

## РЕЦЕНЗИЯ

по конкурс за заемане на академична длъжност "професор"  
в професионално направление 4.5 Математика (Крайни геометрии)  
за нуждите на Софийски университет "Св. Климент Охридски" (СУ),  
Факултет по математика и информатика (ФМИ),  
обявен в Държавен Вестник бр. 67 от 4.08.2023 г.  
и на интернет страниците на ФМИ и СУ

Рецензията е изготвена от проф. д-р Азнив Киркор Каспарян, Катедра Алгебра, Факултет по математика и информатика, Софийски университет "Св. Климент Охридски", професионално направление 4.5 Математика, в качеството ми на член на научното жури по конкурса съгласно Заповед № РД-38-576/5.10.2023 г. на Ректора на Софийския университет. За участие в обявения конкурс е подала документи единствен кандидат - доцент, доктор на науките Ася Петрова Русева от Катедра Геометрия, Факултет по математика и информатика, Софийски университет "Св. Климент Охридски".

### 1 Общо описание на представените материали

#### 1.1 Данни за кандидатурата

Представените по конкурса документи от кандидата съответстват на изискванията на Закона за развитие на академичния състав на Република България, Правилника за неговото прилагане и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в Софийски университет "Св. Климент Охридски" (ПУРПНСЗАДСУ).

Доц. дн Ася Русева участва в конкурса с осемнадесет статии и една книга. Дванадесет от споменатите статии са публикувани в специализирани научни списания, а останалите шест - в томовете от международни конференции. Част от книгата "Аспекти на комбинаториката" може да служи като учебник по комбинаторика и крайни геометрии за студентите от Нов български университет и Софийски университет "Св. Климент Охридски". Последните глави съдържат някои съвременни резултати, така че тази книга може да се разглежда и като монография. Седемнадесет от гореспоменатите статии и книгата са съвместни, а една от статиите е самостоятелна. Всички съавтори на доц. дн Ася Русева са обявили равностойност на приносите на съавторите в съвместните публикации.

Документите, предоставени за конкурса от доц. дн Ася Русева, съдържат доказателства за научно-метричните показатели и цитиранията на статиите за участие в конкурса. Те включват също дипломи за завършване на висше образование, за придобиване на ОНС "Доктор", за придобиване на научната степен "Доктор на науките",

свидетелство за придобиване на научното звание "Доцент", както и удостоверение за повече от 30 години трудов стаж в Катедра Геометрия на Факултета по математика и информатика, Софийски университет "Св. Климент Охридски" и справка за общата и аудиторна заетост за последните 10 години.

## **1.2 Данни за кандидата**

Доц. дн Ася Русева работи в катедра Геометрия на Факултета по математика и информатика на Софийски университет "Св. Климент Охридски" повече от тридесет години. В просъжание на пет години след дипломирането си като Магистър по математика (Геометрия) през 1988 г., тя е хоноруван асистент. От 1993 г. доц. дн Ася Русева е назначена за редовен асистент. През 2001 г. става старши асистент, а през 2003 г. - главен асистент. От 2009 г. е доцент в катедра Геометрия. През 2004 г. придобива ОНС "Доктор", а през 2020 г. защитава дисертация за придобиване на научното звание "Доктор на науките".

Доц. дн Ася Русева има h-index 4. Тя е член на геометричното дружество към Съюза на математиците в България. Била е ръководител на десет научни проекта "Крайни геометрии, структури на инцидентност и приложения" с фонд научни изследвания на Софийски университет "Св. Климент Охридски" и член на два научни проекта с фонд научни изследвания на Министерство на образованиеот и науката. Тя е написала двадесет и девет рецензии за специализираното научно списание "Designs, codes and cryptography".

## **1.3 Обща характеристика на научните трудове и постижения на кандидата**

Научните трудове на доц. дн Ася Русева са в областта на крайните геометрии и техните приложения към теория на кодирането и криптографията. Комбинирайки геометрични и комбинаторни разглеждания с полиномиални техники и компютърни имплементации, тя е постигнала забележителни резултати за линейни кодове, арки и блокиращи множества, отнасящи се към тяхната конструкция, разширимост и числови характеристики. Статиите на доц. дн Ася Русева въвеждат нови методи за решаване на задачи за предаване на информация чрез комбинация на класически геометрични подходи със съвременни комбинаторни техники. Нейните приноси обогатяват съществуващите познанията от теория на кодирането и криптографията, решават трудни съвременни задачи и формулират интересни хипотези.

