

РЕЦЕНЗИЯ

на дисертационен труд

Branching Processes – Optimization and Applications

за присъждане на образователната и научна степен „Доктор“,
Област 4. Природни науки, математика и информатика,
Професионално направление 4.5. Математика, Научна специалност
„Теория на вероятностите и Математическа статистика“ (01-01-13)

Автор:

Калоян Николаев Витанов

Докторант към катедра „Вероятности, операционни изследвания и
статистика“, Факултет по математика и информатика,
СУ „Св. Климент Охридски“

Научен ръководител:

Професор дмн Марусия Славчова-Божкова, ФМИ- СУ

Рецензент: Професор дмн Николай М. Янев, ИМИ-БАН

1. Основни сведения.

Представеният дисертационен труд е на английски език и съдържа 196 страници текст, от които 18 стр. са библиография (213 заглавия), 4 стр. – Заключение и 2 стр. Приложение, което представя някои основни резултати от теорията на Перон-Фробениус относно неотрицателни матрици.

Освен това е представен Автореферат (на български език) с 45 стр. текст плюс 4 стр. библиография. Този автореферат е даден и на английски език като ABSTRACT с 43 стр. текст и библиография.

Тези документи съм получил на хартиен носител, но освен това цялата документация по дисертацията е добре представена на сайта <https://intranet.fmi.uni-sofia.bg/index.php/s/zYAoUtQLvGuU2sU>. Там са дадени публикациите и всички необходими по процедурата документи, които са изрядно оформени.

Авторът **Калоян Николаев Витанов** е редовен докторант към катедра „Вероятности, операционни изследвания и статистика“, Факултет по математика и информатика, СУ „Св. Климент Охридски“. Роден 1992 г.,

завършва НПИМГ през 2011 г., следва бакалавърска (2011-2015) и магистърска (2015-2017) програми на ФМИ – СУ, зачислен е като докторант през 2018 г., работил е като хоноруван преподавател в СУ (2014-2015), а също в BISAM (София) като Quantitative Researcher (2016-2020) и Senior Quantitative Researcher (2020-2022).

Журито е назначено с заповед РД 38-308/01.07.2022 на Ректора на СУ „Св. Климент Охридски“. Предзащитата на дисертационния труд е проведена във ФМИ на СУ на 09.06.2022. Документацията и всички процедури по защитата са в съответствие с изискванията на закона и съответните правилници.

2. Структура, анализ, научни и научно-приложни приноси на дисертационния труд.

Най-общо казано, дисертацията разглежда въпроси, свързани с разклоняващи се стохастични процеси и техни приложения, свързани с мутация и оптимизация. Основно се използват многомерни (много типови) модели на Севастьянов, Bellman-Harris и Bienayme-Galton-Watson. Дисертационният труд има Въведение (21 стр.), две основни глави, заключителна част, едно приложение и библиография.

Всъщност дисертацията започва с подробен литературен обзор (Chapter 1. Introduction), където е добре представена една съществена част от развитието на разклоняващите се процеси и някои техни основни приложения (213 заглавия), като специално внимание е обърнато на много типови разклоняващи се процеси на Севастьянов. Представена е основната система от нелинейни интегрални уравнения за пораждащите функции и уравненията за вероятностите за израждане. Специално внимание е отделено на проблеми, свързани със съответна стохастична оптимизация (Stochastic sequential decision problems). Като цяло, тази част оставя много добро впечатление и показва, че докторантът е навлязъл добре в проблематиката на дисертацията и представя добре концептуалната организация на дисертацията.

Глава 2 (95 стр.) намира интересна връзка между един естествен модел на мутация и много типови (много мерни) разклоняващи се процеси на Севастьянов. *Теорема 2.1* показва, че всъщност мутационният процес може да бъде представен като много типов процес на Севастьянов, където много мерното индивидуално разпределение на броя на потомците от една частица се получава като рандомизирано полиномно разпределение,

породено от двете съответни едномерни разпределения в мутационния модел, т.е. за индивидуалната впф в процеса на Севастьянов имаме $h_i(y,s)=f_i(y,u_i(s))$, където $f_i(y,x)$ е впф на броя на потомците в мутационния модел, а $u_i(s)=(u_{i1})s_1+\dots+(u_{in})s_n$, $s=(s_1, \dots, s_n)$, параметърът y е възрастта на частицата в момента на репродукция, $i=1, \dots, n$. Фактически в една полиномна схема се рандомизира параметърът брой на независимите опити, във всеки от които имаме n на брой независими изходи с вероятности u_{ik} , $k=1, \dots, n$; $u_{i1}+\dots+u_{in}=1$. По този начин в мутационния модел могат да бъдат прехвърлени много резултати от съответния му разклоняващ се процес на Севастьянов. Би било интересно да се разгледат някои частни случаи. Например, $h_i(y,s)=\exp\{-m_i(y)[1-u_i(s)]\}$, когато рандомизиращото разпределение на i -тия тип е Поасоново с параметър $m_i(y)$.

По-нататък в §2.2.3 се разглеждат вероятностите за израждане в двата случая на нулева и ненулева възраст на първоначалната частица, а в края на параграфа са представени две интересни илюстрации (числено и графично).

В §2.2.4 - §2.2.6 се изследват проблеми, свързани с възникването на частици (в частност мутанти) породени от едно фиксирано подмножество W_e на множеството от всички типове W . Теорема 2.4 представя съответните нелинейни интегрални уравнения за впф. Посочени са и някои интересни следствия и илюстративни изследвания с графики. В Теореме 2.6 и 2.7 е намерено разпределението на времето за поява на «успешна» частица, т.е. която поражда неизраждащ се процес. В §2.2.7 са представени схеми за числено пресмятане на получените системи интегрални уравнения. В §2.2.8 се разглеждат някои примери с три вида времена на живот (експоненциално, лог-нормално и гама) и 6 типа мутации.

В §2.3 се изследва един клас разложими процеси, където множеството от типове W е разделено на две подмножества W_e и W_0 , като типовете от W_e могат да пораждат всички типове от W , а типовете от W_0 могат само да се възпроизвеждат. Най-популярният частен случай от тази схема са т.н. процеси с имиграция, при които W_e има само един тип, който винаги се самопроизвежда и поражда случаен брой типове от W_0 , които се интерпретират като имигранти. В общия случай са дадени уравненията за впф и за вероятностите за израждане. В *Proposition 2.1* са дадени вероятностите за израждане в случай, когато типовете в W_e не са надкритични. В *Proposition 2.2* и *2.3* се изследват времената за първи успешен мутант в W_0 , породен от W_e . В *Теорема 2.8* е намерено

нелинейно интегрално уравнение за вероятността времето на първия успешен мутант (от W_e в W_0) да надхвърли даден фиксиран момент t , в който има израждане при W_e . Накрая в §2.3.2 са систематизирани всички аналогични резултати, но в случая на многотипни разложими процеси на Белман-Харис.

В заключение към тази Втора глава може да се отбележи, че дисертатнтът добре е овладял някои техники, свързани с многотипни разклоняващи се процеси (и специално тези на Севастьянов), които удачно прилага в така дефинирания мутационен модел. Освен това тези теоретични резултати са много добре илюстрирани с числови примери и интересни графики (25 на брой).

Глава 3 е посветена на т.н. *Sequential Decision Problems (SDPs)*, т.е. оптимизационни задачи с последователно вземане на решения, като основните идеи и обзор на проблематиката са представени в §3.1, а също и в §1.5. В §3.2 се въвеждат 5 основни компонента на т.н. „*Универсална рамка за моделиране*“ (*Universal Modeling Framework*). Основната постановка на *SDPs* се дава в Дефиниция 3.2. Уточнява се, че по-нататък ще се разглеждат задачи само с краен хоризонт. В §3.3 се въвеждат и изследват уравненията за оптималност на Белман (вж. (3.2) и (3.3)), като *Теорема 3.1* представя решението на тези уравнения. Да отбележим, че в Proposition 3.3 се вижда, че (3.4) е директна итерация на (3.5). В §3.3.3 се дискутират някои алгоритмични проблеми, свързани с динамичното програмиране на Белман. В §3.4 се въвежда многотипов процес на Биенеме-Галтън-Уотсън като определящ динамиката в *SDPs*, както това е добре прецизирано в 8 точки (Модел 1, стр. 142-146). Както се отбелязва в точка 3, множеството от възможни решения е крайно, а както се вижда от точка 5, всяко решение означава избор на съответно индивидуално разпределение, т.е. по този начин процесът става нехомогенен във времето. В *Дефиниция 3.4* се въвежда т.н. оператор на максимален принос R (maximum return operator), с чиято помощ в *Теорема 3.2* е представено оптималното решение (3.9) и съответната оптимална политика (3.10). Да отбележим, че в оператора R участват матрицата на индивидуалните математически очаквания $M(x)$ и т.н. *discount factor*. В §3.5 се разглеждат *SDPs*, където сега динамиката се определя от многотипов разклоняващ се процес на Белман-Харис с мутация, когато времената на живот на частиците са разпределени експоненциално. В този случай процесът е марковски, така че намереното в *Теорема 3.3* оптимално решение е аналогично на това в дискретния случай. В §3.6 се

