Р Е Ц Е Н З И Я

на дисертационния труд
"Алгоритми за характеризация на ортогонални масиви"
от Таня Тодорова Маринова
за присъждане на образователната и научна степен "Доктор"
в Научна област 4. Естествени науки, математика и информатика,
Професионално направление 4.5 Математика
Докторска програма "Алгебра, топология и приложения"

1 Обща характеристика на дисертационния труд и представените материали

Дисертационният труд съдържа 117 страници. Той се състои от увод, четири глави и библиография. В първа глава са събрани някои предварителни сведения за ортогонални масиви. Втората глава отразява резултатите на три статии за спектрите на двоични ортогонални масиви. Третата глава е посветена на приносите на две статии за спектрите на троични ортогонални масиви. Четвъртата глава се отнася до енергии на ортогонални масиви и представя резултатите на една статия. Библиографията съдържа 59 заглавия. Те включват 47 статии, 9 монографии, две библиотеки от данни и един справочник. Шест от гореспоменатите 47 статии отразяват резултатите на дисертационния труд. От останалите 41 статии, 17 са публикувани между 2000 г. и 2021 г., 16 са се появили в периода 1980-1999, 7 са от 1950 г. - 1979 г. и една е от 1947 г. Две от цитираните моногрфии са публикувани между 2000 г. и 2021 г., четири са от периода 1980 г. - 1999 г., две са от 1960 г. - 1979 г. и една е от 1939 г. Гореизложеното свидетелства за това, че Таня Маринова е придобила задълбочени познания за ортогонални масиви чрез подробно изучаване на класическите резултати и съвременните постижения в тази област.

2 Биографични данни и лични впечатления

Таня Тодорова Маринова е бакалавър по информатика от 2011 г. През 2013 г. тя придобива магистърска степен по информатика (Дискретни и алгебрични структури). Таня Маринова е задочен докторант в докторската програма "Алгебра, топология и приложения" от 2014 г. По време на обучението си за магистърска и докторска степен, тя работи като програмист и старши програмист. По този начин тя развива едновременно теоретичните си познания в областта на математиката и практическите си умения за програмиране. Това се оказва стабилна предпоставка за постигане на значими научно-изследователски резултати в избраната от нея област.

Познавам Таня Маринова от 2014 г. През юни 2014 г. бях в комисията за приемния и изпит в докторската програма "Алгебра, топология и приложения". През април 2015 г. участвах в комисията на общия и докторантски минимум по алгебра. По време на зимния семестър на 2016-2017 уч.г. бях член на комисията за специализирания и докторантски минимум върху сферични кодове, ортогонални масиви и дизайни. На всички изброени изпити Таня Маринова се представи отлично, както при излагане на теорията, така и при решаването на задачи. Упоритата и работа при подготовката за тези изпити и даде възможност да покаже задълбочени познания върху основата на абстрактната алгебра и нейните приложения към теорията на ортогоналните масиви.

Освен от изброените три докторантски изпита, познавам Таня Маринова от нейните доклади на международни и национални научни форуми. По-точно, през ноември 2014 г.

слушах доклада и "Combinatorial bounds for energies of codes in Hamming spaces" върху съвместна работа с Петър Бойваленкив, Мая Стоянова и Мила Сукалинска на Националния семинар с международно участие по теория на кодирането "Професор Стефан Додунеков" във Велико Търново. През декември 2014 г. Таня Маринова представи доклад "Computing distance distributions of ternary orthogonal arrays" по съвместна работа с Мая Стоянова на конференцията "125 години математика и природни науки в Софийски университет "Св. Климент Охридски". На Пролетната научна сесия на Факултета по математика и информатика към Софийски университет "Св. Климент Охридски" през март 2015 г., Таня Маринова докладва върху "Bounds on energy of codes and designs in $H(n,q)$". През март 2016 г. тя изнесе доклад "Non-existence of some binary orthogonal arrays" върху съвместна работа с Петър Бойваленков и Мая Стоянова на Пролетната научна сесия на Факултета по математика и информатика към Софийски университет "Св. Климент Охридски" На единадесетия международен workshop "Algebraic and Combinatorial Coding Theory който се проведе в Албена през юни 2016 г., бяха представени две статии с участието на Таня Маринова. Това бяха "Non-existence of $(96, 9, 4)$ and $(112, 10, 5)$ binary orthogonal arrays" върху съвместна работа с Петър Бойваленков и Мая Стоянова, както и "Non-existence of $(112, 9, 4)$ and $(224, 10, 5)$ binary orthogonal arrays" върху съвместни резултати с Мая Стоянова.

