Р Е Ц Е Н З И Я

по конкурс за заемане на академична длъжност
"професор"
в професионално направление 4.5 Математика
(Диференциални уравнения, Хамилтонови системи),
за нуждите на Софийски университет "Св. Климент Охридски"(СУ),
Факултет по математика и информатика (ФМИ),
обявен в ДВ бр. 56 от 30.06.2023 г. и на интернет страниците на ФМИ и СУ "Св. Климент Охридски"

Рецензията е изготвена от проф. дмн Михаил Иванов Кръстанов от ФМИ на СУ "Св. Климент Охридски", в качеството му на член на научното жури по конкурса съгласно Заповед на Ректора № РД 38-519/29.08.2023 г. на Ректора на СУ "Св. Климент Охридски".

За участие в обявения конкурс е подал документи единствен кандидат:

доцент дн Огнян Борисов Христов

от катедра "Диференциални уравнения" към ФМИ на Софийски университет "Св. Климент Охридски".

I. Общо описание на представените материали

1 Данни за кандидатурата

Представените по конкурса документи от кандидата съответстват на изискванията на ЗРАСРБ, ППЗРАСРБ и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в СУ "Св. Климент Охридски" (ПУР-ПНСЗАДСУ). За участие в конкурса кандидатът доц. дн Огнян Борисов Христов е представил списък от общо 6 заглавия на публикации в чуждестранни научни издания. Представени са и 26 на брой други документи. Представените документи съдържат: обявата в ДВ; заявление за участие в конкурса; автобиография; дипломи за магистър, доктор, доктор на науките и доцент; служебна бележка и удостоверение за трудов стаж по специалността, издадени от СУ; документи, показващи покриването на минималните изисквания; списък на всички публикации; списък на публикациите, както и файлове със самите публикации и техните резюмета, с които участва в конкурса; справка от ИС "Авторите"; авторска справка на приносите в статиите, представени за конкурса; справка за изпълнение на допълнителните показатели от чл. 122 на ЗРАСРБ; списък с цитирания; справка за участието му в различни научно-изследователски проекти; лекции по обикновени диференциални уравнения, по Динамични системи и по Хамилтонови системи.

Всички документи по конкурса са добре оформени и представени във вид удобен за работа с тях. Авторската справка на представените резултати е изчерпателна и правилно отразява научните приноси в статиите, представени в настоящия конкурс.

2 Данни за кандидата

Доцент дн Огнян Борисов Христов завършва висшето си образование във Факултета по математика и информатика на СУ "Св. Климент Охридски" през 1984 г. със специализация по Устойчивост и управление на механични системи. През 1994 г. получава образователна и научна степен "кандидат на математическите науки", а през 2017 г. защитава дисертационния труд "Алгебрични, аналитични и геометрични изследвания върху някои крайномерни- и безкрайномерни Хамилтонови системи" и му е присъдена научната степен "Доктор ма науките" по научната специалност 4.5 Математика (Диференциални уравнения). В периода 1986 г. - 1989 г. работи като асистент в Техническия университет "Ангел Кънчев", Русе. От 1991 г. и досега работи във СУ "Св. Климент Охридски". Отначало работи като асистент (от 1991 г. до 2001 г.), от 2001 г. и досега - като доцент. Тук трябва да отбележа, че доцент Христов е бил ръководител на катедра Диференциални уравнения от април 2018 г. до март 2019 г. Направи ми впечатление, че доцент Христов е бил гост-професор в един американски университет, както и в много престижни европейски университети: University of Karlsruhe, Germany 1993-94, Warsaw University, Poland 1997, Humboldt University, Germany 2000, University of L'Akuila, Italy 2004, University of Kanzas, USA 2012, University of Groningen Holland, 2012, University of Utrecht Holland, 2012, Warsaw University of Technology, Poland 2014.

3 Обща характеристика на научните трудове и постижения на кандидата

От 6-те представени за участие в конкурса статии, статията [37] е публикувана в Nonlinear Dynamics (с импакт фактор 5.022/2020 и попада в квартил Q1); три статии са публикувани в списания, попадащи в групи с квартил Q2 (статията [36] е публикувана в Symmetry (с импакт фактор 2.645/2019), статията [38] е публикувана в European Physical Journal Plus (с импакт фактор 3.4/2021), статията [39] е публикувана в Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series B (с импакт фактор 1.2/2021)); статията [35] е публикувана в Advances in Mathematical Physics (с импакт фактор 0.936/2018 и попада в група с квартил Q3) и статията [23] е в Lecture notes in computer sciences (с импакт ранг 0.302/2018). Всички статии са самостоятелни. Освен резюмета на статиите на български и английски, доцент Христов е представил за наше улеснение и справка за своите научни приноси.

