

# РЕЦЕНЗИЯ

за дисертацията на Николай Костов Червенов

на тема:

## **Копули в Соболеви пространства и приложения**

представена за присъждане на образователно-научната степен Доктор, по научната специалност "Математическо моделиране и приложение на математиката".

**Рецензент:** проф. д-мн Леда Димитрова Минкова, член на научно жури съгласно заповед N РД-038-83/01.02.2019 год. на ректора на СУ.

**Биографична справка.** Николай Червенов е завършил специалност Математика към ФМИ през 2006 год. Прекарал е известно време в University of Nantes, France, по програма Erasmus. През 2009 год. завършва магистърска програма по математика към ФМИ. В продължение на две години е бил хоноруван асистент във ФМИ, където е водил упражнения по основните математически дисциплини. От 2010 год. е задочен докторант към катедра ВОИС в докторантска програма Математическо моделиране и приложение на математиката в икономиката с научен ръководител доц. д-р Йордан Йорданов. В момента работи като актюер в застрахователна компания.

**Общо описание на дисертацията.** Представената дисертация съдържа 98 страници, разделени на Увод, три глави, Заключение и списък с литература, съдържащ 69 заглавия.

В увода е направен пълен преглед на литературата, свързана с копули. Показано е историческото развитие на работите по темата. В последните години се работи усилено върху копули и приложението им. Добре известно е, че в практиката независимост се среща рядко. Това води до въвеждане на различни видове зависимости в моделите. Оказва се, че с помощта на копули може да се изрази определена зависимост на маргиналните функции на разпределение, така че да се опише зависимостта при данните. Известни са множество копули, с които се изразява силна или слаба зависимост в опашките на разпределенията. През последните години са известни и множество приложения на копулите при финансови и застрахователни данни. В представената дисертация е конструирана фамилия от копули, чрез обединяване на методите на частните диферен-

циални уравнения и стохастичните методи.

В **Глава 1** се разглеждат двумерни копули. Дадени са две дефиниции на 2-растяща функция и е доказана тяхната еквивалентност (Лема 1.2.4). Предложен е метод за конструиране на фамилия от копули като решение на гранична задача в Соболево пространство. Основен принос в тази глава е Теорема 1.2.6, в която е изведена горна граница на функцията копула. Доказана е непрекъснатост по отношение на функцията в дясната страна в задача (1.2.20). В параграф 1.3 е доказано съществуване на решение на задачата.

Предложеният метод дава възможност да се тества двумерното нарастване на копулата чрез обикновено диференциране. Приложението е показано чрез добре подбрани примери. В Теорема 1.4.1 е доказано съществуване на решение на задачата (1.2.20) при предположение за съществуване на слаба производна.

Теоремата на Склар се получава като частен случай на получените тук резултати. Получава се множество от копули, породени от функция  $h$ , които не са включени в монографията на R.Nelsen.

Резултатите от тази глава са публикувани в [35], кратката версия и в [36], разширената версия.

В **Глава 2** се обобщава понятието за  $n$ -растяща функция с предположение за съществуване на слаба производна. В този по-общ случай отново са дадени две дефиниции за  $n$ -растяща функция и е доказана еквивалентността им (Лема 2.1.8). Доказателството при  $n$ -мерна копула е с помощта на т.н. средна функция, (2.1.8). Специално внимание е отделено за Архимедовите копули (параграф 2.2). Показани са някои свойства на средната функция. Представен е метод за конструиране на фамилия от копули като решение на гранична задача в Соболево пространство. Основен резултат в тази глава е Теорема 2.3.1. Като приложение е показано, че  $n$ -мерните Архимедови копули са  $n$ -растящи функции.

Авторът на тази работа установява, че граничната задача на Гурса е много близка до задачата за конструиране на копула. Резултатът на Владимирова е обобщен в  $n$ - мерния случай. Доказана е теорема за съществуване и единственост на задачата на Гурса.

Резултатите са публикувани в [5], [67] и [68].

В **Глава 3** е даден числов пример. Използвани са данни за период от 5 години от CASCO автомобилни застраховки. Данните са за в размера на предявените искове, моментите когато те настъпват и честотата им. Направен е преглед на възможните числени методи за решаване на

подобни задачи. Показано е предимството на спектралния числен метод в този случай. Приложен е спектрален числен метод на базата на полиноми на Чебишев. Построена е двумерна копула, която добре описва данните за размера на исковете и моментите на постъпване. Оказва се, че числено построената копула напълно съответства на реалното изменение на данните. Получената копула е много близка до независимата копула. Това се установява с 4 коефициента на зависимост между променливите при копула, които се оказват нули.

Резултатите от трета глава са публикувани в [69].

**Приложение.** Едно приложение на получените резултати е дадено в трета глава. В зависимост от наличните данни, резултатите може да се интерпретират и да се получат различни копули. Препоръчвам да се продължи работата с приложението на този метод. Интересно е какво би се получило, ако данните имат силна зависимост в едната или в другата опашка.

**Оформление и изложение.** С малки забележки, дисертацията е добре структурирана. Пресмятанията и изводите са много на брой, изпълнени точно и последователно.

**Забележки.** Имам забележки от техически характер.

- Използван е термин бивариантни копули, което означава двумерни копули.

- Използвани са означения, които не са дефинирани тук. Например  $C^0(R^2)$ ,  $\mathcal{D}'(R^2)$  и други подобни. Разчита се на препратки към известни книги, което затруднява четенето.

- Работите [3], [22] и [23] не са цитирани в текста.

**Авторефератът** на дисертацията отразява пълно и точно получените в дисертацията резултати. Точно и пълно са формулирани научните приноси в дисертацията. Считаю, че заявените от дисертанта приноси действително са такива.

**Публикациите** свързани с дисертацията са 6. Пет от публикациите са излезли от печат и една е предложена за печат. Последната статия не е представена с документите. Две от статиите са в списание с IF. По този показател представената работа удовлетворява условията за докторска дисертация. Резултатите, получени в дисертацията са докладвани на една конференция и два пъти на пролетната отчетна сесия на ФМИ.

**Заклучение.** В предложения дисертационен труд резултатите са представени по най-добрия начин. Интерпретацията и приложението са дадени на високо научно ниво. Считаю, че представеният дисертационен труд напълно отговаря на изискванията на ЗРАСРБ и неговия правилник. Мнението ми е положително. Съгласно всичко казано до тук, предлагам на Почитаемото жури да присъди на Николай Костов Червенов образователната и научната степен "Доктор".

Дата:.....  
гр. София

Подпис:.....  
Леда Минкова