Доц. дн Ася Русева има общо 55 публикации, от които 30 са в специализирани научни списания, а 25 са в томовете от международни конференции и симпозиуми. Деветнадесет от публикациите на доц. дн Ася Русева са в списания с IF, две са с SJR и 29 са в списания, реферирани в Zentralblatt. Известни са 54 цитирания на нейните научни трудове, от които 42 са индексирани в Web of Science или в Scopus. Доц. дн Ася Русева е изнесла 87 доклада на международни и национални научни форуми в Германия, Франция, Русия, САЩ, България, както и по време на посещенията си в Университета на Gent, Белгия или в Metropolitan College към Бостънския университет, САЩ.

Научните трудове на доц. дн Ася Русева удовлетворяват и надвишават съществено минималните национални изисквания на Постановление 26/13.02.2019 за прилагане на Закона за развитие на академичния състав в Република България, както и допълнителните изисквания на Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в Софийски университет "Св. Климент Охридски" за заемане на академичната длъжност "професор" в научната област и професионално направление на конкурса. По-точно, нейните постижения отговарят на 988 точки при необходими 550. От тях, научно-метричните показатели на осемнадесетте статии, представени за конкурса отговарят на 699 точки, вместо необходимите 300. Деветнадесетте цитирания, представени за конкурса отговарят на 124 точки, вместо необходимите 100. Научната степен "Доктор на науките", участието в два национални научни проекти и "Аспекти на комбинаториката" и носят 115 точки, вместо необходимите 100.

Представените от кандидата научни трудове не повтарят такива от предишни процедури за придобиване на научни звания и заемане на академични длъжности. Напълно съм убедена, че в научните трудове на доц. дн Ася Русева няма плагиатство.

#### **1.4 Характеристика и оценка на преподавателската дейност на кандидата**

Доц. дн Ася Русева е преподавала "Аналитична геометрия", "Проективна геометрия", "Дескриптивна геометрия", "Крайни геометрии" и други геометрични курсове за бакалаври и магистри от Факултета по математика и информатика на Софийски университет "Св. Климент Охридски". По време на практиката си от повече от 30 години, тя е развила умения за майсторско обяснение на материала и поддържане на постоянен контакт с аудиторията. Доц. дн Ася Русева е подготвила няколко хонорувани асистенти по геометрия. В момента тя работи със задочния докторант Емилиян Рогачев. Доц. дн Ася Русева е написала книгата "Аспекти на комбинаториката", която е едновременно учебник и монография в тази област.

#### **1.5 Съдържателен анализ на научните и научноприложните постижения на кандидата съдържащи се в материалите за участие в конкурса**

Научно-изследователската работа на доц. дн Ася Русева развива нови методи за изучаване на задачи от теорията за предаване на информация, чрез комбиниране на класически геометрични техники със сложни комбинаторни разглеждания и компютърни имплементации. Това и позволява да намери отговор на редица трудни въпроси от теория на кодирането и криптографията, които биха могли да имат практически приложения. По този начин, доц. дн Ася Русева обогатява съществуващите познания в теория на предаването на информация и се превръща в един от водещите специалисти в областта. Решавайки трудни съвременни задачи от теория на кодирането и криптографията, нейните резултати водят до интересни хипотези, оформящи развитието на тази област.

