Справка за оригиналните научни приноси*
на гл. ас. д-р Цветан Димитров Христов
в публикациите, представени за участие в конкурс за доцент по 4.5. Математика (Диференциални уравнения) във ФМИ-СУ"Св. Климент Охридски", обявен в ДВ, бр. 65 от 16.08.2019 г.

Съдържание

1 Оригинални научни приноси **2**

1.1 Уравнения от типа на Трикоми 2

1.2 Уравнения от тиа на Келдиш 3

1.2.1 Тримерна задача на Protter-Morawetz за уравнения от типа на Келдиш 3

1.2.2 Четиримерна задача на Protter-Morawetz за уравнения от типа на Келдиш 5

1.3 Електронно оценяване в курсовете по Диференциални уравнения 6

1.4 Авторска справка 7

2 Доказателства - научни публикации, представени за участие в конкурса **8**

*Справката е изготвена съгласно изискванията на чл. 107, ал. 1, т. 14 (стр. 37) на Правилник за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в СУ "Св. Климент Охридски",
URL: https://www.fmi.uni-sofia.bg/bg/konkursi-za-akademichni-dlzhnosti-0

1 Оригинални научни приноси

За участие в конкурса са представени научни публикации, които не повтарят представените за придобиване на образователната и научна степен “доктор”. Дисретационният труд за придобиване на ОНС ”доктор” е защитен през 2006 г. Ще опишем оригиналните научни приноси във всяка една от публикациите, представени в конкурса.

1.1 Уравнения от типа на Трикоми

В [3] е разгледана третата гранична задача на Протер P_α^m, $m > 0$ за слабо хиперболични уравнения от типа на Трикоми, съдържащо младши членове:

$$t^m \left[u_{x_1x_1} + u_{x_2x_2}\right] - u_{tt} + b_1u_{x_1} + b_2u_{x_2} + bu_t + cu = f(x_1, x_2, t).$$

Дадена е дефиниция на обобщено решение с възможна сингулярност в една точка от границата на областта. За разлика от строго хиперболичния случай, тук първите производни на решението могат да имат особености върху част от границата на областта. Формулирани са резултати за съществуване и единственост на обобщено решение при условия за младшите членове, малко по-силни от условието на Протер в двумерния случай. Намерени са условия върху коефициентите в уравнението, функцията α и гладки десни страни, за които съответното обобщено решение има изолирана степенна особеност.

В [5] са дефинирани квазирегулярни решения на първа P_1^m и втора P_2^m гранична задача на Протер и на техните спрегнати $P_1^{m,*}, P_2^{m,*}$, за строго хиперболични и израждащи се хиперболични уравнения. Намерени са условия за младшите членове, при които са получени резултати за единственост на квазирегулярно решение за всяка от задачите P_1^m и P_2^m. Знаем, че техните спрегнати задачи за уравнения без младши членове имат безкрайномерни ядра, състоящи се от класически решения. Ето защо е интересен въпросът може ли да добавим подходящи младши членове в уравнението, така че спрегнатите задачи вече да имат най-много едно решение. При условия аналогични на двумерното условие на Протер и допълнителни условия върху младшите членове са получени резултати за единственост на квазирегулярно решение на задачите $P_1^{m,*}$ и $P_2^{m,*}$.

1.2 Уравнения от тиа на Келдиш

В представените статии е формулирана нова гранична задача за тримерни ($N = 2$) и четиримерни ($N = 3$) уравнения от типа на Келдиш:

$$\sum_{i=1}^{N} u_{x_i x_i} - (t^m u_t)_t = f(x_1, x_2, t),\ 0 < m < 2, \tag{1.1}$$

записани в декартови координати $(x, t) = (x_1, x_2, ..., x_N, t)$.