От гореспоменатите изпити и доклади останах с много хубави впечатления за Таня Маринова. Убедена съм, че нейната подготовка е пълна и нейната работа е прецизна, сериозна и упорита.

3 Съдържателен анализ на дисертационния труд

Ортогоналните масиви обобщават понятията латински квадрат и двойка взаимно перпендикулярни латински квадрати, които са вдъхновени от работи на Leonard Euler. Като комбинаторни обекти с изобилие от симетрии, ортогоналните масиви се изучават чрез инвариантността на техните параметри под действие на специфични биективни изображения. Това е в духа на Ерлангенската програма на Felix Klein за класификация на геометрични обекти посредством техните групи от симетрии. Наличието на много симетрии налага силни ограничения върху съществуването на ортогонални масиви и поражда съществени препятствия пред тяхната класификация.

В първата глава на дисертацията са събрани някои предварителни сведения за ортогонални масиви в Хеминговото пространство $H(n,q)$ на наредените n-торки с елементи от крайно поле $\mathbb{F}_q$. В статия от 1992 г. Levenshtein въвежда понятието полиномиално компактно метрично пространство (X, d) с нормализирана мярка μ. Хеминговото пространство $H(n,q)$ е компактно метрично пространство относно разстоянието на Хеминг $d(a,b)$, което е равно на броя на различните компоненти на $a = (a_1, \dots, a_n), b = (b_1, \dots, b_n) \in H(n,q)$. Нормализираната мярка μ върху $H(n,q)$ се задава като $\mu(S) := \frac{|S|}{q^n}$ за произволно подмножество $S \subseteq H(n,q)$ с $|S|$ елемента. За да формулираме по-точно, да фиксираме стандартна субституция $\sigma(d)$, която по определение е непрекъсната строго намаляваща функция на разстоянието d със стойности в затворения интервал $[-1, 1]$. За Хеминговото пространство $H(n,q)$ се избира $\sigma(d) := 1 - \frac{2d}{n}$. Levenshtein доказва съществуването на единствена система $\{Q_i(x) \,|\, 0 \leq i \leq n\}$ от ортогонални полиноми $Q_i(x)$ от степен $\deg Q_i(x) = i$ с $Q_i(1) = 1$ и еднозначно определени константи $r_i \in \mathbb{R}^{>0}$, така че $\frac{r_i}{q^2} \sum\limits_{a,b \in H(n,q)} Q_i(\sigma(d(a,b))) Q_j(\sigma(d(a,b))) = \delta_{ij}$ за делта-функцията на Kronecker δ_{ij}. Тук $Q_i(x)$ са нормализираните полиноми на Кравчук. Още повече, съществуват естествени числа $m_i \in \mathbb{N}$ и ненулеви непрекъснати функции $w_{ij} : H(n,q) \to \mathbb{C}$, $1 \leq j \leq m_i$, така че $Q_i(\sigma(d(a,b))) = \sum\limits_{j=1}^{m_i} w_{ij}(a)\overline{w_{ij}(b)}$ за всички $a, b \in H(n,q)$. Гореспоменатите свойства превръщат Хеминговото пространство $H(n,q)$ в полиномиално метрично пространство.