Да започнем с обсъждане на някои резултати на доц. дн Ася Русева, които касаят разширимост на линейни кодове и арки. През 1998 г. Додунеков и Simonis построяват съответствие между линейните  $[n, k, d]_q$ -кодове и  $(n, n - d)$ -арките в  $\mathbb{P}^{k-1}(\mathbb{F}_q)$ . Това води до формулиране на някои оптимизационни задачи от теория на кодирането на езика на структури на инцидентност в проективни пространства над крайни полета. Например, разширимостта на линейните кодове, достигащи долната граница  $g_q(k, d)$  на Griesmer върху дължината на  $\mathbb{F}_q$ -линеен код с размерност  $k$  и минимално разстояние  $d$ , е еквивалентна на разширимостта на съответната арка. В редица статии доц. дн Ася Русева извежда достатъчни условия за разширимост на  $t$ -квазиделими  $\text{mod } q$  арки. Те са формулирани на езика на параметрите на съответните блокиращи множества, съдържащи хиперравнина, или на езика на коефициентите на псевдо  $q$ -адично представяне на  $d$ , или на езика на дуалната  $(t \bmod q)$ -арка, въведена за целта. Нека  $H$  е проективна хиперравнина в  $\mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q)$  и  $P \in \mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q) \setminus H$ . Проекцията на  $\mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q) \setminus \{P\}$  върху  $H$  с център  $P$  издърпва произволна арка  $\mathcal{K}_o$  в  $H \simeq \mathbb{P}^{r-1}(\mathbb{F}_q)$  до арка  $\mathcal{K} \subset \mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q)$ , която се нарича повдигане на  $\mathcal{K}_o$ . Структурата на  $(t \bmod q)$ -арка е съвместима с повдигането на арки. По-точно, доказано е, че  $(t \bmod q)$ -арка в  $\mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q)$  е повдигната, ако ограниченията и  $\mathcal{K}|_H$  върху всички проективни хиперравнини  $H \subset \mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q)$  са повдигнати. Една от работите на доц. дн Ася Русева класифицира  $(t \bmod q)$ -арките в  $\mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q)$  за  $t \in \{2, 3\}$  и  $r \in \{2, 3\}$ . За нечетно  $q \geq 5$ ,  $(2 \bmod q)$ -арките в  $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_q)$  образуват четири класа. Освен арки, които са повдигнати от подходящи конфигурации от прави, моделите включват  $2\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_q)$  и обединението на затворена  $(q + 1)$ -арка в  $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_q)$  с една от нейните допирателни. Научните проноси на доц. дн Ася Русева включват класификацията на  $(3 \bmod 5)$ -арките в  $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_5)$ , която е направена чрез подходящ софтуерен пакет, генериращ съответните  $\mathbb{F}_5$ -линейни кодове. Класификацията на  $(3 \bmod 5)$ -арките  $\mathcal{K}$  в  $\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_5)$  се основава на описанието на конфигурациите от точки и прави на  $\mathcal{K}$ , както и на познаването на ограниченията  $\mathcal{K}|_H$  на  $\mathcal{K}$  върху проективни хиперравнини  $H \subset \mathbb{P}^3(\mathbb{F}_5)$ . От софтуерна имплементация следва съществуването на три  $(3 \bmod 5)$ -арки  $\mathcal{K}_i$ ,  $1 \leq i \leq 3$  в  $\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_5)$ , които не са повдигнати и не съдържат пълна проективна хиперравнина. Кратностите, разпределенията по прави и хиперравнини на всички точки на  $\mathcal{K}_i$ ,  $1 \leq i \leq 3$  са изброени в явен вид, както и мощностите, спектъра на хиперравнините и редовете на групите от автоморфизми на  $\mathcal{K}_i$ ,  $1 \leq i \leq 3$ . Като приложение на класификацията на  $(3 \bmod 5)$ -арките в  $\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_5)$  е доказано несъществуването на  $(104, 22)$ -арка в  $\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_5)$ . Изказана е хипотеза, че всяка  $(3 \bmod 5)$ -арка в  $\mathbb{P}^r(\mathbb{F}_5)$  с  $r \geq 4$  е повдигната. Една от работите на доц. дн Ася Русева предоставя геометрични конструкции на  $(3 \bmod 5)$ -арките  $\mathcal{K}_i \subset \mathbb{P}^3(\mathbb{F}_5)$ ,  $1 \leq i \leq 3$ , които не са повдигнати и не съдържат пълна проективна хиперравнина. Доказано е, че арката  $\mathcal{K}_1 \subset \mathbb{P}^3(\mathbb{F}_5)$  с размер 128 е едната от пълните 128-шапки, построени от Abatangelo-Korchmáros-Larato през 1996 г. За описанието на  $\mathcal{K}_2$  и  $\mathcal{K}_3$ , нека  $q = p^h$  е нечетно примарно естествено число,  $F(x_0, x_1, \dots, x_r) \in \mathbb{F}_q[x_0, x_1, \dots, x_r]^{(2)}$  е хомогенен полином от степен 2,  $\mathbb{V}(F) := \{[a_0 : a_1 : \dots : a_r] \in \mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q) \mid F(a_0, a_1, \dots, a_r) = 0\}$  е хиперповърхнината, определена от  $F$ , а  $S_q^{\text{not}}(F)$  е множеството на точките  $[a_0 : a_1 : \dots : a_r] \in \mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q) \setminus \mathbb{V}(F)$ , за които  $F(a_0, a_1, \dots, a_r)$  не е точен квадрат  $\mathbb{F}_q$ . Тогава  $\mathcal{K}_F = \left(\frac{q+1}{2}\right) \mathbb{V}(F) + S_q^{\text{not}}(F)$  е  $\left(\frac{q+1}{2} \bmod q\right)$ -арка в  $\mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q)$ , която не е повдигната за неизродена хиперповърхнина

$\mathbb{V}(F)$ . За неизродена елиптическа квадрика  $\mathbb{V}(F) \subset \mathbb{P}^3(\mathbb{F}_5)$ , арката  $\mathcal{K}_F = \mathcal{K}_2$  е неповдигнатата (3 mod 5)-арка с размер 143, докато за неизродена хиперболична квадрика  $\mathbb{V}(F) \subset \mathbb{P}^3(\mathbb{F}_5)$  се получава неповдигнатата (3 mod 5)-арка  $\mathcal{K}_F = \mathcal{K}_3$  с размер 168. Аналогично, ако  $q = p^{2h}$ ,  $h \in \mathbb{N}$  и  $H(x_0, x_1, \dots, x_r) \in \mathbb{F}_q[x_0, x_1, \dots, x_r]$  е неизродена ермитова форма, то  $\sqrt{q}\mathbb{V}(H)$  е  $(\sqrt{q} \bmod q)$ -арка в  $\mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q)$ , която не е повдигната.

