

## РЕЦЕНЗИЯ

от проф. дмн Димитър Иванов Вакарелов  
на дисертацията на Димитър Тодоров Георгиев  
“Алгоритмични методи за неклассически логики”,  
представена за присъждане на образователната и научна степен  
“доктор” в професионално направление 4.5 ”Математика”  
по научната специалност “Математическа логика”.

### **1. Кратки биографични данни и общо описание на представените материали.**

Димитър Тодоров Георгиев е роден в град София. Завършва специалност информатика през 2003 г. с магистратура през периода 2003-2006, специализация Логика и Алгоритми към катедрата по математическа логика на ФМИ, СУ „Св. Климент Охридски”. Разработва дипломна работа под ръководството на Проф. Т. Тинчев и Проф. Д. Вакарелов на тема “Програмна реализация на алгоритъма SQEMA за модална опеределимост”, която защитава с отличен успех. В периода 2013-2017 г. е докторант към катедра Математическа логика с научен ръководител проф. Т. Тинчев, а през 2017 г. е отчислен с право на защита.

Списъкът от научните му трудове наброява общо 11 заглавия от които 4 са самостоятелни работи свързани с дисертацията, 3 от които са публикувани в рецензируеми издания (Proc. of 10<sup>th</sup> Panhellenic Logic Symposium, Annual of Sofia University, Faculty of Mathematics and Informatics, 11-th International Conference “Advances in Modal Logic”, short presentations) а една статия отнасяща се до дисертацията е представена за публикуване и очаква рецензии. Искам да отбележа, че серията “Advances in Modal Logic” е основен професионален форум в областта на модалната логика и нейните приложения в различни области на информатиката, изкуствения интелект, лингвистиката и философията.

Авторефератът към дисертацията е доста подробен и приложената към него авторска справка правилно отразява научните приноси на дисертацията. Има забелязани три цитирания отнасящи се до програмната реализация на SQEMA, която е обект на глава 3 от дисертацията.

Дисертантът е докладвал резултати от дисертацията си на един национален и четири международни научни форуми.

Дисертантът участва в два договора към ФНИ на СУ, в един договор с Националния фонд за научни изследвания и в един международен договор.

Още като студент Димитър Георгиев участва като демонстратор във ФМИ, проявявайки се като отличен програмист, а след завършването си на магистратурата работи в Майкрософт и Гугъл, където усъ-

вършенствува своите програмистки умения. В момента е назначен като математик във ФМИ.

## **2. Кратка характеристика на областта на дисертацията.**

Темата на дисертацията е в областта на модалната логика, която в последните десетилетия се оформи като една от основните области с различни плодотворни приложения. Една доста широка тема в модалната логика е свързана с понятието модална определимост. Първият сериозен резултат тук са две теореми на Салквист отнасящи се до един много широк клас от модални формули въведени от него, наречени по-късно в негова чест “Салквистови формули”. Първата теорема показва, че всяка Салквистова формула модално определя условие от първи ред и е посочен алгоритъм за намиране на това условие. Втората теорема показва, че разширението на минималната модална логика  $K$  със аксиоми, които са Салквистови формули дава логика, която е пълна в класа от структурите на Крипке определими от добавените аксиоми. Тези две теореми породиха интензивни изследвания отнасящи се до далече отиващи различни обобщения и разширения от алгоритмичен характер. Една насока в това поле на изследвания се отнася до различни разширения на класа на Салквистовите формули. Втора насока е, без да се фиксира определен синтактичен клас от формули да се дефинират практически работещи алгоритми, които приложени към модални формули от фиксиран модален език да дават (в широк кръг от случаи) съответното условие определимо от входящата формула, ако то съществува. Предвид една теорема на Чагрова, показваща обща неразрешимост на този проблем, съответните алгоритми дават положителен отговор само в някои случаи или дават отговор, че даденият алгоритъм не се справя със задачата. Първите алгоритми от такъв тип са SCAN и DLS, които използват превод в предикатен език, Скулемизация и методи за елиминирание на квантори от втори ред. Един друг алгоритъм, който решава същата задача (в различни разновидности зависещи от изходния модален език) е алгоритъмът SQEMA, който работи директно върху модални формули без да използва Скулемизация и без превод в предикатен език. Димитър Георгиев беше първият, който написа работеща програмна реализация на една от първите му версии. На този алгоритъм е посветено и изследването направено в Глава 3 от дисертацията. Трета насока в обобщенията на Теоремите на Салквист е свързана с модална определимост във фиксирани класове от структури на Крипке от първи ред, като първи сериозни резултати в това направление са получени от Балбиани и Тинчев за класа на релациите на еквивалентност (така наречените  $S5$  структури). Продължение в духа на резултата на Балбиани и Тинчев са резултатите от глави 4, 5 и 6 на дисертацията на Георгиев.