Раздел 1.1 на дисертационния труд обяснява някои свойства на Хеминговото пространство $H(n, q)$, разгледано като полиномиално метрично пространство. Той описва нормализираните полиноми на Кравчук $Q_i(x) \in \mathbb{R}[x]$, $0 \leq i \leq n$ и изброява някои свойства на техните корени. Специално внимание е отделено на така наречените ядра $T_k(x, y) := \sum_{i=0}^{k} r_i Q_i(x) Q_i(y) \in \mathbb{R}[x, y]^{(\mathrm{sym})}$, $0 \leq k \leq n$ на полиномите на Кравчук $Q_i(x)$, присъединените полиноми на Кравчук $Q_i^{p,q}(x) \in \mathbb{R}[x]$ за $p, q \in \{0, 1\}$, както и на ядрата $T_k^{p,q}(x, y) := \sum_{i=0}^{k} r_i Q_i^{p,q}(x) Q_i^{p,q}(y) \in \mathbb{R}[x, y]^{(\mathrm{sym})}$, $0 \leq k \leq n$ на $Q_i^{p,q}(x)$. В раздел 1.1 са включени редица равенства и неравенства за корените на гореспоменатите полиноми от $[-1, 1]$. Раздел 1.2 напомня определението за ортогонален масив C с параметри $(\lambda q^t, n, q, t)$. Това е такава матрица $C \in M_{\lambda q^t \times n}(\mathbb{F}_q)$ с λq^t реда и n стълба над $\mathbb{F}_q$, че редовете на произволна подматрица с λq^t реда и t стълба съдържат точно λ пъти всяка дума от $H(t, q)$. Естественото число t се нарича сила на C, а естественото число λ е индексът на C. Произволен ортогонален масив C с параметри $(\lambda q^t, n, q, t)$ може да се разглежда като подмножество на $H(n, q)$ с λq^t елемента, ако редовете на C се броят с техните кратности. Спектърът $W(C, c)$ на C относно $c \in H(n, q)$ е наредената $(n+1)$-торка $W(C, c) = (w_0(c), w_1(c), \ldots, w_n(c)) \in (\mathbb{Z}^{\geq 0})^{n+1}$, където $w_i(c)$ е броят на думите (редовете) на C, които са на разстояние $i \in \{0, 1, \ldots, n\}$ от c. Раздел 1.2 напомня някои известни свойства на ортогоналните масиви, които включват поведението на техните параметри при отстраняване на стълб, последвано от разлагане. Той изброява някои биективни трансформации на ортогонални масиви, които запазват техните параметри. Раздел 1.3 формулира основната задача за оценка на индекса на ортогонален масив с фиксирана сила t в $H(n, q)$. Той напомня горната и долната граници на линейното програмиране на Delsarte, долната и горната граници на Rao, долната и горната граници на Singleton, горната граница на Плоткин и долната и горната граници на Levenshtein. Раздел 1.4 припомня резултат на Бойваленков и Кулина от 2013 г., който дава начални данни за алгоритмите, изложени в следващите глави. Споменатият резултат е система линейни уравнения върху спектъра на ортогонален масив, чиито свободни членове зависят от първите коефициенти на разлаганията на $x^0, x^1, \ldots, x^t$ относно нормализираните полиноми на Кравчук $Q_i(x)$. Останалата част от раздел 1.4 обяснява защо множеството $W(\lambda q^t, n, q, t)$ на всички възможни спектри $W(C, c)$ на ортогонални масиви C с фиксирана сила $t \in \mathbb{N}$ и индекс $\lambda \in \mathbb{N}$ в $H(n, q)$ относно произволни точки $c \in H(n, q)$ се изчерпва от множеството на всички $W(C, c_o)$ относно фиксирана точка $c_o \in H(n, q)$. Аналогично, множествата $P(\lambda q^t, n, q, t)$, съответно, $Q(\lambda q^t, n, q, t)$ на всички възможни спектри $W(C, c)$ на ортогонални масиви в $H(n, q)$ с фиксирана сила $t \in \mathbb{N}$ и индекс $\lambda \in \mathbb{N}$ относно произволни вътрешни точки $c \in C$, съответно, относно произволни външни точки $c \in H(n, q) \setminus C$ се изчерпват от множеството на всички такива $W(C, c_o)$ относно фиксирана точка $c_o \in C$, съответно, относно фиксирана точка $c_o \in H(n, q) \setminus C$.

