиноми на Кравчук $Q_0(x) = 1$, $Q_1(1), \ldots, Q_t(x)$. Резултатът на Манев и неговото следствие са формулирани и доказани в Теорема 1.5.3.

Втората глава е посветена на спектъра на троичните ортогонални масиви. Раздел 2.1 формулира и доказва резултат на Бойваленков и Кулина от 1998 г. Неговата Теорема 2.1.2 напомня формулировката и доказателството на четири системи линейни уравнения върху спектъра на ортогонален масив, изведени в статията на Манев от 2020 г. За една от тези системи е изложено доказателството на Манев за намиране на явен базис на пространството от решения на съответната хомогенна система линейни уравнения. Раздел 2.1 продължава с пет комбинаторни тъждества от книгата на Riordan. Три от тях са дадени с техните доказателства и се използват в доказателството на Манев за обръщане на матрица от мономи и в неговата горна граница върху компонентите на спектър на ортогонален масив. Раздел 2.2 излага алгоритъма на Манев за намиране на допустимите спектри $p = (p_0, p_1, \ldots, p_n)$ на OA(M, n, q, t). Той започва с намиране на горна граница $u = (u_0, u_1, \ldots, u_n)$ върху p, използвайки първата част на доказателството на Теорема 1.5.3 за полином $f(x)$ с $f(i) \geq 0$ за всички $0 \leq i \leq n$. След това се избират $t+1$ последователни компоненти на u, които имат колкото може по-големи стойности и се означава с s броя на компонентите преди избраните. За да се опище множеството S от решенията на системата линейни уравнения $Ax^T = a$ върху p от Теорема 2.1.2 (iv) е приложена алтернативата на Fredholm. Според нея, $S = x_o + V$ е афинното пространство, получено от линейното пространство V на решенията на $Ax^T = \mathbb{O}_{(t+1)\times 1}$ чрез транслация с частно решение x_o на $Ax^T = a$. Стълбовете на A, номерирани с $s+1, \ldots, s+t+1$ образуват биномна матрица $R_t \in M_{(t+1)\times(t+1)}(\mathbb{Z})$, чиято обратна $R_t^{-1} \in M_{(t+1)\times(t+1)}(\mathbb{Z})$ е намерена в явен вид в Лема 2.1.7. Това дава Гаус-Жорданов вид $B = R_t^{-1}A = (B_1 I_{t+1} B_2)$ на A с явно зададени $B_1 \in M_{(t+1)\times s}(\mathbb{Z})$, $B_2 \in M_{(t+1)\times(n-t-s)}(\mathbb{Z})$ и матрица $B^\perp = \begin{pmatrix} I_s & -B_1^\perp & \mathbb{O}_{s\times(n-t-s)} \\ \mathbb{O}_{(n-t-s)\times s} & -B_2^\perp & I_{n-t-s} \end{pmatrix} \in M_{(n-t)\times(n+1)}(\mathbb{Z})$, чиито редове образуват базис на V. Нека x_o е частното решение на $Bx^T = R_t^{-1}a = b$, получено чрез анулиране на първите s и на последните $n-s-t$ компоненти. Да означим с V_o множеството на линейните комбинации на редовете на $B^\perp$ с неотрицателни цели коефициенти, ограничени отгоре от първите s компоненти и последните $n-s-t$ компоненти на u. Тогава всяко $y = (y_0, y_1, \ldots, y_n) \in x_o + V_o$ има неотрицателни компоненти $y_i \geq 0$ за всички $0 \leq i \leq s-1$ и $s+t+1 \leq i \leq n$. Достатъчно е да проверим, че $y_i \geq 0$ за всички $s \leq i \leq s+t$, за да твърдим, че y е допустим спектър на ортогонален масив. Раздел 2.2 завършва с оригинално приложение на Теорема 2.1.2 (i)-(iv) към множеството на спектрите на ортогоналните масиви със сила 5 и индекс 6 в $H(13,3)$. Освен съответните четири системи линейни уравнения $Ax^T = a$, той дава матриците $R_t^{-1}, B = R_t^{-1}A, B^\perp$, отговарящи на системата $Ax^T = a$ от Теорема 1.2.1 (iv) и горна граница u върху p. Раздел 2.3 е посветен на някои оригинални резултати на дисертационния труд. Той предоставя явни формули за елементите на матрицата $B^\perp$, чиито редове пораждат пространството от решения на хомогенната система линейни уравнения $Bx^T = \mathbb{O}_{(t+1)\times 1}$, както и за елементите на частното решение $x_o = (\mathbb{O}_{1\times s}, \xi, \mathbb{O}_{1\times(n-s-t)}) \in M_{1\times(n+1)}(\mathbb{Z})$ на $Bx^T = b$ с $\xi = (\xi_0, \ldots, \xi_t) \in M_{1\times(t+1)}(\mathbb{Z})$. В случая на четна сила t е доказано, че всички елементи на $B_1 \in M_{(t+1)\times s}(\mathbb{Z})$, $B_2 \in M_{(t+1)\times(n-t-s)}(\mathbb{Z})$ и $\xi^T \in M_{(t+1)\times 1}(\mathbb{Z})$ от m-тия ред имат един и същи знак $(-1)^m$. Като следствие се получават горни граници $p_l \leq \min\left(\lfloor\frac{\xi_o}{b_{0l}}\rfloor, \lfloor\frac{\xi_1}{b_{1l}}\rfloor, \ldots, \lfloor\frac{\xi_t}{b_{tl}}\rfloor\right)$ за всички $0 \leq l \leq s-1$ и всички $s+t+1 \leq l \leq n$. Ортогоналните масиви са обекти с изобилие от симетрии, които позволяват свързването на параметрите на C с параметрите на производните ортогонални масиви на C. Затова изучаването на спектъра на C чрез спектрите на производните ортогонални масиви на C може да се разглежда като реализация на идеята на Felix Klein за изучаване на геометрии чрез техните групи от симетрии. По-точно, ако C е $(\lambda q^t, n, q, t)$-ортогонален масив с $n > t$ и C' е получен от C чрез отстраняване на стълб, то C' е $(\lambda q^t, n-1, q, t)$-ортогонален масив. За всяко $\alpha \in \mathbb{F}_q$ или $\alpha \in \mathbb{Z}_q$, подматрицата C_α на C', чиито редове са съдържали α в отстранения стълб е $(\lambda q^{t-1}, n-1, q, t-1)$-ортогонален масив. В Следствие 2.4.1 са събрани някои неравенства между спектрите на C, C_α и $\cup_{\beta\in\mathbb{F}_q\setminus\{\alpha\}} C_\beta$, изведени в статията на Манев от 2020 г. По-точно, първите n компоненти на вътрешен спектър на C ограничават отгоре произволен вътрешен спектър на C_α, докато последните n компоненти на вътрешен спектър на C ограничават отгоре произволен външен спектър на C_α. Всеки външен спектър на $\cup_{\beta\in\mathbb{F}_q\setminus\{\alpha\}} C_\beta$ е равен на покомпонентната разлика на вътрешни спектри на C и C_α. Теорема 2.4.2 на Бойваленков и Кулина от 1998 г. изразява спектъра на C