Ще използваме означението $|x| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + ... + x_N^2}$ и ще разгледаме това уравнение в област $\tilde{\Omega}_m$, аналогична на областта на Протер за уравнения от типа на Трикоми. $\tilde{\Omega}_m$ е ограничена от характеристичните повърхнини на (1.1)

$$\tilde{S}_1^m := \left\{(x,t) : t > 0,\ |x| = 1 - \frac{2}{2-m} t^{\frac{2-m}{2}}\right\},$$

$$\tilde{S}_2^m := \left\{(x,t) : t > 0,\ |x| = \frac{2}{2-m} t^{\frac{2-m}{2}}\right\}$$

и $S_0 := \{(x,t) :\ t = 0, |x| < 1\}$. С PK ще означаваме задачата, при която гранично условие от типа на Дирихле се задава върху $\tilde{S}_1^m : u = 0$ и $t^m u_t \to 0$, когато $t \to +0$, а с PK^* нейната спрегната - данни на Дирихле върху $\tilde{S}_2^m$ и същото условие за u_t. Веднага се вижда разликата със задачите на Protter-Morawetz за уравнения от типа на Трикоми, в които гранични условия се задават върху една характеристична и една нехарактеристична част от границата. В задачата PK, подобно на елиптично-параболичния случай, данни върху параболичната част от границата не се задават. Върху S_0 нормалната производна u_t може да има сингулярност с определен ръст.

1.2.1 Тримерна задача на Protter-Morawetz за уравнения от типа на Келдиш

В [4] са дефинирани квазирегулярни решения на задачата PK за тримерни уравнения от типа на Келдиш

$$u_{x_1 x_1} + u_{x_2 x_2} - (t^m u_t)_t + ru = f(x_1, x_2, t),\ 0 < m < 2.$$

Въведени са класически решения на задачите PK и PK^*. Намерени са безбройно много нетривиални класически решения на хомогенната задача PK^* при $r = 0$. Резултат, който показва, че за класическата разрешимост на задачата PK в този случай има безкраен брой условия за ортогоналност на дясната страна. Дефинирано е квазирегулярно решение на задачата PK. С помощта на неравенството на Hardy-Sobolev е доказан резултат за единственост на квазирегулярно решение на задачата PK при определени условия за функцията r.

В [6] са разгледани задачите PK и PK^* в $\mathbb{R}^3$ за уравнения от типа на Келдиш, съдържащи младши членове. Намерени са нетривиални класически решения на хомогенната задача PK^* при специални младши членове. Получен е резултат за единственост на квазирегулярно решение на задачата PK, при определени условия върху коефициентите в уравнението. Изследвана е задачата на Protter-Morawetz за уравнения от смесен тип съдържащи оператора на Gellerstedt. Дефинирано е квазирегулярно решение на тази задача и са намерени достатъчни условия за единственост на такова решение. Показзано е, че е в сила принципът за несъществуване на нетривиално решение за полулинейната задача на Protter-Morawetz в $\mathbb{R}^3$.

В [7] е изследвана тримерната задача PK за уравнения от типа на Келдиш (1.1) без допълнителни младши членове. С цел да се избегнат безкрайния брой условия за класическа разрешимост е дефинирано обобщено решение, което може да има особеност в точката O. Получени са резултати за съществуване и единственост на такова решение.

В [8] са изследвани сингулярните обобщени решения на тримерната задача PK, формулирана в [7]. Получена е априорна оценка, която показва максималната възможна особеност на обобщеното решение в точката O, когато дясната страна е обобщен тригонометричен полином от фиксиран ред. Намерени са гладки десни страни, за които съответните обобщени решения на задачата PK имат степенна особеност.

В [9] се разглежда тримерната задача PK за уравнение от типа на Келдиш, съдържащо младши членове

$$u_{x_1x_1} + u_{x_2x_2} - (t^m u_t)_t + b_1 u_{x_1} + b_2 u_{x_2} + b u_t + cu = f(x_1, x_2, t) \qquad (1.2)$$

и по-общо условие $t^m u_t + \alpha u \to 0$, когато $t \to +0$. Дефинирано е обобщено решение на тази задача, което може да има особеност в точката O. Получени са резултати за съществуване и единственост на обобщено решение при малки степени на израждане $0 < m < 1$, без да се налагат условия за анулиране на младшите коефициенти върху параболичната част от границата. Този резултат кореспондира с условието на Protter за уравнения от типа на Трикеом, съгласно което условия върху младшите коефициенти има само при степени на израждане по-високи от определен фиксиран ред.