Втората глава на дисертацията отразява оригиналните резултати за спектрите на двоични ортогонални масиви. Раздел 2.1 напомня някои важни свойства на ортогоналните масиви в $H(n, 2)$ и известните долни граници за индекса на ортогонален масив със сила $2 \leq t \leq 10$ в $H(n, 2)$ с $4 \leq n \leq 20$. Раздел 2.2 разглежда конструкции на производни ортогонални масиви с по-малки параметри. Това включва отстсраняването на стълб на $(\lambda 2^t, n, 2, t)$-ортогонален масив C с $n > t$, което дава $(\lambda 2^t, n-1, 2, t)$-ортогонален масив C'. Множествата C_0, съответно, C_1 на редовете на C', чиито праобрази в C са съдържали 0, съответно, 1 в премахнатия стълб образуват ортогонални масиви с параметри $(\lambda 2^{t-1}, n-1, 2, t-1)$. Раздел 2.3 е посветен на някои зависимости между вътрешните спектри на двоичен ортогонален масив C и вътрешните спектри на неговите производни масиви C', C_0, C_1. За целта, за всяко $0 \leq i \leq n$ се разглежда i-тия блок на C, съставен от думите на разстояние i от отправната точка. Ако y_i, съответно, x_i е броят на нулите, съответно, на единиците в премахнатия стълб на i-тия блок, то спектърът на C_0, съответно на C_1, се задава чрез числата y_i, съответно, чрез числата x_i. Вътрешните спектри на C и C' са изразени чрез вътрешните спектри на C_0, C_1. Да фиксираме вътрешен спектър $P(C,c)$ на $(\lambda 2^t, n, 2, t)$-ортогонален масив C и да разгледаме всички възможни спектри $P(C_1, c') = (x_1, \ldots, x_n)$ на C_1, които се получават от всевъзможните спектри $P(C', c')$ на C'. Раздел 2.3 изразява $P(C,c)$ чрез всички възможни $P(C_1, c')$ и техните кратности. Гореспоменатите зависимости между спектрите на C, C', C_0, C_1 дават първия алгоритъм за редукция на множеството $P(\lambda 2^t, n, 2, t)$. Раздел 2.4 обсъжда втория основен алгоритъм, който редуцира множеството $W(\lambda 2^t, n, 2, t)$ на всички (вътрешни и външни) спектри на ортогонални масиви със сила t и индекс λ в $H(n, 2)$. Той дава по две формули за спектрите на C_0, C_1 на езика на спектрите на C, C'. Всеки $(\lambda 2^t, n, 2, t)$-ортогонален масив C има антиподален масив $\overline{C}$ със същите параметри, който се получава от C чрез размяна на нулите с единиците. Спектрите на C и $\overline{C}$ са взаимно симетрични относно средата си. Размяната на нулите и единиците във фиксиран l-ти стълб на C води до $(\lambda 2^t, n, 2, t)$-ортогонален масив $C_l^{1,0}$. Спектърът на $C_l^{1,0}$ е изразен чрез спектрите на C_0, C_1, откъдето и чрез спектрите на C, C'. Да фиксираме спектър $W(C,c)$ на $(\lambda 2^t, n, 2, t)$-ортогонален масив C и да разгледаме всевъзможните спектри $W(C', c')$ на $(\lambda 2^t, n-1, 2, t)$-ортогоналните масиви C', които се получават от C чрез премахване на стълб. Тогава всевъзможните $W(C_1, c')$и техните кратности са достатъчни за изразяване на $W(C,c)$. Зависимостите между спектрите на C, C', C_0, C_1, изведени в раздел 2.4, са използвани за построяване на втория, основен алгоритъм за редукция на $W(\lambda 2^t, n, 2, t)$, който е обяснен в края на този раздел. Раздел 2.5 развива трети алгоритъм за редукция на $W(\lambda 2^t, n, 2, t)$ с $n-1 > t$. Той се основава на отстраняването на два стълба от първоначално зададения $(\lambda 2^t, n, 2, t)$-ортогонален масив C. Зависимостите от раздел 2.4 между спектрите на първоначално зададения ортогонален масив и неговите производни масиви са приложени чрез отстраняване на l-тия стълб, последвано от отстраняване на m-тия стълб на C, както и чрез първоначално отстраняване на m-тия стълб, последвано от отстраняване на l-тия стълб на C. Гореспоменатите конструкции са съчетани със размяна на нулите и единиците в l-тия стълб на C, както и с размяната на нулите и единиците едновременно в l-тия и в m-тия стълб на C. Раздел 2.5 завършва с кратко обяснение на обобщения, трети алгоритъм за редукция на $W(\lambda 2^t, n, 2, t)$. Раздел 2.6 обяснява подробно третия алгоритъм и дава някои идеи за подобряване на неговата скорост. Раздел 2.7 илюстрира конструираните три алгоритъма върху множеството $W(5.2^3, 20, 2, 3)$ на спектрите на ортогоналните масиви със сила $t = 3$ и индекс $\lambda = 5$ в $H(20, 2)$. Последният раздел 2.8 от втора глава формулира оригиналните резултати за несъществуване, които са получени чрез прилагане на трите разработени алгоритъма. Тези резултати включват ортогонални масиви със сила $4 \leq t \leq 10$ и индекс $\lambda \in \{6, 7, 10, 11, 13\}$ в $H(n, 2)$ с $10 \leq n \leq 15$, които се задават с 42 множества от параметри. Гореспоменатите резултати за несъществуване на двоични ортогонални масиви дават точна долна граница $\Lambda(n, 2, 4)$ върху индекса на ортогонален масив със сила 4 в $H(n, 2)$ с $9 \leq n \leq 12$, както и точна долна граница $\Lambda(n, 2, 5)$ върху индекса на ортогонален масив със сила 5 в $H(n, 2)$ с $10 \leq n \leq 13$.

