

РЕЦЕНЗИЯ

от проф. Димитър Генчев Скордев
на труда на проф. Александра Андреева Соскова
„ЕФЕКТИВНА ТЕОРИЯ НА МОДЕЛИТЕ:
СКОК НА СТРУКТУРА, КОДИРАНЕ И ДЕКОДИРАНЕ“,
представен в качеството на дисертация
за получаване на научната степен
„доктор на математическите науки“

Общ преглед

Дисертационният труд е на английски език и има обем 270 стр., а авторефератът е на български и на английски. Основният текст на дисертационния труд е изложен в седем глави със следните заглавия и обеми:¹

1. Увод (15 стр.)
2. Въведение (25 стр.)
3. Скок на структура (25 стр.)
4. Строго обръщане на скока (33 стр.)
5. Ефективни вложения и интерпретации (45 стр.)
6. Кохезивни степени (50 стр.)
7. Кототалност и скип оператор (52 стр.)

Цитираната литература включва 162 заглавия, като проф. Соскова е автор на 5 от цитираните трудове и съавтор на още 13 (всички те са по тематика, различна от онази в кандидатската ѝ дисертация, защитена още през 1990 г.). Десет от тези 18 труда са обявени като научни трудове, включени в дисертацията. Те са следните:

- [Sos07a] “A jump inversion theorem for the degree spectra”, Lecture Notes in Computer Science, 2007.²
- [SS07] “Jump spectra of abstract structures” (съвместен с Иван Сосков), Proc. of the 6th Panhellenic Logic Symp., 2007.
- [SS09a] “A jump inversion theorem for the degree spectra” (съвместен с Иван Сосков), J. Logic Comput., 2009.
- [SS09b] “Some applications of the jump inversion theorem” (съвместен с Иван Сосков), Proc. of the 7th Panhellenic Logic Symp., 2009.
- [CFH⁺18] “Strong jump inversion” (съвместен с 6 други автори), J. Logic Comput., 2018.
- [KAV19] “Coding in graphs and linear orderings” (съвместен с двама други автори), J. Symb. Logic, 2019.

¹ В настоящата рецензия е използван онзи превод на заглавието на труда и на заглавията на глави от него, който е в българската версия на автореферата (след замяна на употребената там дума „Кохесивни“ с „Кохезивни“ – съответното българско съществително е „кохезия“, а не „кохесия“).

² В автореферата е цитиран като [Sos07].

[ACG⁺20] “Interpreting a field in its Heisenberg group” (съвместен с 8 други автори), предложен за печат.³

[DHM⁺19] “Cohesive powers of linear orders” (съвместен с 5 други автори), Lecture Notes in Computer Science, 2019.

[DHM⁺20] “On cohesive powers of linear orders” (съвместен с 5 други автори), предложен за печат.⁴

[AGK⁺19] “On cototality and the skip operator in the enumeration degrees” (съвместен с 6 други автори), Trans. Amer. Math. Soc., 2019.

За съжаление информацията, която е дадена за приноса на проф. Соскова в съвместните трудове, е лаконична и неконкретна – не открих в предоставените ми материали други сведения по въпроса освен изказаното в автореферата твърдение, че във всички съвместни статии приносът на авторите е еднакъв.⁵ Липсата на повече информация е особено затрудняваща за мене при положение, че половината от десетте гореспоменати статии са с по шест или повече автори всяка, а пък, строго казано, резултати от единствената самостоятелна измежду останалите пет не са включени в дисертацията (спектрите, разглеждани във въпросната статия, са съставени от номерационни степени, а посочените като приноси на дисертационния труд резултати за спектри са за спектри от тюрингови степени).

Относно начина на включване в дисертационния труд на трудове измежду гореизброените отбелязвам, че то в немалка степен е направено чрез по същество директно копиране на текст. Например от самото начало (стр. 50) на раздел 3.1 на дисертацията започва копие на текст от статията [SS09a] – с някои промени на шрифтове и, разбира се, с нужните промени в номерацията на дефинициите, лемите и пр., както и в условните означения на цитираните източници (началото на оригиналния текст е на втората страница на статията). Дефиниция 3.1.6 на стр. 54 от дисертацията леко се отклонява от съответното улавяне в статията, но след това подобие то продължава до края на раздел 3.2 на дисертацията (стр. 58). Малко след това, на стр. 59, започва копие на раздела “Marker’s extensions” на статията и повторението по същество продължава до началото на стр. 68. След това на страници 71-73 пък намираме текст от страници 159-161 в статията [SS09b]. В крайна сметка от 25-те страници на гл. 3 около 20 се оказват копирани от [SS09a] и [SS09b] (при това даже са повторени някои печатни грешки, допуснати в [SS09a] – такива копия на печатни грешки забелязах на стр. 50, ред 2 отд., стр. 65, ред 5 отд., и стр. 67, ред 7 отд.). Обширни повторения на текст от статии има и в следващите глави – повторени са текстове от [CFH⁺18, KAV19, ACG⁺20, DHM⁺20, AGK⁺19]. В частност не успях да забележа нито една разлика по същество между текста на раздели 4.2 и

³ Допълнително представено писмо от един от авторите с дата 23.12.2020 свидетелства, че трудът фактически е приет в J. Symb. Logic.