Нека  $p$  е просто число, а  $\mathcal{K}$  е  $(t \bmod p)$ -арка в  $\mathbb{P}^r(\mathbb{F}_p)$ , чиито точки могат да са с кратности по-големи от  $t$ , но не надминават  $p - 1$ . След като доказва, че  $(0 \bmod p)$ -арките в  $\mathbb{P}^r(\mathbb{F}_p)$  образуват линейно пространство над  $\mathbb{F}_p$  с размерност  $\binom{p+r-1}{r}$ , което се поражда от допълненията  $\mathbb{P}^r(\mathbb{F}_p) \setminus H$  на проективните хиперравнини  $H \subset \mathbb{P}^r(\mathbb{F}_p)$ , една от работите на доц. дн Ася Русева установява, че всяка  $(t \bmod p)$ -арка е сума на повдигнати арки. Доказано е, че в проективната равнина  $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_p)$ , множеството на  $(0 \bmod p)$ -арките се поражда от  $p$  пространства  $V_i, 1 \leq i \leq p$  от арки, повдигнати ит точки  $P_i$  на коника в  $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_p)$ . В резултат, произволна  $(t \bmod p)$ -арка в  $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_p)$  може да се разложи в сума на най-много  $p$  повдигнати арки. Още повече, ако  $(q^2 + 1 - t)$ -шапка  $\mathcal{C}$  в  $\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_q)$  не съдържа равнина с мощност  $q + 2$  и  $t < t_0$  за минималното естествено  $t_0$ , за което съществува  $(q + 1 + t_0)$ -блокиращо множество в  $\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_q)$  без пълна права, то  $\mathcal{C}$  е разширяема.

Освен резултати за разширяемост и делимост на линейни кодове и арки, научните приноси на доц. дн Ася Русева включват построението и класификацията на оптимални кодове и арки. Нека  $n_q(k, d)$  е минималната дължина на  $\mathbb{F}_q$ -линеен код с размерност  $k$  и минимално разстояние  $d$ . Важна задача от теория на кодирането е изучаването на максимума  $t_q(k)$  на  $n_q(k, d) - g_q(k, d)$  за всички  $d$ . Няколко автори са установили, че  $\lim_{d \rightarrow \infty} [n_q(k, d) - g_q(k, d)] = 0$ . През 1974 г. Белов-Логачев-Сандимиров доказват, че  $n_q(k, d) = g_q(k, d)$  за всички  $d \geq (k - 2)q^{k-1} + 1$ , така че  $t_q(k) = \max_{1 \leq d \leq (k-2)q^{k-1}} [n_q(k, d) - g_q(k, d)]$ . След като формулира изучаването на  $t_q(k)$  на езика на арки и блокиращи множества, една от статиите на доц. дн Ася Русева извежда достатъчно условие за разширяемост на някои блокиращи множества в  $\mathbb{P}^{k-2}(\mathbb{F}_q)$  до блокиращи множества в  $\mathbb{P}^{k-1}(\mathbb{F}_q)$ . Като следствие, за произволно  $h \in \mathbb{N}$  и произволно нечетно просто число  $p$  са намерени горните граници  $t_{2h}(3) \leq 2^{h-1} - 5$ ,  $t_{p^{2h}}(3) \leq 2p^h - 1$ ,  $t_{p^{2h-1}}(3) \leq \frac{p^{2h-1}-3}{2}$ . Ако  $\mathcal{C}_q$  е  $(q^2 + 1)$ -шапка в  $\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_q)$ , известно е, че  $\mathcal{K}_q = \mathcal{C}_q + \mathbb{P}^3(\mathbb{F}_q)$  е Грийсмерова арка в  $\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_q)$  с размер  $n(\mathcal{K}_q) = |\mathcal{C}_q| + |\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_q)| = q^3 + 2q^2 + q + 2$  и максимална кратност на равнините  $w(\mathcal{K}_q) = w(\mathcal{C}_q) + w(\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_q)) = q^2 + 2q + 2$ . За проективни равнини  $\pi_0, \pi_1 \subset \mathbb{P}^3(\mathbb{F}_3)$  и проективна права  $l \subset \mathbb{P}^3(\mathbb{F}_3)$ , която е кръстосана с  $\pi_0 \cap \pi_1$ , арката  $\mathcal{K}'_3 = 2\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_3) - (\pi_0 + \pi_1 + l)$  има същия размер и максимална кратност на равнините, като  $\mathcal{K}_3 = \mathcal{C}_3 + \mathbb{P}^3(\mathbb{F}_3)$ . В статия на доц. дн Ася Русев е изказана хипотеза, че за достатъчно голямо  $q$ , всяка  $(n(\mathcal{K}_q), w(\mathcal{K}_q))$ -арка в  $\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_q)$  е от вида  $\mathcal{K}_q = \mathcal{C}_q + \mathbb{P}^3(\mathbb{F}_q)$ . Тази хипотеза е доказана за  $q = 5$  и  $q = 7$ , използвайки приводимостта на  $(a(p+1)+1, a)$ -блокиращо множество  $\mathcal{B} \subset \mathbb{P}^2(\mathbb{F}_p)$  към такова с параметри  $(a(p+1), a)$  за просто  $p$ ,  $1 \leq a < p$  и  $\mathcal{B}$  с повече от  $2p - 2$  точки с кратност 0. Друга работа на доц. дн Ася Русева описва (113, 29)-арките в  $\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_4)$  и използва наличните характеристики на (100, 26)-арките в  $\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_4)$ , за да изведе несъществуването на петмерни кодове на Griesmer над  $\mathbb{F}_4$ , които са с минимално разстояние  $d_0 \in \{295, 296, 335, 336\}$ . Като следствие са определени точните стойности на минималните дължини  $n_4(5, d_0)$  на петмерните линейни кодове над  $\mathbb{F}_4$  с минимално разстояние  $d_0$ . Известно е, че сумата