## **3. Описание и оценка на съдържанието на дисертацията.**

Предложената дисертация е в обем от 119 стр. (английски език)

включващ литература от 58 заглавия. Дисертацията е разделена на 7 глави, започващи с 1 Увод, който въвежда читателя в областта и 2 Общи положения, където се резюмират необходими факти изпозувани в следващите основни глави, след това 3 Детерминистична SQEMA и глави 3, 4 и 5 с кратките заглавия съответно 4  $ML(\Box)$  и  $\mathcal{C}_{KD45}$ , 5  $ML(\Box, [U])$  и  $\mathcal{C}_{KD45}$ , 6  $ML(\Box)$  и  $\mathcal{C}_{K5}$ . Последната глава 7 е Заключение.

Глава 3 (60 стр.) е посветена на една нова версия на алгоритъма SQEMA, наречена “детерминистична SQEMA”, която работи в базисния модален език както и в модални езици с реверсивни модалности, номинали и универсална модалност. Параграф 3.1 е кратко въведение в SQEMA, където се описва с какъв тип входящи формули работи алгоритъма и се споменават основни метаматематически резултати за алгоритъма. В параграфи 3.2, 3.3 и 3.4 е дадено описанието на трансформационните правила на SQEMA и на съответния математически апарат необходим за изследването на алгоритъма. Основен математически резултат, доказан подробно в 3.5 е свойството коректност, т.е. винаги при успешен изход полученото условие от първи ред е модално определимо от входната формула и каноничност, което означава, че формулата за която алгоритъма успява е канонична в две разновидности на това понятие, зависещи от вида на входящата формула. Параграф 3.5 е посветен на особеностите на детерминистичната SQEMA и формалното описание на работата на алгоритъма. Детерминистичната SQEMA има съществени предимства пред известните преди това варианти, благодарение на вградените допълнителни преобразувания осигуряващи успешен изход в повече случаи. Алгоритъма е илюстриран с редица примери разгледани в 3.6. Основните метатеореме за SQEMA, а именно, че тя винаги успява за Салквистови формули и за по-сложните “индуктивни формули” се съдържат съответно в параграфи 3.7 и 3.9. Доказателствата са изключително технични и се базират на оригинални инварианти въведени от автора, които се запазват по време на преработката на съответните входящи (Салквистови или индуктивни) формули. Доказателствата са илюстрирани с множество подходящи примери от салквистов и индуктивен тип, които са разгледани съответно в 3.8 и 3.10. В параграф 3.11 е описано едно приложение на SQEMA за предконтактни логики. Главата завършва с кратко описание на една програмна реализация на SQEMA в езика Java, която е достъпна в интернет и се ползва от много потребители.

Глава 4 (10 стр.) -  $ML(\Box)$  и  $\mathcal{C}_{KD45}$  се отнася до следното: разглежда се стандартния език на модалната логика с модалност  $\Box$ , който се интерпретира в така наречените KD45 структури  $(W, R)$ , където  $R$  е сериална, транзитивна и евклидова релация. В тази глава се решават следните два основни проблема: (1) всяка формула от  $ML(\Box)$  модално определя ефективно затворено условие от първи ред над KD45 структури (Теорема 98)

и (2) въпросът за модалната определимост в езика  $ML(\Box)$  на затворени формули от първи ред над KD45 структури е разрешим със сложност PSPACE (Теорема 107, Следствие 112).

В Глава 5 (10 стр.)  $ML(\Box, [U])$  и  $\mathcal{C}_{KD45}$  се разглежда проблем аналогичен на глава 4 като вместо езика  $ML(\Box)$  се разглежда неговото разширение  $ML(\Box, [U])$  с универсална модалност, която, както е известно, значително разширява изразителната сила на базисния модален език. И тук отново се решават проблемите (1) и (2): (1) всяка модална формула от  $ML(\Box)$  определя ефективно затворено условие от първи ред над KD45 структури (Теорема 133), и (2) въпросът за модална определимост в езика  $ML(\Box, [U])$  на затворени формули от първи ред над KD45 структури е разрешим със сложност PSPACE (Теорема 123).

В глава 6 (6 стр.) се разглеждат отново аналогичните проблеми за определимост (1) и (2) като модалния език е класическия  $ML(\Box)$  но класът от модални структури  $(W, R)$  изпълнява само условието за Евклидовост ( $\mathcal{C}_{K5}$  структури), което отличава този случай от тези разгледани в Глава 4 и Глава 5. Тази разлика се оказва съществена - проблем (1) се решава положително: всяка формула от  $ML(\Box)$  определя ефективно затворена формула над  $\mathcal{C}_{K5}$  структура (Твърдение 141) докато задача (2) се решава отрицателно: проблемът за модална определимост на затворени формули над  $\mathcal{C}_{K5}$  структури е неразрешим (Параграф 6.2). Доказателството за неразрешимост се основава на един критерий на Балбиани и Тинчев от [3].