⁴ Не е посочено къде е предложен.

⁵ Направи ми впечатление обаче, че в изказаните благодарности на страници 20-21 от дисертацията са пропуснати няколко съавтори на трудове измежду десетте посочени, а именно R. Alvir, R. Miller, R. Kuiper, R. Weisshaar (въпреки наличните на това място думи “all my coauthors”).

4.3 в дисертационния труд (от стр. 79 до стр. 107) и текста на раздели 2 и 3 в [CFH⁺18]. При това на места в дисертацията става дума за втори или за пети автор (вж. страници 84, 88, 145), без читателят да е бил осведомен, че е налице дословно повторение на текст от съвместна статия (в гл. 6 пък на страници 155, 156, 206, 215 и 253 са повторени без обяснение изразите “this work”, “this paper” и “this article” от друга от статиите).

Преминавам към преглед на научното съдържание и на най-важните по моя преценка научни приноси в дисертационния труд. Първите му две глави имат подготвителен характер, а приносите са в следващите пет. Тъй като тези приноси са фактически от съвместни публикации и нямам сведения за конкретния принос на проф. Александра Соскова, нямаше как да го посоча и отделя от сумарния принос на авторите.

В автореферата е заявено, че оригиналните приноси на дисертацията са дадените в нея (съответно в глави 3, 4, 5, 6 и 7) отговори на следните въпроси (с изключение на последния те се отнасят за структури с най-много изброим носител):

- (1) Как да дефинираме скока на структура като аналог на Тюринговия скок в структурата \mathcal{D}_T на Тюринговите степени? Има ли типични структурни свойства, такива като теореми за обръщане на скока? Дали множеството от всички скокове на елементите на спектъра е също спектър на структура?
- (2) Има ли теоретико-моделни условия, при които една структура допуска строго обръщане на скока?
- (3) За известните ефективни кодирания на един клас от структури в друг има ли ефективно или по-сложно декодиране за специални класове (като линейните наредби и нилпотентните групи от клас 2), които са на върха на Тюрингово изчислимите влагания?
- (4) Дали на всеки две копия на една изчислима наредба кохезивните⁶ степени са наредби от един и същи тип?
- (5) Има ли подструктури с интересни свойства в степенната структура \mathcal{D}_e на номерационните степени, различни от тоталните и непрекъснатите степени?

Приемам това заявление, но с естествената уговорка, че делът на проф. Соскова във всеки от въпросните приноси е в зависимост от броя на съответните автори, посочени по-нататък в автореферата.

Някои от съществените приноси са следните:

- Гл. 3 (приносите са съвместни с Иван Сосков). Дефинира се скок на една структура, като се разглежда нейното Москвакисово разширение заедно с един нов предикат, аналог на множеството на Клини. Нека $DS(\mathcal{A})$ (спектърът от степени на структурата \mathcal{A}) е множеството на всички тюрингови степени на \mathcal{A} , а $DS_1(\mathcal{A})$ – множеството на техните тюрингови скокове. Доказва се теорема за обръщане на скока, която е аналог на класическата теорема на Фридберг за обръщане на скока и твърди следното (вж. стр. 64 на дисертацията): ако $DS(\mathcal{A}) \subseteq DS_1(\mathcal{B})$,

⁶ В българската версия на автореферата стои „кохесивните“.

то има такава структура \mathcal{C} , че $DS_1(\mathcal{C}) = DS(\mathcal{A})$ и $DS(\mathcal{C}) \subseteq DS(\mathcal{B})$. Доказано е и обобщение на теоремата с DS_n вместо DS_1 , където $DS_n(\mathcal{A})$ при $n \in \mathbb{N}$ е множеството на n -тите тюрингови скокове на тюринговите степени на \mathcal{A} . Обобщават се и някои резултати на Слеман и Уенър.