Третата глава на дисертационния труд отразява оригиналните резултати за спектрите на троични ортогонални масиви. Раздел 3.1 напомня някои свойства на троичните ортогонални масиви и дава таблица с известните долни граници върху индекса на ортогонален масив със сила $2 \leq t \leq 10$ в $H(n, 3)$ с $4 \leq n \leq 25$. Раздел 3.2 извежда зависимости между вътрешните спектри на троичен ортогонален масив и неговите производни масиви. За произволен $(\lambda 3^t, n, 3, t)$-ортогонален масив с $n > t$ и произволни $1 \leq l \leq n$, $0 \leq i \leq n$, да означим с y_i, z_i, u_i броя на компонентите на l-тия стълб на i-тия блок на C, които са равни съответно на $0, 1, 2$. Тогава $\overline{y_i} = z_i + u_i$ е броят на ненулевите компоненти в l-тия стълб на i-тия блок на C. Ортогоналните масиви C' с параметри $(\lambda 3^t, n-1, 3, t)$, които се получават от C чрез отстраняване на l-тия стълб се разлагат в обединение на $(\lambda 3^{t-1}, n-1, 3, t-1)$-ортогоналните масиви C_0, C_1, C_2, за които редовете на C_j са пунктиранията на онези редове на C, които са съдържали j в отстранения стълб. Спектрите на C_0, C_1, C_2 се състоят от числата y_i, z_i, u_i, а спектърът на обединението $\overline{C_0}$ на C_1, C_2 се задава с $\overline{y_i}$. Раздел 3.2 изразява вътрепните спектри на C, C' чрез спектрите $C_0, \overline{C_0}$. Той дава също по две формули за спектрите на $C_0, \overline{C_0}$ на езика на спектрите на C, C'. Последният, трети раздел на трета глава е посветен на модифициран, шести алгоритъм за редукция на множеството на вътрешните спектри на троични ортогонални масиви с фиксирани параметри. Чрез петия и шестия алгоритми е изведено несъществуването на $(4.3^3, 17, 3, 3)$-ортогонален масив. Това подобрява долната граница върху индекса на ортогонален масив със сила 3 в $H(17, 3)$.