$\mathcal{B}_{r,q} = \mathbb{P}^2(\mathbb{F}_q) + 2\mathbb{P}^1(\mathbb{F}_q) \subset \mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q)$  на проективна равнина и две проективни прави е блокиращо множество с размер  $n(\mathcal{B}_{r,q}) = |\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_q)| + 2|\mathbb{P}^1(\mathbb{F}_q)| = q^2 + 3q + 3$  и минимална кратност на хиперравнините  $w(\mathcal{B}_{r,q}) = |\mathbb{P}^1(\mathbb{F}_q)| + 2|\mathbb{P}^0(\mathbb{F}_q)| = q + 3$ . За  $r \geq 3$  и  $q \geq 5$  статия на доц. дн Ася Русева доказва, че произволно  $(n(\mathcal{B}_{r,q}), w(\mathcal{B}_{r,q}))$ -блокиращо множество  $\mathcal{B}$  в  $\mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q)$  е от вида  $\mathcal{B} = \mathcal{B}_{r,q} = \mathbb{P}^2(\mathbb{F}_q) + 2\mathbb{P}^1(\mathbb{F}_q)$ . Същата статия установява, че съществуват пет класа на изоморфизъм на блокиращи множества в  $\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_3)$  с параметри  $(n(\mathcal{B}_{3,3}), w(\mathcal{B}_{3,3})) = (21, 6)$ . В резултат, произволно  $(22, 6)$ -блокиращо множество в  $\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_3)$  се редуцира до блокиращо множество с параметри  $(21, 6)$  и, в общия случай, произволно  $(n(\mathcal{B}_{3,q}) + 1, w(\mathcal{B}_{3,q}))$ -блокиращо множество в  $\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_q)$  с  $q \geq 3$  се редуцира до блокиращо множество с параметри  $(n(\mathcal{B}_{3,q}), w(\mathcal{B}_{3,q}))$ . Доказано е, че произволно блокиращо множество в  $\mathbb{P}^3(\mathbb{F}_4)$  с параметри  $(n(\mathcal{B}_{3,4}), w(\mathcal{B}_{3,4})) = (31, 7)$  е изоморфно на  $\mathcal{B}_{3,4} = \mathbb{P}^2(\mathbb{F}_4) + 2\mathbb{P}^1(\mathbb{F}_4)$  или на конус, чийто връх има кратност 3 и чийто основна крива е подравнината на Ваег.