Нека отбележим, че и двата проблема (1) и (2) разглеждани в глави 4, 5 и 6 са изключително нетривиални и за тяхното решение се прилагат техники на р-морфизмите, игри на Ehrenfeucht-Fraïssé, теореми за строежа на KD45 и K5 структури и описание на крайни структури чрез формули на Янков-Файн, което показва, че авторът е овладял добре и творчески тези техники. Идеи как да се решат тези проблеми идват от решението на аналогичен проблем за структури с релация на еквивалентност (S5-структури) в статиите на Балбиани и Тинчев [1,2,3].

#### 4. Критични бележки, препоръки и въпроси.

1. Относно стилът на изложение. Редно е всяка глава от дисертацията да има кратък увод съдържащ главните цели на главата и кои са основните резултати като се споменават важните теореми, които решават тези резултати. Подобно нещо е необходимо и за някои по-дълги параграфи. Например глава 3 трябваше да започне с неформално и кратко описание на SQEMA как тя работи и какво ще се доказва за нея. Подобно нещо там се прави едва на шестата страница на главата. Същите бележки имам и и то в по-голяма степен към глави 3,4 и 5 - започва се веднага със серия от дефиниции и твърдения без да е формулирано какво се цели и как то се постига. Разбира се, ако евентуалният читател има търпението

да достигне до края, ще се разбере каква е била целта и от кои предходни твърдения тя се получава. Освен това, когато целта изисква сложни конструкции, добре е предварително неформално да се опише как тези конструкции водят до целта. Разбира се за да се изпълни всичко това се изисква опит в писмено излагане на математически резултати, който опит се постига (при добро желание) с течение на времето. Затова горните бележки по-скоро трябва да се тълкуват като препоръки към бъдещата работа на дисертанта. Писането на ясен и разбираем текст за сложна математика е изкуство, към което всеки млад математик трябва да се стреми.

2. Горните бележки се отнасят също и за автореферата - от него трябва да се разбере какво се постига в дисертацията и кои са основните теореми. Не е нужно авторефератът да бъде съкратено резюме на дисертацията с изпуснати доказателства. Една друга бележка към автореферата е, че номерацията на твърденията в него е различна от тази в дисертацията и за читателя е трудно да намери кое твърдение от автореферата съответствува на дадено твърдение от дисертацията.

3. Според мен дисертацията може да се раздели тематично на две части: Глава 3 е към Част I, а глави 4, 5 и 6 са към Част II. Такова деление, придружено с описание на специфичната проблематика на двете подобласти би улеснило също читателя. Освен това по обем двете части ще бъдат по-добре балансирани.

4. Тъй като глави 4, 5 и 6 решават близки проблеми, но общо взето по сходни, но различни начини, интересно би било да се обсъди връзката между тези проблеми в зависимост от избрания модален език и съответния семантичен клас от структури. Например, има ли затворени формули над  $\mathcal{C}_{KD45}$ , които не са модално определими в езика  $ML(\Box)$ , но са определими в езика  $ML(\Box, [U])$ . Освен това, от факта, че всяка формула от езика  $ML(\Box)$ , модално определя затворено условие над класа  $\mathcal{C}_{K5}$ , веднага следва същия факт за класа  $\mathcal{C}_{KD45}$ . Може ли това да се използва в Глава 4 или там се постига нещо по-силно?

Горните бележки в никакъв случай не намаляват ценността и нетривиалността на получените в дисертацията резултати. Едно друго нейно положително качество е че теоретични резултати водят до работеща програмна реализация, която се използва от широк кръг ползватели.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ.** Представеният дисертационен труд съдържа сериозни и оригинални резултати в една сравнително нова област, изискващи усвояването и творческото прилагане от дисертанта на нови нетривиални методи както от обласста на неклассическите логики а така също и нетривиални компютърни умения за програмна реализация на част от получените резултати. Освен това представената дисертация напълно отговаря

на критериите на “Закона за развитието на академичния състав в Република България” и съответните подзаконови наредби и правилници, отнасящи се за СУ и ФМИ за придобиване на научната и образователна степен “доктор”. Ето защо убедено препоръчвам на Димитър Тодоров Георгиев да му бъде присъдена образователната и научна степен “доктор”.

София, 23.05.2017

Подпис на рецензента: