

СТАНОВИЩЕ

по процедура за защита на дисертационен труд на тема:
“Клас C^* -алгебри на Тьоплиц“

за придобиване на образователна и научна степен „доктор“

от докторант: **Николай Петров Буюклиев**
в област на висше образование: **4. Природни науки, математика и информатика,**
професионално направление: **4.5. Математика,**
докторска програма: **Математически анализ на Факултет по математика и информатика (ФМИ) на СУ „Св. Климент Охридски“**

Становището е изготвено от д-р Станимир Троянски, асоцииран член на Института по Математика и Информатика на БАН, действителен член на БАН (e-адрес troyanski@math.bas.bg), назначен със Заповед №РД-38-223/28.04.2023 на Ректора на Софийския Университет “Св.К. Охридски”, за член на Научното Жури по защитата.

Дисертацията, представлява текст, от 56 страници, формат А4. Цитирани са 52 заглавия. Състои се от увод и шест части, разделени на параграфи.

Проблематиката на дисертацията е в областта на Математическия и Функционалния Анализ и по-специално на Банахови алгебри, част от които са C^* -алгебри от класически линейни и оператори. Тази проблематика бурно се развива през 60 и 70 години на миналия век. Тези изследвания са актуални и сега.

И.Гельфанд (I.Gel'fand) отбелязва хомотопичната инвариантност на индекса на елиптични диференциални оператори и поставя въпроса за намиране формула за него в топологични термини. През 1963 г. М.Атия (M.Atiyah) и И.Зингер (I.Singer), доказват знаменитата теорема, твърдяща, че за елиптични диференциални оператори, дефиниран върху компактно многообразие аналитичния индекс, отнасящ се до размерността на пространството от решения е равен на индекса, дефиниран в топологични термини. Като частни случаи се

получават теоремата на Черн-Гаус-Боне (Chern–Gauss–Bonnet) и теоремата на Риман-Рош (Riemann-Roch). Също така се получават и приложения в Теоритичната Физика. За изследванията си свързани с теоремата за индекса М.Атия получава Филдсовски медал през 1966 г.

Дисертантът се запознава с този кръг въпроси, под влияние на покойния проф. Р.Леви, който ”донася” тази тематика от Московската школа по Функционален анализ и неговите приложения.

В дисертацията се изследват оператори, възникващи в интегрални уравнения. Най-общо казано, се изучават интегрални оператори, действащи на функции дефинирани върху солидна подполугрупа P на локално компактна група G , която може да е, некомутативна, с ляво инвариантна мярка на Хаар. Ще илюстрираме, казаното по-горе: В най-простия случай, когато групата G е реалната права \mathbf{R} , снабдена с Лебговата мярка, а полугрупата P е \mathbf{R}_+ , операторът на Винер - Хопф (Wiener-Hopf) $W_f: L_2(\mathbf{R}_+) \rightarrow L_2(\mathbf{R}_+)$, със символ $f \in L_1(\mathbf{R})$ се дефинира с формулата $u = W_f v$, където

$$u(x) = \int_0^{\infty} f(x-y)v(y)dy.$$

Класическото интегрално уравнение на Винер - Хопф е $(I + W_f)v = w$. Съответната C^* - алгебра, породена от операторите W_f е алгебрата на Винер - Хопф. Друг класически случай е когато групата G е групата на целите числа \mathbf{Z} , а полугрупата е \mathbf{Z}_+ . В този случай съответните оператори и съответната C^* -алгебра се наричат Тьоплицови.

Дисертантът изучава различни C^* -алгебри от оператори, съответсващи на различни полугрупи от горния тип, които ще означим с \mathcal{B} . Пресмята K -теорията на идеалите, на съответните фактор алгебри, намира критерии за Фредхолмовост за даден оператор от \mathcal{B} . Повлиян от работите на А. Кон (A.Connes) и Е. Парк (E.Park). Н. Буюклиев на намира формула в топологични термини за индекса на Фредхолмов оператор. Построява Фредхолмов оператор с индекс 1.

Ще отбележа, че методите за решаване на поставните задачи изискват задълбочено познаване както на Анализа (Класическия, Функционалния, Диференциалната Геометрия), така и на Топологията, Алгебрата и Алгебричната Топология..

В основата на дисертацията лежат четири статии. Части от дисертацията са докладвани на различни международни форуми.

Авторефератът правилно отразява съдържанието на дисертацията.

В заключение ще отбележа, че докторантът е усвоил значителен, по обем математически апарат и умело го е приложил при решаване на конкретните задачи. По моя преценка резултатите от дисертацията, както по количество, така и по качество не удовлетворяват, всички изисквания за докторска дисертация.

Напълно убеден съм, че Николай Петров Буюклиев заслужава да бъде "ДОКТОР" и препоръчвам на Научното Жури да му присъди образователната и научна степен „доктор“ в научна област: 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление: 4.5. Математика, докторска програма "Математически анализ".

София, 1 юни 2023 г.

.....
(акад. акад. проф. дмн Станимир Троянски)