Няколко статии на доц. дн Ася Русева изучават арки и кодове с малък брой разстояния на Hamming. За произволно цяло  $0 \leq \alpha < q$  и произволна арка  $\mathcal{K}_\alpha$  в  $\mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q)$ ,  $r \geq 2$ , чийто хиперравнини са с кратност  $w, w + 1, \dots, w + \alpha$  е доказано, че проективните подпространства  $U \simeq \mathbb{P}^s(\mathbb{F}_q)$  с размерност  $0 \leq s \leq r$  са с кратност  $\mathcal{K}_\alpha(U) \in \{u_s, u_s + 1, \dots, u_s + \alpha\}$  за някое  $u_s \in \mathbb{Z}^{\geq 0}$ . В резултат, всяка такава арка е от вида  $\mathcal{K}_\alpha = m\mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q) + \mathcal{K}'_\alpha$  за някое  $m \in \mathbb{Z}^{\geq 0}$  и арка  $\mathcal{K}'_\alpha \subset \mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q)$ , чийто точки са с кратност  $0, 1, \dots, \alpha$ . Нека  $L_r \simeq \mathbb{P}^1(\mathbb{F}_q) \subset \mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q)$  е права с кратност  $q, q + 1$  или  $q + 2$ , която се състои от точки с кратност  $0, 1$  или  $2$ . Да означим с  $\mathcal{O} \subset \mathbb{P}^2(\mathbb{F}_q)$  хиперовал, който се състои от  $q + 1$  точки с кратност  $0$  и една точка с кратност  $2$ . Доказано е, че ако равнинна арка  $\mathcal{K}_2 \subset \mathbb{P}^2(\mathbb{F}_q)$ , чийто хиперравнини са с кратност  $w, w + 1, w + 2$ , съдържа точка с кратност  $0$  и точка с кратност  $2$ , то  $\mathcal{K}_2$  е от вида  $\mathcal{K}_{2,1} = 2P$  за някоя точка  $P \in \mathbb{P}^2(\mathbb{F}_q)$ ,  $\mathcal{K}_{2,2} = L_2 + [\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_q) - L_2]$ ,  $\mathcal{K}_{2,3} = \mathcal{O} + [\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_q) - \mathcal{O}]$  или допълнение на  $\mathcal{K}_{2,j}$  за някое  $1 \leq j \leq 3$ . Нека  $\mathcal{K}'_{2,1} = P_1 + P_2$  за някои  $P_1, P_2 \in \mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q)$ ,  $r \geq 3$ ,  $\mathcal{K}'_{2,2} = \mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q) - \mathcal{K}'_{2,1}$  или  $\mathcal{K}'_{2,3} = L_r + [\mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q) - \text{Supp}(L_r)]$ . Доказано е, че ако  $\mathcal{K}_2$  е арка в  $\mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q)$  с  $r \geq 3$ , в която кратностите на хиперравнините принадлежат на интервала  $[w, w + 2]$  и достигат краищата на този интервал, то  $\mathcal{K}_2$  е от вида  $\mathcal{K}_2 = \mathcal{K}'_{2,j} + \gamma\mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q)$  за някои  $1 \leq j \leq 3$  и  $\gamma \in \mathbb{Z}^{\geq 0}$ . Нека  $A_2(n, \{d_1, d_2\})$  е максималната мощност на бинарен код с дължина  $n$  и с Хемингови разстояния  $d_1 \neq d_2$ . Работа на доц. дн Ася Русева доказва, че ако  $d_2 > 2d_1$ , то  $A_2(n, \{d_1, d_2\}) \leq n + 1$ . Това позволява извеждането на границите  $A_2(n, \{2, 4\}) = \binom{n}{2} + 1$  за  $\forall n \geq 6$ ,  $A_2(n, \{2, d\}) = n$  за  $\forall 5 \leq d \leq n - 2$  и  $A_2(n, \{2, n - 1\}) = n + 1$  за  $\forall n \geq 6$ , за които Бойваленков-Делчев-Зиновиев-Зиновиев изказват хипотеза през 2020 г. Още повече, ако двоичен код  $C \subset \mathbb{F}_2^n$  с мощност  $|C| > n + 1$  съдържа началото  $0^n \in C$ , има  $k_j$  думи с тегло  $d_j$  за  $1 \leq j \leq 2$  и  $d_1 + d_2 \in 2\mathbb{N} + 1$  е нечетно цяло, то параметрите на  $C$  изпълняват равенството  $2(k_1 + 1)k_2(d_2 - d_1) + (k_1 + k_2 + 1)d_1 = 0$ . За произволни  $p, q \in \mathbb{N}$  следва  $A_2(n, \{2p, 2p + 2q - 1\}) = n + 1$  и  $A_2(n, \{2p - 1, 2p + 2q - 2\}) = n + 2$ . Освен това, за произволни  $n, d_1, d_2 \in \mathbb{N}$  е изведено, че  $A_2(n, \{d_1, d_2\}) \leq \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ . Има предложена конструкция на бинарни кодове  $C \subset \mathbb{F}_2^n$  с разстояния  $2k - 2, 2k$  и мощност  $|C| = \frac{n(n-1)}{k(k-1)}$ , която използва  $2 - (n, k, 1)$ -дизайни.