разглеждат *SDPs* в случай на динамика от Севастьяновски тип. В дефиницията на т.н. Модел 3 се предполага, че наред с броя на потомците са дадени и техните възрасти, което води до марковски характер на системата (вж. *Proposition 5.6*). В §3.7 се разглеждат основни принципи на „Динамично програмиране чрез апроксимации“ (*Approximate Dynamic Programming*) и се предлага Алгоритъм 3.2. В последния §3.8 на Глава 2 се предлагат два примера на марковски разклоняващи се процеси с дискретно и непрекъснато време. Процесите са с три типа частици (индивиди) и са разложими. Типовете са условно наречени Bachelor (Бакалавър), Master (Магистър) и Ph.D (Докторант). За всеки тип е представена по една таблица с възможни 3 решения и краен хоризонт 4. Показано е приложение на Теорема 3.2 и 3.3.

Глава 3 показва, че дисертантът е навлязъл в една сравнително малко изследвана проблематика като е овладял и доразвил съответната техника.

Дисертацията завършва със „Заклучение“, където са отбелязани основните научни приноси, които могат да бъдат напълно приети, тъй като съответстват и на отбелязаното по-горе в съответните глави.

Авторефератът правилно отразява структурата, основните идеи и резултати на дисертацията и отговаря на основните академични изисквания.

Резултатите от дисертацията са публикувани в 4 статии, от които 2 в престижното международно списание *Stochastic Models* (с Impact Factor), една – в Доклади на БАН и една - в *Proceedings of 21 European Young Statistician Meeting*. Всички резултати са докладвани на международни конференции в чужбина, а също и у нас.

3. Бележки и препоръки.

Дисертацията е написана ясно и разбрано, но някои неща биха могли да бъдат представени и по-добре.

Например, заглавието на дисертацията не отразява пълно същността на проблематиката. Много по-адекватно би било „*Branching Processes – Mutation, Optimization, Applications*“. Има някои излишни повторения, например, (3.21)=(3.24). На стр. 162, трети ред отгоре, дадената формула не е добре обяснена. Освен посочените по-горе забележки, биха могли да се посочат още някои очевидно поправими грешки и недостатъци, които обаче не затрудняват сериозно читателя.

Би било добре дисертантът да се опита да формулира някои проблеми за бъдещи изследвания. Например, би било интересно да се прехвърлят някои

гранични резултати от теорията на разклоняващите се процеси върху моделите с мутация. Тъй като общата теория на разложимите процеси не е добре развита, то би било интересно да се изследва асимптотичното поведение на някои частни случаи.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представеният дисертационен труд има всички качества на сериозно научно изследване в областта на Стохастиката. Получените интересни резултати определят ново направление при изследване на мутационните феномени с помощта на разклоняващи се стохастични процеси. Една част от приносите имат определено теоретичен характер, а друга част дават нови методи и алгоритми за приближено пресмятане. Добро впечатление остават многобройните примери и графики, които добре илюстрират теорията. Получените резултати са докладвани на международни конференции и семинари и са публикувани в престижни издания. Всичко това дава пълно основание да заключим, че са налице всички условия от ЗРАСРБ и неговия правилник, както и този на ФМИ - СУ, които се прилагат за получаване на научната степен „Доктор“ по съответната специалност. Ето защо определено предлагам на почитаемото жури да оцени подобаващо високо представения дисертационен труд, а на неговия автор **Калоян Николаев Витанов** да бъде присъдена образователната и научна степен „ДОКТОР“ в Област 4. Природни науки, математика и информатика, Професионално направление 4.5. Математика, Научна специалност „Теория на вероятностите и Математическа статистика“ (01-01-13).

19.09.2022

Рецензент:

/професор дмн Николай М. Янев/