Тук трябва да отбележа, че представените от кандидата научни трудове не повтарят такива от предишни процедури, в които той е придобил научно звание и академична длъжност. Не ми е известно доказано по законоустановения ред плагиатство в представените по конкурса научни трудове.

В приведената по-долу таблица се вижда, че научните трудове отговарят на минималните национални изисквания (по чл. 2б, ал. 2 и 3 на ЗРАСРБ) и съответно на допълнителните изисквания на СУ "Св. Климент Охридски" за заемане на академичната длъжност "професор" в научната област и професионално направление на конкурса.

Група	**А**	**Б**	**В**	**Г**	**Д**	**Е**
Минимален брой точки	50	–	100	200	100	100
Постигнат брой точки	50	–	105	225	200	170

4 Характеристика и оценка на преподавателската дейност на кандидата

Преподавателската дейност на доцент Христов започва през 1986 г. като асистент в Технически университет "Ангел Кънчев Русе. От 1991 г. и досега той работи като преподавател в СУ "Св. Климент Охридски". От назначаването му и до сега доц. Христов има пълна аудиторна натовареност. Водил е упражнения по линейна алгебра, геометрия, анализ, обикновени и частни диференциални уравнения, числени методи и аналитична механика. Чел е лекциите на курсовете по диференциално и интегрално смятане, и обикновени и частни диференциални уравнения. Трябва да отбележа, че той е чел и много специализирани курсове, като Хамилтонови системи и хаос: аналитични методи - летен семестър 1997; неинтегруеми динамични системи. движение на твърдо тяло около неподвижна точка - летен семестър 1998; динамични системи - летен семестър 2000, 2009, 2013, 2022 зимен семестър 2002; Хамилтонови системи - зимен семестър 2001, летен 2021, 2022; диференцируем подход в теорията на общото икономическо равновесие - летен семестър 2003, 2004;. аналитична теория на диференциалните уравнения - зимен семестър 2005; микроикономика - зимен семестър 2006, 2007, 2008; вариационно смятане и приложения в икономиката - летен семестър 2006, 2007, 2008, 2009; алгебрични групи и диференциална теория на Галоа - зимен семестър 2015, 2022; матрични групи (съвместно с А. Божилов) - зимен семестър 2021, 2022. Тук трябва да отбележа, че той е чел лекции по динамични системи за докторанти в University of Tuzla, Bosnia and Herzegovina, през май 2011 г.

Доцент Христов е написал лекции по обикновени диференциални уравнения, по динамични системи и по хамилтонови системи. Доколкото ми е известно, той се ползва с уважение и авторитет пред студентите. За това свидетелстват успешно защитилите магистри: Христо Илиев (работи в БАН и Американски Университет), Николай Димитров (работи в Канада), Петя Христова, Петя Брайнова, Хермина Гарабедова, Йоана Йорданова, Венцислава Ботева, Катя Зафирова, Пенка Зафирова, Станислав Андреев, Свилен Попов, Антон Биков, както и успешно защитилия докторант: Георги Георгиев 2015 (работи в ФМИ, СУ).

5 Съдържателен анализ на научните и научно-приложните постижения на кандидата съдържащи се в материалите за участие в конкурса

Накратко ще представя представените публикации за участие в конкурса:

В статията [23] се изучават стационарните решения на едно частно диференциално уравнение, известно като уравнение на Фишер-Колмогоров-Петровски-Пискунов, като се предполага, че дифузният параметър $\varepsilon > 0$ е малък. Формулирана е сингулярно смутена гранична задача в интервала [0, 1]. Такъв тип задачи допускат решения, които съдържат вътрешни погранични слоеве, известни в литературата по името "spikes". Първо е направена оценка на максималния брой на вътрешни погранични слоеве. След това са изследвани възможните решения, при които гранични слоеве има само в крайните точки на интервал [0, 1]. В сила е следния резултат: За малки стойности на параметъра $\varepsilon > 0$ съществуват точно четири решения, които нямат вътрешни погранични слоеве и се апроксимират равномерно от явно зададени функции с експоненциално малка грешка. Изследвани са и възможните решения с n вътрешни погранични слоя. Доказан е аналогичен резултат, като са пресметнати и приблизителните положения на вътрешните погранични слоеве.