- Гл. 4 (приносите са съвместни с Калверт, Фролов, Харизанов, Найт, Маккой и Вътев). За една структура \mathcal{A} се казва, че допуска строго обръщане на скока, ако тя има следното свойство: всеки път, когато скокът на някое подмножество X на \mathbb{N} изчислява атомарната диаграма на някое копие на скока на \mathcal{A} , самото X изчислява атомарната диаграма на някое копие на \mathcal{A} (не всички структури допускат строго обръщане на скока). В тази глава се дават общи теоретико-моделни условия, които гарантират строго обръщане на скока на една структура (вж. стр. 80 на дисертацията). Полученият общ резултат се прилага умело за структури от някои познати класове, например за някои класове от линейни наредби и дървета, както и за булеви алгебри без 1-атоми (показва се, че за тях една оценка за сложност на изоморфизъм е подобра отколкото в общия случай на ниски булеви алгебри). Общият резултат включва също един резултат на Маркер и Ръсъл Милър. Като следствие се получава, че наситеният модел на теорията на диференциално затворените полета с характеристика 0 има изчислимо копие.
- Гл. 5 (приносите са съвместни с Найт, Вътев, Алвир, Калверт, Гудман, Харизанов, Морозов, Ръсъл Милър и Вайсхаар). С Найт и Вътев са дадени примери за несводимост по Медведев на графи към линейни наредби и техни скокове, но е показана сводимост на всеки граф към втория скок на някоя линейна наредба. Заедно с Алвир, Калверт, Гудман, Харизанов, Найт, Морозов, Милър и Вайсхаар по два различни начина е подобрен чувствително един резултат на Малцев за интерпретиране на поле в Хайзенберговата група над него. С Алвир, Найт и Милър е подобрен един резултат на Поаза за интерпретация на алгебрично затворено поле с характеристика 0 в специалната линейна група матрици 2×2 с детерминанта 1 над него.
- Гл. 6 (приносите са съвместни с Димитров, Харизанов, Морозов, Шафер и Вътев). Кохезивните степени, въведени от Димитров, са ефективен вариант на моделно-теоретичната конструкция ултрастепен, при който ролята на ултрафилтри играят кохезивните множества от естествени числа (едно множество C от естествени числа се нарича кохезивно, ако C е безкрайно, но при всеки избор на рекурсивно номеруемо множество W от естествени числа някое от множествата $C \cap W$ и $C \setminus W$ е крайно). Основните резултати са следните, където ω , ζ и η означават съответно типа на наредбата на естествените числа, на целите числа и на рационалните числа, C е кохезивно множество от естествени числа и за всяко изчислимо копие \mathcal{L} на ω с $\text{П}_C \mathcal{L}$ е означена кохезивната степен на \mathcal{L} над C :
- (А) Ако \mathcal{L} е изчислимо копие на ω , което е изчислимо изоморфно на стандартното представяне на ω , то $\text{П}_C \mathcal{L}$ има тип на нареждането

- $\omega + \zeta\eta$.
- (B) Ако $\mathbb{N} \setminus C$ е рекурсивно номеруемо и \mathcal{L} е изчислимо копие на ω , то крайната кондензация на $\Pi_C \mathcal{L}$ има тип на нареждането $1 + \eta$ (крайната кондензация на едно линейно наредено множество се получава, грубо казано, като се отъждествят онези негови елементи, между които има най-много краен брой други).
 - (C) Ако $\mathbb{N} \setminus C$ е рекурсивно номеруемо, то съществува такова изчислимо копие \mathcal{L} на ω , че $\Pi_C \mathcal{L}$ има тип на нареждането $\omega + \eta$.
 - (D) Един по-общ резултат с по-сложна формулировка

Гл. 7 (приносите са съвместни с Андриус, Ганчев, Кайпер, Лемп, Джозеф Милър и Мария Соскова). Резултатите в тази глава се отнасят за една подструктура на номерационните степени, а именно кототалните степени. Това са степените на кототалните множества, т.е. на онези които са номерационно сводими към допълненията си. Като средство в изследванията се използва операторът скип, където скипът на едно множество A е равномерна горна граница на допълненията на всички множества, номерационно сводими към A . Посочват се много примери от класове от номерационни степени, които или гарантират, или възпрепятстват кототалността. Допълнението на графиката на тотална функция е кототално множество и степените, които съдържат такова множество, са наречени граф-кототални. Една номерационна степен се нарича слабо кототална, ако съдържа множество, което има тотална номерационна степен. Граф-кототалността влече кототалност, а кототалността – слаба кототалност. Главният резултат в тази глава е, че трите свойства са различни. Особено трудно се оказва построяването на кототална степен, която не е граф-кототална. За целта умело е използван метод на приоритета с безкрайни нарушения. Получени са и ред други интересни резултати.