Научните приноси на доц. дн Ася Русева включват конструкции на блокиращи множества с малка мощност. Обобщавайки идея на Ball за намиране на  $(q^2, q - 1)$ -блокиращо множество в  $\mathbb{F}_q^3$ , една от статиите конструира  $(q^2, q - n + 2)$ -блокиращо

множество в  $\mathbb{F}_q^n$  за произволни  $3 \leq n \leq q - 1$ . По-точно, нека  $T \simeq \mathbb{P}^{n-2}(\mathbb{F}_q)$  е проективно подпространство на  $\mathbb{P}^n(\mathbb{F}_q)$  с коразмерност 2 и  $H_0, H_1, \dots, H_q$  са проективните хиперравнини в  $\mathbb{P}^n(\mathbb{F}_q)$ , съдържащи  $T$ . Ако  $\mathcal{C} = \{x_1, \dots, x_q\}$  е  $q$ -арка в  $T$ , а  $L_i \simeq \mathbb{P}^1(\mathbb{F}_q)$ ,  $1 \leq i \leq q$  са проективни прави в  $\mathbb{P}^n(\mathbb{F}_q)$  с  $L_i \cap T = \{x_i\}$ , то  $\mathcal{B}_T = \cup_{i=1}^q (L_i \setminus \{x_i\})$  е  $(q^2, q - n + 2)$ -блокиращо множество в  $\mathbb{F}_q^n$ , което достига долната граница на Bruen  $\text{Br}(t, n, q) := (n + t - 1)(q - 1) + 1$  върху мощността на блокиращо множество в  $\mathbb{F}_q^n$ . Отстраняването на  $n - 2 + s$  точки от всяка от правите  $L_1, \dots, L_s$  дава  $(q^2 - s(n - 2 + s), q - (n - 2 + s))$ -блокиращо множество  $\mathcal{B}'_s$  в  $\mathbb{F}_q^n$ . В частност,  $\mathcal{B}'_1$  е  $(q - n + 1)$ -блокиращо множество в  $\mathbb{F}_q^n$  с минимална мощност  $q^2 - n + 1$ . Същата статия установява, че ако  $M(t, n, q)$  е минималната мощност на  $t$ -блокиращо множество в  $\mathbb{F}_q^n$ , то за всяко  $t \geq 3$  и всяко  $c \in \mathbb{R}^{>0}$  съществува такова  $n_0 \in \mathbb{N}$ , че  $M(t, n, q) \geq \text{Br}(t, n, q) + c$  за всички  $n \geq n_0$ . Авторите изказват хипотезата, че за всички  $n \in \mathbb{N}$  и  $t \geq q$ , долната граница на Bruen  $\text{Br}(t, n, q)$  върху мощността на  $t$ -блокиращо множество в  $\mathbb{F}_q^n$  не е точна. Подобна конструкция дава  $(q^2 + 2q - 1, q - n + 3)$ -блокиращо множество в  $\mathbb{F}_q^n$ . Статията предоставя също таблица с долни и горни граници върху мощността на  $t$ -блокиращо множество в  $\mathbb{F}_q^n$  за някои  $t \in \{3, 4\}$ ,  $3 \leq n \leq 5$  и  $4 \leq q \leq 13$ . По-общо нека  $S \simeq \mathbb{P}^r(\mathbb{F}_q)$ ,  $2 \leq r \leq n - 2$ , а  $T \simeq \mathbb{P}^{n-r-1}(\mathbb{F}_q)$  е непресичащо се с  $S$  допълнително проективно подпространство на  $\mathbb{P}^n(\mathbb{F}_q)$ ,  $\mathcal{K} = \{P_1, \dots, P_M\}$  е  $(M, w)$ -арка в  $S$ ,  $H \simeq \mathbb{P}^{n-1}(\mathbb{F}_q)$  е проективна хиперравнина в  $\mathbb{P}^n(\mathbb{F}_q)$ , съдържаща  $S$ , а  $\mathcal{L} = \{Q_1, \dots, Q_N\}$  е  $(N, u)$ -блокиращо множество в  $T \setminus (T \cap H) \simeq \mathbb{F}_q^{n-r-1}$ . За произволно  $1 \leq j \leq N$  да разгледаме проективното пространство  $S_j \simeq \mathbb{P}^{r+1}(\mathbb{F}_q)$ , породено от  $S$  и  $Q_j$ . Да положим  $a = \lfloor \frac{M}{N} \rfloor$  и да разбием  $\mathcal{K}$  в  $N$  подмножества  $C_1, \dots, C_N$  с мощност  $a$  или  $a + 1$ . За произволна точка  $P_i \in C_j$ , нека  $L_i \simeq \mathbb{P}^1(\mathbb{F}_q)$  е проективна права, която се съдържа в  $S_j$ , но не в  $S$ . Да предположим, че правите  $L_i$ , съдържащи се в  $S_j$  са кръстосани помежду си. Доказано е, че тогава  $\mathcal{B} = \cup_{i=1}^M (L_i \setminus \{P_i\})$  е блокиращо множество в  $\mathbb{P}^n(\mathbb{F}_q) \setminus H \simeq \mathbb{F}_q^n$  с мощност  $qM$  и с кратности на хиперравнините  $\geq t = \min(M - w, aqu)$ . Прилагането на гореспоменатата обща конструкция към различни специфични случаи дава таблица с долни и горни граници върху мощността на  $t$ -блокиращо множество в  $\mathbb{F}_4^n$  за  $4 \leq t \leq 7$  и  $3 \leq n \leq 9$ .