Последната, четвърта глава извежда комбинаторни долни и горни граници за енергията на ортогонален масив. За произволен потенциал $h : [-1, 1] \to (0, +\infty)$, енергията на $(\lambda q^t, n, q, t)$-ортогонален масив C се определя като $\mathcal{E}(C, h) := \frac{1}{|C|} \sum\limits_{x,y \in C,\, x \neq y} h\left(1 - \frac{2d(x,y)}{n}\right)$. За произволна вътрешна точка $x \in C$, да означим с $p(x) = (p_0(x), p_1(x), \dots, p_n(x)) \in (\mathbb{Z}^{\geq})^{n+1}$ спектърът на C относно x. Раздел 4.1 изразява $\mathcal{E}(C, h)$ чрез $p_1(x), \dots, p_n(x)$ и свързва задачата за оценка на $\mathcal{E}(C, h)$ за всички $(\lambda q^t, n, q, t)$-ортогонални масиви C с явното описание на множеството $P(\lambda q^t, n, q, t)$. Раздел 4.2 дава комбинаторна долна граница $\mathcal{L}(\lambda q^t, n, q, t, h)$ и комбинаторна горна граница $\mathcal{U}(\lambda q^t, n, q, t, h)$ за $\mathcal{E}(C, h)$. Статия на Бойваленков, Драгнев, Hardin, Saff и Стоянова от 2017 извежда универсална долна граница $\mathcal{L}'(\lambda q^t, n, q, t, h)$ върху енергията на $(\lambda q^t, n, q, t)$-ортогонален масив относно потенциал h. Използвайки седми алгоритъм за намиране на $\mathcal{L}(\lambda q^t, n, q, t, h)$ и $\mathcal{U}(\lambda q^t, n, q, t, h)$, раздел 4.3 сравнява комбинаторната долна граница $\mathcal{L}(\lambda q^t, n, q, t, h)$ с универсалната долна граница $\mathcal{L}'(\lambda q^t, n, q, t, h)$ за пет двоични ортогонални масива и един троичен ортогонален масив спрямо три потенциала h_i, $1 \leq i \leq 3$. В четири от случаите на двоични ортогонални масиви, комбинаторната долна граница $\mathcal{L}(\lambda q^t, n, q, t, h)$ е по-добра от универсалната долна граница $\mathcal{L}'(\lambda q^t, n, q, t, h)$. В останалите два случая, всички разглеждани граници съвпадат, т.е. $\mathcal{L}'(3.2^3, 12, 2, 3, h_i) = \mathcal{L}(3.2^3, 12, 2, 3, h_i) = \mathcal{U}(3.2^3, 12, 2, 3, h_i)$, съответно, $\mathcal{L}'(3.3^5, 12, 3, 5, h_i) = \mathcal{L}(3.3^5, 12, 3, 5, h_i) = \mathcal{U}(3.3^5, 12, 3, 5, h_i)$ за всички $1 \leq i \leq 3$.