В [12] е изследвана задачата на Протер-Моравец за тримерни израждащи се хиперболични уравнения от типа на Келдиш, формулирана в [9]. Намерени са нови нетривиални линейно независими решения на хомогенната спрегната задача. При малки степени на израждане са разгледани обобщени решения на формулираната задача, в специално функционално пространство, за които са в сила теореми за съществуване и единственост. Тези обобщени решения могат да имат сингулярност, изолирана в една точка от границата на областта, в която се разглежда уравнението. Намерени са гладки десни страни и условия върху младшите коефициенти в уравнението, при които тези сингулярности се реализират - съответните обобщени решения имат силни степенни особености.

1.2.2 Четиримерна задача на Protter-Morawetz за уравнения от типа на Келдиш

В [10] е изследвана задачата PK за (3+1)-D уравнение от типа на Келдиш (1.1) без допълнителни младши членове. Намерени са нетривиални класически решения на хомогенната спрегната задача PK^*. Въведено обобщено решение в подходящо функционално пространство с тегла и са анонсирани резултати за съществуване и единственост на такова решение.

В [11] е изследвано поведението на обобщените решения на задачата PK, формулирана в [10]. Когато дясната страна е обобщен хармоничен полином е получена точна формула за асимптотично развитие на решението в околност на сингулярната точка O. Намерени са условия за ортогоналност, които влияят на ръста на сингулярността на обобщеното решение.

В [1] е дефинирано ново обобщено решение на задачата PK в подходящо теглово пространство за ръста на особеностите за (3+1)-D уравнение от типа на Келдиш (1.1) без допълнителни младши членове. Показано съществуването на функция на Риман-Адамар за двумерната задача на Коши-Гурса, съответстваща на задача PK. Благодарение на конструирането на тази функция е получено интегрално представяне на обобщеното решение, което включва сума от подходящи хипергеометрични функции. Доказан е резултат за единственост на обобщено решение, а когато дясната страна е обобщен хармоничен полином и резултат за съществуване. Получена е априорна оценка, която показва максималната възможна особеност на обобщеното решение в точката O, когато дясната страна е обобщен хармоничен полином от фиксиран ред.

В [2] е изследвано точното асимптотично поведение в сингулярната точка на обобщените решения на четиримерната задача PK, дефинирани в [1]. Намерени са условия за ортогоналност на дясната страна в уравнението, които са необходими и достатъчни за съществуване на решения с фиксиран степенен ръст на сингулярност, когато дясната страна е обобщен хармоничен полином. Интересно е, че тези особености са изолирани в една гранична точка, което прави този случай различен от традиционния случай на разпространение на особености.

1.3 Електронно оценяване в курсовете по Диференциални уравнения

В [13] е посветена на електронното оценяване, като модерна форма за оценяване на знанията и уменията на студентите, която може да бъде интегрирана в традиционното обучение по математика, когато част от дейностите по оценяването се извършват онлайн. При такова обучение се налага използването на адекватни мерки за сигурност и защита като например различни форми за идентификация на студентите и проверка на авторството. В статията се дискутират възможностите и ограниченията при използването на уеб-базирана система за идентификация на студенти. Докладва се за експеримент, който бе извършен с помощта на системата TeSLA (An Adaptive Trust-based e-assessment System for Learning - a project funded by the European Commission) с цел да се изследват съществуващите проблеми и да се предложат нови решения в текущото електронно оценяване при обучението по математика. Представен е модел за електронно оценяване в курса по "Диференциални уравнения и приложения" в бакалавърската програма "Софтуерно инженерство" в Софийския университет, базиран на дългогодишния опита, който имаме в обучението по тази дисциплина. Представени са и са анализирани резултати от анкетиране на студени във връзка използвания софтуер за идентификация в системата TeSLA.