Останалите представени в конкурса статии изучават хамилтонови системи. Хамилтоновите системи се използват като модели в почти цялата физика. Те дават удобен начин да се запишат системите за движение, свързани със законите на класическата механика. Удобството е свързано с това, че скаларната функция на Хамилтон кодира цялата информация на $2n$ динамични уравнения от първи ред. Хамилтоновата формулировка обаче дава много повече от това опростяване. Наистина, ако позволим по-общи функции $H(q, p, t)$ и по-обща връзка между каноничните моменти и скоростите, тогава почти всички модели на класическата физика могат да се формулират с хамилтонова система, включително електромагнитните сили, които са не могат да се получат от скаларен потенциал. Но най-впечатляващ за мен е фактът, че и квантовата механика се получава формално от класическата механика чрез замяна на каноничния импулс в Хамилтониана с диференциален оператор.

Хамилтоновата структура на една система налага силни ограничения върху нейните решения: Когато хамилтонианът H не зависи от времето (т.е системата е автономна), енергията на системата $E := H(q,p)$ е постоянна. По подобен начин, ако хамилтонианът е независим от една от конфигурационните променливи, тогава тази променлива е постоянна. Това дава просто обяснение за връзката между симетриите на системата и нейните инварианти. А в това е и смисълът на теоремата на Ема Ньотер.

Един важен геометричен извод е, че познаването на n инварианти е достатъчно, за да характеризира напълно решението на $2n$ уравнения за една хамилтонова система с n степени на свобода. Това следва от теоремата за интегрируемост на Лиувил. Освен това, ако орбитите на такава система са ограничени, тогава почти всички орбити трябва да лежат на n-мерен тор. Тази силна структурна устойчивост на Хамилтоновата динамика е неочаквана дори в средата на 20 век, когато физиците започват първите компютърни симулации на динамични системи.

Една динамична система е интегрируема, когато може да бъде решена аналитично. Това почти никога не може да бъде направено (в термините на елементарните функции). Съществува един клас от хамилтонови системи (описвани с променливите действие и ъгъл), чиито решения могат да бъдат получени аналитично и има добре приета дефиниция за интегруемост за динамиката на Хамилтон, дължаща се на Лиувил, в която всяка интегрирума хамилтонова система е локално еквивалентна на една от тези системи. Когато една хамилтонова системиа с две или повече степени на свобода не е еквивалентна на система от този клас, то тя обикновено има хаотично движение.

Нека е зададена аналитична функция $H_0(p,q)$ и нека съответната хамилтонова система е интегрируема, т.е. съществуват n независими първи интеграла $F_1, F_2, \ldots, F_n$, които са в инволюция. Според Теоремата на Лиувил-Арнолд, когато множеството

$$M^n := \{(p,q) \in R^{2n} : \; F_i(p,q) = c_1, i = 1, \ldots, n\}$$

е компактно, то то е дифеоморфно на n-мерен тор T^n. инвариантен относно фазовия поток. В околност на такъв тор могат да се въведат променливи действие - ъгъл (I, φ) и хамилтоновата система добива вида

$$\dot{I} = 0, \; \dot{\varphi} = \frac{\partial H_0}{\partial I},$$

За хамилтоновите системи се въвежда по естествен начин вектор $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_n)$, чиито компоненти се наричат честоти. Казва се, че честотите са резонансни, ако съществуват цели числа k_i, $i = 1, 2, \dots, n$, така че $k_1\omega_1 + k_2\omega_2 + \dots + k_n\omega_n = 0$. Ако честотите са нерезонансни, то движението е условно периодично с честоти $\omega_1, \dots, \omega_n$, а траекторията на горната хамилтонова система е гъсто множество от точки в тора M^n.