Накратко, измежду основните приноси на дисертационния труд са три алгоритъма за редукция на множеството на спектрите на двоични ортогонални масиви. Тези алгоритми дават точни долни граници върху индексите на ортогонални масиви със сила $4 \leq t \leq 5$ в $H(n, 2)$ с $9 \leq n \leq 13$. Оригиналните резултати включват също два алгоритъма за редукция на множеството на спектрите на троични ортогонални масиви с фиксирани параметри. Чрез четвъртия и петия алгоритъм е установено несъществуването на $(4.3^3, 17, 3, 3)$-ортогонален масив и е подобрена долната граница за индекса на ортогонален масив в $H(17, 3)$ със сила 3. Освен това, дисертацията предоставя алгоритъм за пресмятане на енергията на ортогонален масив относно зададен потенциал.

4 Апробация на резултатите

Дисертационният труд отразява резултатите на шест статии. Две от тях са в специализирани списания с IF от трети квартил, една е в списание с SJR, две са в индексирани и реферирани списания и една е в том от конференция. Публикациите на Таня Маринова и носят 156 точки, съгласно Постановление 26/13.02.2019 за изменение и допълнение на Правилника за прилагане на Закона за развитие на академичния състав в Република България. Това надвишава повече от пет пъти изискването от 30 точки за придобиване на образователната и научна степен "Доктор". По-точно, всяка от статиите в списания с IF от трети квартил носи по 45 точки, статията в списание с SJR се оценява с 30 точки и всяка от двете статии в индексирани и реферирани списания дава по 18 точки. Всички публикации на Таня Маринова са съвместни. Съгласно предоставените декларации, приносите на всички съавтори са равностойни. Чрез компютърен тест е установено, че резултатите на дисертационния труд са оригинални и няма плагиатство. Гореспоменатите шест статии са цитирани 12 пъти. Десет от цитиранията са в статии, фигуриращи във Web of Science или Scopus. Научните приноси на дисертацията са докладвани на осем международни и национални конференции и семинари.

Гореспоменатите наукометрични критерии и съдържателен анализ ме убедиха, че дисертационният труд "Алгоритми за характеризация на ортогонални масиви" на Таня Тодорова Маринова удовлетворява минималните национални изисквания на Постановление 26/13.02.2019 за изменение и допълнение на Правилника за прилагане на Закона за развитие на академичния състав в Република България, както и изискванията на Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в Софийски университет "Св. Климент Охридски".

5 Качества на автореферата

Двата автореферата - на български и на английски език отразяват правилно съдържанието и научните приноси на дисертацията. Статиите на други автори са представени акуратно в дисертацията и в авторефератите чрез точна формулировка и подробно описание на съответните източници.

6 Критични бележки и препоръки

Има някои печатни грешки в дисертацията и в авторефератите, които не влияят върху тяхното високо качество. Препоръчвам на Таня Маринова да продължи научно-изследователската си работа със същата воля и енергия, които показа като докторантка.

7 Заключение

Съгласно впечатленията ми от дисертационния труд и съответните му научни трудове, основавайки се на направения анализ на тяхната научна значимост и приложимост, потвърждавам, че представеният дисертационен труд и съответните му научни публикации, както и качеството и оригиналността на представените в тях резултати и постижения, отговарят на изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България, Правилника за неговото прилагане и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в Софийски университет "Св. Климент Охридски" за придобиване на образователната и научна степен "Доктор" в Научна област 4. Природни науки, математика и информатика, Професионално направление 4.5 Математика. В частност, Таня Тодорова Маринова изпълнява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените научни трудове.

Въз основа на гореизложеното, оценявам положително и препоръчвам на Научното жури да присъди на Таня Тодорова Маринова образователната и научна степен "Доктор" в Научна област 4. Природни науки, математика и информатика, Професионално направление 4.5 Математика (Алгебра, тоология и приложения).

12 април 2021

проф. д-р Азнив Киркор Каспарян
Катедра Алгебра, Факултет по математика и информатика
Софийски университет "Св. Климент Охридски"