Една от статиите на доц. дн Ася Русева изучава  $p$ -ранга  $\text{rk}_p(A)$  на матрицата на инцидентност  $A$  на точките и правите в проективна равнина на Hjelmslev  $\mathbb{P}^2(R)$  над верижен пръстен  $R$  с  $|R| = q^2$ ,  $R/\text{Rad}(R) \simeq \mathbb{F}_q$ . Тази статия установява, че над пръстена  $R = \mathbb{Z}_4$ , 2-рангът на  $A$  е  $\text{rk}_2(A) = 12$ , докато над  $R = \mathbb{F}_2[u]/\langle u^2 \rangle$  е в сила  $\text{rk}_2(A) = 13$ . В случая на нечетно просто  $p$ , статията извежда, че  $\text{rk}_p(A) \geq \binom{p+1}{2}^h (q + 1) + 3q^2 - 2q$ , използвайки  $(0 \pmod{p})$ -арки в  $\mathbb{P}^2(R)$ . В частност, за  $|R| = 9$  е изпълнено  $45 \leq \text{rk}_3(A) \leq 76$ .

Доц. дн Ася Русева участва в конкурса с шест статии с IF от втори квартал, една статия с IF от трети квартал, четири статии с IF от четвърти квартал, две статии с SJR и пет статии в реферирани списания. Измежду деветнадесетте цитирания за участие в конкурса, дванадесет са индексирани в Web of Science или Scopus. Всички съавтори на съвместни статии са декларирали равностойността на приносите на съавторите в съвместните публикации. Гореспоменатите статии и цитирания не са използвани в предишни процедури за придобиване на научни звания и заемане на академични длъжности. Нямам съмнения за пагиатство. Горезложените обстоятел-

ства ме убедиха, че доц. дн Ася Русева изпълнява и дори преизпълнява значително всички изисквания за заемане на академичната длъжност ” професор” в катедра Геометрия на Факултета по математика и информатика на Софийски университет ”Св. Климент Охридски”.

## 1.6 Критични бележки и препоръки

Нямам критични забележки и предложения.

## 1.7 Лични впечатления за кандидата

Доц. дн Ася Русева е доказала изключителни качества в научно-изследователската и преподавателската си работа. Тя е изтъкнат специалист в областта на крайните геометрии и опитен преподавател. Доц. дн Ася Русева е уважавана за своята квалификация, отзивчивост, честност и прецизност във всяка работа. Тя е развила изключителни способности за работа в екип, които са довели до забележителни резултати в нейната научно-изследователска работа и са и спечелили репутацията на изтъкнат професионалист.

## 1.8 Заключение за кандидатурата

След като се запознах с представените в конкурса материали и научни трудове и въз основа на направения анализ на тяхната значимост и съдържащи се в тях научни и научно-приложни приноси, потвърждавам, че научните постижения отговарят на изискванията на Закона за развитие на академичния състав на Република България, Правилника за приложението му и съответния Правилник на Софийски университет ”Св. Климент Охридски” за заемане от кандидата на академичната длъжност ”професор” в професионални направление 4.5 ”Математика” (Крайни геометрии). В частност кандидатът удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените по конкурса научни трудове. Затова давам своята

**положителна оценка на кандидатурата.**

## 2 ОБЩО ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Въз основа на гореизложеното, **убедено препоръчвам** на научното жури да предложи на компетентния орган по избора на Факултета по математика и информатика при Софийски университет „Св. Климент Охридски“ да избере

**доц. дн Ася Петрова Русева**  
**да заеме академичната длъжност ”професор”**

в професионално направление 4.5 Математика (Крайни геометрии).

15.11.2023

Изготвила рецензията:

проф. д-р Азнив Каспарян