1.4 Авторска справка

1. Дефинирано е обобщено решение на тримерната задача на Протер P^m_α за слабо хиперболично уравнение от типа на Трикоми, съдържащи младши членове и са получени резултати за съществуване и единственост на такова решение.

2. Намерени са сингулярни обобщени решения на задача P^m_α, които имат поне степенна особеност, изолирана в една точка от границата на областта.

3. При определени условия върху младшите членове са получени резултати за единственост на квази-регулярни решения на задачите на Протер $P_1^{m,*}$ и $P_2^{m,*}$ за уравнения от типа на Трикоми, съдържащи младши членове.

4. Формулирани са нови гранични задачи на Протер-Моравец PK за уравнения от типа на Келдиш от вида (1.1). Установено е, че задачите PK в $\mathbb{R}^3$ и $\mathbb{R}^4$ са лошо поставени, тъй като имат безкрайномерни коядра, състоящи се от класически решения. Доказани са теореми за съществуване и единственост на обобщени решения в подходящи теглови пространства.

5. Намерено е интегрално представяне на обобщеното решение на четиримерната задача PK. Получена е формула за асимптотичното развитие на решението на тази задача, когато дясната страна е обобщен хармоничен полином. За първи път са намерени условия за ортогоналност на дясната страна, които влияят на ръста на особеността на обобщеното решение.

6. При малки степени на израждане са получени резултати за съществуване и единственост на обобщено решение на тримерната задача PK за уравнения от вида (1.2), без да се налагат условия за анулиране на младши членове върху параболичната граница. При допълнителни условия върху младшите членове са намерени сингулярни обобщени решения.

2 Доказателства - научни публикации, представени за участие в конкурса

[1] N. Popivanov, Ts. Hristov, A. Nikolov, M. Schneider, On the existence and uniqueness of a generalized solution of the Protter problem for (3+1) -D Keldysh-type equations, Boundary Value Problems, 2017, Volume: 2017, Article number: 26 , Pages: 1-30, ISSN (online): 1687-2770, doi: 10.1186/s13661-017-0757-1, **IF(1.156 – 2017), Quartile: Q1(51/310 Mathematics, 2017 JCR-WoS), SJR(0.49 – 2017)**, URL: https://doi.org/10.1186/s13661-017-0757-1.

[2] N. Popivanov, Ts. Hristov, A. Nikolov, M. Schneider, Singular solutions to a (3+1)-D Protter-Morawetz problem for Keldysh-type equations, Advances in Mathematical Physics, 2017, Volume: 2017, Article number: 1571959, Pages: 1-16, ISSN (print): 1687-9120, ISSN (online): 1687-9139, doi: 10.1155/2017/1571959, **IF(0.71 – 2017), Quartile: Q4(48/55 Mathematical Physics, 2017 JCR-WoS), SJR(0.218 – 2017)**, URL: https://doi.org/10.1155/2017/1571959.

[3] Ts. Hristov, N. Popivanov, Singular Solutions to Protter's Problem for a Class of 3-D Weakly Hyperbolic Equations, Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences, 2007, Volume: 60, No. 7, Pages: 719-724, ISSN (print): 1310-1331, ISSN (online): 2367-5535, **IF(0.106 – 2007), Quartile: Q4(46/50 Multidisciplinary sciences, 2007 JCR-WoS)**, URL: http://www.proceedings.bas.bg/.

[4] Ts. D. Hristov, N. I. Popivanov, M. Schneider, On the uniqueness of generalized and quasi-regular solutions to equations of mixed type in R^3, Siberian Advances in Mathematics, 2011, Volume: 21, Issue 4, Pages: 262-273, ISSN(print): 1055-1344, ISSN(online): 1934-8126, doi:10.3103/S1055134411040043, **SJR(0.169 – 2011)**, URL: https://doi.org/10.3103/S1055134411040043.