чрез всевъзможните спектри на C', разгледани с техните кратности. Гореспоменатите резултати са използвани за намиране на всички спектри на $(18, 7, 3, 2)$-ортогоналните масиви чрез техните производни $(6, 6, 3, 1)$-ортогонални масиви C_α с $\alpha \in \mathbb{F}_3$. Последният, пети раздел на глава 2 излага резултатите за несъществуване и структурните резултати, получени чрез явните равенства и неравенства от Раздел 2.3. Раздел 2.5.1 намира всички допустими спектри на $(4.3^3, n, 3, 3)$-ортогоналните масиви C и техните производни $(4.3^2, n-1, 3, 2)$-оротогонални масиви C_α, $\alpha \in \mathbb{F}_3$ с $n \in \{16, 17\}$. Прилагат се неравенствата от Следствие 2.4.1, за да се изключат някои от тях. За всяка допустима двойка от спектри на C и C_α се пресмята спектъра на $(8.3^2, n, 3, 2)$-ортогоналния масив $C_\beta \cup C_\gamma$, $\{\alpha, \beta, \gamma\} = \mathbb{F}_3$. Чрез равенствата от Теорема 2.1.2, процедурата установява несъществуването на $(4.3^3, 17, 3, 3)$-оротогонални масиви. Несъществуването на $(4.3^3, 16, 3, 3)$-ортогонален масив изисква по-нататъшно приложение на Теорема 2.4.2. Оригиналните резултати от раздел 2.3 и гореспоменатите процедури, доказващи несъществуването на троични ортогонални масиви със сила 3, дължина $n \in \{16, 17\}$ и индекс 4, отразяват резултатите на статия на Бумова, Рамай и Стоянова в "Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences" от 2021 г. Несъществуването на $(4.3^3, 17, 3, 2)$-ортогонален масив е установено също чрез различен алгоритъм в статия на Бумова, Маринова, Рамай и Стоянова в Annual of Sofia University "St. Kliment Ohridski" от 2019 г. Този алгоритъм изразява спектрите на C, C', C_0 и $C_1 \cup C_2$ чрез броя y_i, съответно, $\overline{y_i}$ на нулевите, съответно, на ненулевите елементи на отстранения стълб на i-тия блок на C. По определение, i-тият блок на C се състои от редовете на C, които са на разстояние i от отправната точка. Освен гореспоменатите резултати за несъществуване, статията на Бумова, Рамай и Стоянова от "Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences" - 2021 г. предоставя два структурни резултата, които са изложени в раздел 2.5.2. Единият от тези резултати редуцират възможните спектри на троични ортогонални масиви със сила 3, дължина 15 и индекс 4. Другият резултат установява съществуването на най-много един, явно зададен спектър на троичен ортогонален масив със сила 5, дължина 16 и индекс 6.

Последната трета глава извежда аналитична горна граница върху радиуса на покритие $\rho(C)$ на ортогонален масив C, използвайки линейната система върху спектъра на C, дадена в Теорема 2.1.2 (iv). Съответните резултати са публикувани в съвместна статия с Бумова и Стоянова в тома на Международния Workshop по Алгебрична и комбинаторна теория на кодирането от 2020 г. За спектъра $p(x) = (p_0(x), p_1(x), \ldots, p_n(x)) \in (\mathbb{Z}^{\geq 0})^{n+1}$ на фиксиран ортогонален масив C относно вътрешна точка $x \in H(n, q) \setminus C$ да забележим, че $p_0(x) = 0$ и да означим с $j(x) \in \mathbb{Z}^{\geq 0}$ неотрицателното цяло с $p_0(x) = \ldots = p_{j(x)}(x) = 0$ и $p_{j(x)+1}(x) \neq 0$. Раздел 3.1 напомня, че ако J е максимумът на $j(x)$ за всички $x \in H(n, q) \setminus C$, то радиусът на покритие на C е $\rho(C) = J + 1$. По-точно, за всяко $x \in H(n, q) \setminus C$ имаме $p_{j(x)+1}(x) \neq 0$ за някое $j(x) + 1 \leq J + 1$ и съществува точка $y(x) \in C$ с $d(x, y(x)) = j(x) + 1 \leq J + 1$. Още повече, ако $J = \max\{j(x) \,|\, x \in H(n, q) \setminus C\} = j(x_o)$ се достига в точка $x_o \in H(n, q) \setminus C$, то е изпълнено $p_0(x_o) = \ldots = p_J(x_o) = 0$ и $p_{J+1}(x_o) \neq 0$, така че разстоянието $d(x_o, C) := \min\{d(x, y) \,|\, y \in C\}$ от x_o до C е $d(x_o, C) = J + 1$. Вземайки предвид $\rho(C) = \max\{d(x, C) \,|\, x \in H(n, q) \setminus C\}$, стигаме до извода, че $\rho(C) = J + 1$. Що се отнася до множеството на всички ортогонални масиви C с фиксирана сила t, дължина n, индекс λ и q нива, имаме $\rho(C) \leq J + 1$, където максимумът J е върху множеството $Q(\lambda q^t, n, q, t)$ на всички допустими външни спектри на $(\lambda q^t, n, q, t)$-ортогонални масиви. Раздел 3.2 използва оригиналните резултати от раздел 2.3 за получаване на аналитична горна граница $\rho(C) \leq n - t$ върху радиуса на покритие $\rho(C)$ на $(\lambda q^t, n, q, t)$-ортогонален масив C. По-точно, ако се ограничим върху спектрите $p \in M_{1 \times (n+1)}(\mathbb{Z})$ с $p_0 = \ldots = p_{n-t-1} = 0$, то съответната система линейни уравнения $Bx^T = b$ върху p има матрица от коефициенти $B = (B_1 I_{t+1})$ с $B_1 \in M_{(t+1) \times (n-t)}(\mathbb{Z})$ и единствено решение $p = (\mathbb{O}_{1 \times (n-t)} b_0, \ldots, b_{t+1})$. Следствие 3.2.1 установява, че $b_0 = \lambda \binom{n}{t}$ и $b_1 = -\lambda \binom{n}{t-1}(n - t - q - 1)$, откъдето $p_{n-t} = b_0 = \lambda \binom{n}{t} \neq 0$ и радиусът на покритие удовлетворява неравенството $\rho(C) \leq J + 1 = n - t$. Още повече, използвайки $b_1 < 0$, раздел 3.2 доказва, че $\rho(C) \leq n - t - 1$, когато $n - t > q - 1$. С явни примери е показано,че равенството $\rho(C_1) = n - t$ се достига от ортогонален масив C_1 с $n - t = q - 1$, докато $\rho(C_2) = n - t - 1$ се достига от ортогонален масив C_2 с $n - t > q - 1$. Последният раздел 3.3 използва неравенствата върху спектъра на C и C_α, $\alpha \in \mathbb{F}_q$, дадени в Следствие 2.4.1, както и формулата за b_0, приложена към ортогоналните масиви C_0 и $\cup_{\beta \in \mathbb{F}_q^*} C_\beta$, за горната граница $\rho(C) \leq n-t-2$ в случая $n > 2(t+q-1)$. Дисертационният труд илюстрира горната граница $\rho(C) \leq n - t - 2$ върху три примера на троични ортогонални масиви с известни спектри.