Да предположим сега, че системата малко се отличава от интегрируема, т.е., да разгледаме следния смутен Хамилтониан от малкия параметър $\varepsilon > 0$:

$$H = H_0(I) + \varepsilon H_1(I, \varphi) + \cdots, \; H_1(I, \varphi + 2\pi) = H_1(I, \varphi).$$

Основният въпрос е как влияе това смущение върху траекториите. По-конкретно, торовете, чието съществуване следва от интегрируемата задача, разрушават ли се или се запазват? Отговор на този въпрос дава Андрей Колмогоров през 1954 г.: Ако функцията на Хамилтон е аналитична и 2π - периодична, по отношение на φ, и е изпълнено така нареченото условие на Колмогоров

$$\det\left(\frac{\partial^2 H_0}{\partial I_j \partial I_k}\right) \neq 0,$$

то торът M^n (който се получава за $\varepsilon = 0$) само леко се деформира за малки $\varepsilon > 0$. Това е строго доказано от Владимир Арнолд през 1963 г. (за аналитични хамилтонови системи). Юрген Мозер доказва през 1962 г. подобен резултат за един клас гладки изображения, а общият резултат е известен като КАМ теоремата.

В статията [35] се изучава интегрируемостта на хамилтонова система, зададена от следния хамилтониан:

$$H = \sum_{j \in Z}\left[\frac{p_j^2}{2} + \frac{C}{2}\left(q_{j+1} - q_j\right) + V(q_j)\right], \dot{q}_j = p_j. \tag{1}$$

Тук константата $C > 0$ измерва взаимодействието между две съседни частици (с единични маси) и $V(x)$ е нелинеен потенциал. Този хамилтониан се нарича верижка на Клайн - Гордон. Разгледан е случаят, когато $C = 1$. В тази статия се предполага, че

$$V(x) := \frac{a}{2}x^2 + \frac{b}{2}x^4, \text{ където } a > 0 \text{ е ирационално число.}$$

В статията се разглежда периодична верижка, като се предполага, че съответната на (1) хамилтонова система е с n степени на свобода. Разгледани са случаите, които съответстват на стойности на $n = 2, 3, 4, 5, 6$. Получени са следните два резултата:

Теорема 2. Периодичната верижка на Клайн - Гордон е интегрируема при $n = 2$ само за $b = 0$.

Теорема 3. Периодичната нормална форма $\bar{H} = H_2 + \bar{H}_4$ на верижката на Клайн - Гордон е
(i) напълно интегрируема и КАМ неизродена, когато $n = 2, 3, 4$;
(ii) напълно интегрируема и КАМ неизродена, когато $n = 5$ за всички a с изключение на случая $a = 5(3\sqrt{5} - 5)/16$;
(iii) напълно интегрируема за $n = 6$.

Статията [36] е обобщение на статията[35]. В нея отново се разглежда хамилтонова система, зададена от периодична верижка на Клайн - Гордон за случая $C = 1$ и функция

$$V(x) := \frac{a}{2}x^2 + \frac{b}{2}x^4, \text{ където } a > 0.$$

Отново означаваме с n броят на степените на свобода. Доказана е:

Теорема 1. Периодичната верижка на Клайн - Гордон е интегрируема само за $b = 0$.

В доказателството е използвана диференциалната група на Галоа и подхода, развит от Моралес-Рамис-Симо.

Разглежданата система притежава важните дискретни R и S симетрии. Използвайки тези симетрии, е конструирана R, S-симетрична резонансна нормална форма от четвърти ред $\bar{H}$. Тази нормална форма се оказва интегрируема по Лиувил. Следователно, периодичната KG верижка може да се разглежда като смущение на интегрируемата нормална форма на Биркхоф. Ако n е нечетно, интегралите на нормалната форма са квадратични. Могат да се въведат глобалните променливи на действие-ъгъл. Оказва се, че тази нормална форма е КАМ неизродена. А това доказва, съществуването на квазипериодични решения на нискоенергийно ниво. Когато n е четно, резонансната нормална форма допуска и съществуване на интеграли, които не са квадратични. Доказана е следната

Теорема 2. Нека $a = 1$. Тогава нормалната форма от четвърти ред $\bar{H} = H_2 + \bar{H}_4$ на периодичната верижка на Клайн - Гордон е:

(i) напълно интегрируема и КАМ неизродена, когато броят на степените на свобода n е нечетно число;

(ii) напълно интегрируема, когато е четно число.

След това е разгледана верижка на Клайн - Гордон с n частици и фиксирани гранични условия. Пресметната е нормалната форма от четвърти ред. Доказано е, че тази нормална форма е напълно интегрируема, има n на брой квадратични първи интеграли и е КАМ неизродена. А от тук се получава, че почти всички нискоенергийни решения са квазипериодични.