[5] Ts. Hristov, N. Popivanov, M. Schneider, Quasi-regular solutions to a class of 3D degenerating hyperbolic equations, AIP Conference Proceedings, 2012, Volume: 1497, Pages: 205-212, ISSN: 0094243X, ISBN:978-0-7354-1111-1, doi: 10.1063/1.4766787, **SJR(0.176 – 2012)**, URL:https://doi.org/10.1063/1.4766787.

[6] N. Popivanov, M. Schneider, Ts. Hristov, Protter problems for 3-D mixed type equations, Doklady AMAN, 2013, Volume: 15, Issue: 2, Pages: 57–63, ISSN (print): 1726-9946, URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=21207839, Ref.

[7] Ts. Hristov, N. Popivanov, M. Schneider, Generalized solutions to Protter problems for 3-D Keldysh type equations, AIP Conference Proceedings, 2014, Volume: 1637: 10-th International Conference on Mathematical Problems in Engineering, Aerospace and Sciences: ICNPAA 2014, Narvik, Norway, Pages: 422-430, ISSN: 0094243X, ISBN: 978-0-7354-1276-7, doi: 10.1063/1.4904607, **SJR(0.171 – 2014)**, URL: https://doi.org/10.1063/1.4904607.

[8] Ts. Hristov, Singular solutions to Protter problem for Keldysh type equations, AIP Conference Proceedings, 2014, Volume: 1631, Pages: 255-262, ISSN: 0094243X, ISBN: 978-0-7354-1270-5, doi: 10.1063/1.4902484, **SJR(0.171 - 2014)**, URL: https://doi.org/10.1063/1.4902484.

[9] Ts. Hristov, N. Popivanov, M. Schneider, Protter problem for 3-D Keldysh type equations involving lower order terms, AIP Conference Proceedings, 2015, Volume: 1690, Article number: 040020, Pages: 1-12, ISSN: 0094243X, ISBN:978-0-7354-1337-5, doi: 10.1063/1.4936727, **SJR(0.180 – 2015)**, URL: https://doi.org/10.1063/1.4936727.

[10] T. Hristov, A. Nikolov, N. Popivanov, M. Schneider, Generalized Solutions of Protter Problem for (3+1)-D Keldysh Type Equations, AIP Conference Proceedings, 2016, Volume: 1789, Article number: 40007, Pages: 1-13, ISSN: 0094243X, ISBN: 978-0-7354-1453-2, doi: 10.1063/1.4968460, **SJR(0.165 – 2016**), URL: https://doi.org/10.1063/1.4968460.

[11] Ts. Hristov, A. Nikolov, Behaviour of Singular solutions to Protter problem for (3+1)-D Keldysh type equations, Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences, 2017, Volume: 70, No. 2, Pages: 167-174, ISSN (print): 1310-1331, ISSN (online): 2367-5535, **IF(0.27 – 2017), Quartile: Q4(62/64 Multidisciplinary sciences, 2017 JCR-WoS), SJR(0.21 – 2017)**, URL: http://www.proceedings.bas.bg/.

[12] Ts. Hristov, Singular solutions to the Protter-Morawetz problem for Keldysh-type equations involving lower order terms, AIP Conference Proceedings, 2018, Volume: 2048, Article number: 040025, Pages: 1-10, ISSN: 0094243X, ISBN: 978-0-7354-1774-8, doi: 10.1063/1.5082097, **SJR(0.182 – 2018)**, URL: https://doi.org/10.1063/1.5082097.

[13] Ts. Hristov, An innovative model for integrating electronic assessment into differential equations education, AIP Conference Proceedings, 2018, Volume: 2048, Article number: 020034, Pages: 1–8, ISSN: 0094243X, ISBN: 978-0-7354-1774-8, doi: 10.1063/1.5082052, **SJR(0.182 – 2018)**, URL: https://doi.org/10.1063/1.5082052.