Приносите на дисертационния труд включват явни формули за частно решение $x_o = (\mathbb{O}_{1\times s}, \xi, \mathbb{O}_{1\times(n-s-t)}) \in M_{1\times(n+1)}(\mathbb{Z})$ на системата $Bx^T = b$ върху спектъра $p \in M_{1\times(n+1)}(\mathbb{Z})$ на ортогонален масив, както и явни формули за елементите на матрицата $B^\perp$, чиито редове пораждат пространството от решения на $Bx^T = \mathbb{O}_{(n+1)\times 1}$. Тези формули са използвани за несъществуването на троични ортогонални масиви със сила 3, индекс 4 и дължина $n \in \{16, 17\}$. Гореспоменатите явни формули редуцират съществено множеството на допустимите спектри на $(4.3^3, 15, 3, 3)$-ортогоналните масиви и на $(6.3^5, 16, 3, 5)$-ортогоналните масиви. Измежду авторските приноси е явна горна граница върху радиуса на покритие на ортогонален масив и две подобрения на тази граница за специални стойности на параметрите. Подходящи примери илюстрират, че трите горни граници се достигат от ортогонални масиви със специфични параметри.

4 Апробация на резултатите

Дисертационният труд на Тедис Рамай отразява резултатите на три статии. Една от тях е публикувана през 2021 г. в списание с IF от четвърти квартил, друга е излязла през 2019 г. в реферирано и индексирано списание, а третата е в том на международна конференция от 2020 г. Публикациите на Тедис Арбен Рамай и носят 72 точки съгласно Постановление 26/13.02.2019 за изменение и допълнение на Правилника за прилагане на Закона за развитие на академичния състав в Република България. Това надвишава повече от два пъти необходимите 30 точки за придобиване на образователната и научна степен "Доктор". По-точно, статията в списание с IF от четвърти квартил дава 36 точки, докато останалите две статии се оценяват с по 18 точки. Всички публикации на Тедис Рамай са съвместни с нейните научни ръководители доц. д-р Мая Стоянова и доц. д-р Силвия Бумова. Статията от 2019 г. е съвместна и с Таня Маринова. Съгласно предоставените декларации, приносите на всички съавтори са равностойни. Компютърен тест е доказал, че резултатите на дисертацията са оригинални и няма плагиатство. Научните приноси на дисертационния труд са докладвани на шест международни и национални конференции и семинари.

Гореспоменатите наукометрични критерии и съдържателен анализ ме убедиха, че дисертационният труд "Алгебрични методи за изучаване на някои комбинарторни конфигурации и техни приложения" на Тедис Арбен Рамай удовлетворява минималните национални изисквания на Постановление 26/13.02.2019 за изменение и допълнение на Правилника за прилагане на Закона за развитие на академичния състав в Република България, както и изискванията на Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в Софийски университет "Св. Климент Охридски".

5 Качества на автореферата

Английският и българският автореферати отразяват правилно съдържанието и научните постижения на дисертационния труд. Работите на други автори са цитирани подходящо с прецизна формулировка на резултатите и точно посочване на съответния източник.

6 Критични бележки и препоръки

Няколко печатни грешки в дисертацията не намаляват високото и качество. Препоръчвам на Тедис Рамай да продължи да работи в областта на ортогоналните масиви със същата задълбоченост, с която е написала дисертационния си труд.

7 Заключение

Съгласно впечатленията ми от дисертационния труд и съответните му научни трудове, основавайки се на направения анализ на тяхната научна значимост и приложимост, потвърждавам, че представеният дисертационен труд и съответните му научни публикации, както и качеството и оригиналността на представените в тях резултати и постижения, отговарят на изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България, Правилника за неговото прилагане и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в Софийски университет "Св. Климент Охридски" за придобиване на образователната и научна степен "Доктор" в Научна област 4. Природни науки, математика и информатика, Професионално направление 4.5 Математика. В частност, Тедис Арбен Рамай изпълнява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените научни трудове.

Въз основа на гореизложеното, оценявам положително и препоръчвам на Научното жури да присъди на Тедис Арбен Рамай образователната и научна степен "Доктор" в Научна област 4. Природни науки, математика и информатика, Професионално направление 4.5 Математика (Алгебра, топология и приложения).

12 април 2021

проф. д-р Азнив Киркор Каспарян
Катедра Алгебра
Факултет по математика и информатика
Софийски Университет "Св. Климент Охридски"