В [37] се разглежда аналитичен хамилтониан с равновесие в нулата. Предполага се, че нормалната форма от ред две е положително дефинитна, а честотите са в 1:2:2 резонанс. Изучава се, интегрируемостта на нормалната форма до ред четири. Тази форма съдържа твърде много параметри, което прави труден пълния анализ тази задача за интегрируемост. Известна е една хипотеза на Ферхулст, според която членовете от четвърти ред са препятствие за интегруемостта, когато са в общо положение. В [37] е направен анализ на интегрируемостта в комплексната област само на първите вариационни уравнения, като е използван подхода на Зиглин-Моралес-Руиз и Рамис. Основен инструмент са различни техники от диференцалната теория на Галоа и важното наблюдение на Ляпунов, че ако общото решение на уравнението във вариации не е еднозначно, то нелинейната система не допуска аналитичен пръв интеграл. Използвайки това наблюдение на Ляпунов е показано, че съществуването на допълнителен първи интеграл се свежда до решаването на подходяща линейна система по отношение на параметрите. И това решение води до съществуването на нетривиален първи интеграл. Прави впечатление, че там, където анализът става твърде труден, са правени числени експерименти. Тези експерименти показват хаотично поведение на траекториите, което потвърждава неинтегруемостта.

В статия на I. Fakkousy, J. Kharbach, W. Chater, M. Benkhali, A. Rezzouk, M. Quazzani-Jamil от 2020 г. е показано, че тримерната система на Хенон-Хайлес е интегрирумема в смисъл на Лиувил при определени стойности на параметрите. Числените експерименти, проведени от горните автори за стойности на параметрите, близки до изчислените, показват хаотично поведение на траекториете. А това изключва интегруемост. Въпреки това съществува теоретична възможност да съществуват и други случаи на интегруемост, за стойности на параметрите, които са далеко от намерените. Използвайки подхода на Моралес-Рамис за вариационните уравнения до ред трети, в [38] е доказано, че не съществуват други стойности на параметрите, за които тази система е интегрируема.

В [39] се разглежда аналитичен хамилтониан с равновесие в нулата. Предполага се, че нормалната форма от ред две е положително дефинитна, а честотите са в резонанс. Изучава се, интегрируемостта на нормалната форма до ред три, като целта е да се намерят повече интегрируеми случаи когато четотите са в $1 : 2 : 1 : 2$ резонанс. За тази цел нормалната форма се опростява, като първо се елиминират квадратичните членове, а след това с помощта на унитарна трансформация едновременно се диагонализират две матрици. В резултат се получава нормална форма, зависеща само от четири параметъра. За така опростената нормална форма са намерени два нови интегруеми случаи, получени за конкретни стойности на параметрите. Доказана е теорема за неинтегруемост за случая, когато стойностите на параметрите са различни от тези намерени стойности. В доказателството се използва подхода на Моралес-Руиз и Рамис и наблюдението на Ляпунов.

Представените за участие в конкурса статии недвусмислено показват, че доцент дн Огнян Христов е високо квалифициран специалист в областта на доференциалните уравнения. Неговите статии за интегрируемост на хамилтонови системи ми направиха силно впечатление с тяхната дълбочина и нетривиалността на получените резултати.

6 Критични бележки и препоръки

Нямам.

7 Лични впечатления за кандидата

Познавам доцент Огнян Христов от около 30 години. Той се откроява с прецизност, висок научен морал, критичност и самокритичност към научната и педагогическа си дейност. Притежава висок колегиален дух. Има заслужен авторитет не само сред колегите от Факултета по математика и информатика, но и в цялата математическа колегия.

8 Заключение за кандидатурата

След като се запознах с представените в конкурса материали и научни трудове и въз основа на направения анализ на тяхната значимост и съдържащи се в тях научни приноси, **потвърждавам**, че научните постижения отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за приложението му и съответния Правилник на СУ "Св. Климент Охридски" за заемане от кандидата на академичната длъжност "професор" в научната област и професионално направление на конкурса. В частност кандидатът удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените по конкурса научни трудове. Давам своята **положителна** оценка на кандидатурата.

II. Общо заключение

Въз основа на гореизложеното, **силно препоръчвам** на научното жури да предложи на Факултетния съвет на Факултета по математика и информатика при СУ "Св. Климент Охридски" да избере доцент дн Огнян Христов да заеме академичната длъжност "професор" в професионално направление 4.5 Математика (Диференциални уравнения, Хамилтонови системи).

27.10.2023 г. Подпис:
София

/проф. дмн Михаил Ив. Кръстанов/