Заявката на проф. Александра Соскова за научната степен „доктор на математическите науки“ е подкрепена в обширен положителен отзив от акад. Сергей Гончаров, директор на Математическия институт „С. Л. Соболев“ на Руската академия на науките.

Някои забележки

Трудът [SS09a] е един от използваните от г-жа Александра Соскова при нейната хабилитация за професор, а е и един от посочените в сегашната справка за изпълнение на минималните национални изисквания. Това не е в съгласие с едно логически произтичащо от формулировката на т. 4 в представената от проф. Соскова декларация твърдение, а именно, че не е използвала за заемане на академична длъжност „професор“ свои научни трудове, посочени във въпросната справка. Член на ръководството на ФМИ обаче ме увери, че текстът на декларацията е стандартен и формулиров-

ката на споменатата т. 4 трябва да се разбира по друг начин, различен от буквалния и неводещ до споменатото противоречие.

На стр. 31, където става дума за номерационни оператори, би било подходящо да се цитира и една работа на Успенски, където е въведено по същество същото понятие, а именно статията “О вычислимых операциях” (ДАН СССР, **103** (1955), 773–776).

Не са коректно представени името Łoś на стр. 159 на дисертацията и името Fraïssé на страници 168 и 169 (първата от тези три некоректности е налице и в ръкописа [DHM⁺20]).

Измежду аксиомите в началото на раздел 6.3 на дисертацията едната от първите две е излишна (същото важи и за аксиомите в началото на раздел 3 на [DHM⁺20]).

Изречението след твърдение 7.4.12 е загубило смисъл, след като вместо с (a), (b), (c) и т.н. в споменатото твърдение подточките са означени с 1., 2., 3. и т.н. за разлика от подточките на оригинала (твърдение 3.15 в [DHM⁺20]), от който то е копирано.

В библиографските данни за статията [ACG⁺20] вместо “heisenberg” би трябвало да е “Heisenberg”.

Не е ясно какво означават 759, 783-784 и 376 в данните за статиите [ССКМ04], [DH15] и [Fro06]. Освен това би трябвало към тези данни, а също и към данните за други статии в руски списания, да се добави информацията “(Russian)”, ако не е дадена.

Не виждам защо е била нужна инверсия в името “A. Soskova” в данните за статията [KAV19].

В данните за статията [Lav63] трябва “I. S. Lavrov” да се замени с “I. A. Lavrov”, а “2:5” – с “2:1, 5”.

Ако се съди по номера на последната страница, в данните за статията [Mos69] би трябвало “I, II” да се замени с “I”.

Вместо “nicht-charakterisierbarkeit” и “aussagen” би трябвало да е съответно “Nicht-charakterisierbarkeit” и “Aussagen” в данните за статията [Sko34] (грешката е налице и в цитираната литература на [DHM⁺20]).

В данните за статията [Stu10] би било по-добре вместо “mr2586684” да стои “[Stu09]”.

Заглавието на дисертацията [Vau55] не е форматирано в същия стил както другите включени в библиографията заглавия на дисертации

В данните за статията [Mat70], дадени в автореферата, вместо “Ju.” и “Matijasevič” би трябвало да е съответно “Yu.” (или “Yurı” както в данните за следващия източник) и “Matiyasevich”.

Заклучение

Представеният дисертационен труд е съдържателно и детайлно изложение на многобройни резултати в една важна съвременна област на теорията на изчислимостта, за получаването на които са били нужни перфект-

но познаване на тематиката и забележително техническо умение. Повечето от тези резултати са публикувани в научни издания с голям международен авторитет и са получили сериозен отзвук в международната научна общност. Въпреки това не е тривиален въпросът дали въз основа на този труд може на проф. Александра Соскова да бъде присъдена научната степен, за която претендира. Главният проблем е, че както дадената от проф. Соскова информация за авторството на резултатите показва, то е споделено в значителна степен между нея и немалко други изследователи, а правилникът, въз основа на който процедираме, не дава достатъчно ясни указания как да се постъпва в такива случаи. Като имам предвид обаче изобилието и качеството на тези резултати, тяхната трудност, авторитета на изданията, където са публикувани, и отклика, който резултатите са получили в научната общност, смятам, че въпреки въпросния проблем и някои по-второстепенни, видни от рецензията, има достатъчно основание да бъде присъдена на проф. Александра Соскова научната степен „доктор на математическите науки“. Предлагам почитаемото научно жури да вземе решение за присъждането ѝ.

София, 16 март 2021 г.

Подпис на рецензента: