РЕЗЮМЕТА НА СТАТИИ

представени за участие в конкурс за доцент от д-р Иван Димитров Георгиев

1. Georgiev, I., Kristiansen, L., Stephan, F., *Computable irrational numbers with representations of surprising complexity*, Annals of Pure and Applied Logic, 2021, Volume: 172 (2), 102893.

Резюме. Редиците на Коши, сеченията на Дедекинд, десетичните развития и верижните дроби са примери за добре известни представяния на ирационалните числа. Но съществуват и други, не толкова популярни, които могат да се дефинират с използване на различни видове апроксимации чрез суми или чрез най-добри апроксимации. В тази статия ние изследваме сложността на редица такива представяния.

За всяка бързо растяща изчислима функция f, ние дефинираме ирационалното число α_f с използване на ред от реципрочни степени на всички прости числа. Доказваме, че определени представяния на α_f имат ниска изчислителна сложност (която не зависи от f), докато други, наглед подобни представяния, могат да имат произволно висока изчислителна сложност (която зависи от f). Съществуването на изчислими числа като α_f ни позволява да докажем нови и нетривиални теореми върху изчислителната сложност на представянията без да прибягваме до стандартния апарат на изброяванията и диагонализацията от теория на изчислимостта.

В статията ние също показваме как се конструират ирационални числа γ, чиито представяния с редица на Коши имат ниска изчислителна сложност, но чиито развития в основа b могат да бъдат с произволно висока изчислителна сложност за всички основи b. Освен това, за всяко $\mathcal{E}^2$-ирационално число α ще съществува $\mathcal{E}^2$-ирационално число β, такова че $\alpha + \beta$ има сложността на γ. Като следствие, две числа, които имат, да кажем, десетични развития с ниска изчислителна сложност, могат да имат сума, чието десетично развитие е от произволно висока изчислителна сложност. Същото важи за представянията в основа 2, в основа 17, чрез дедекиндови сечения, чрез верижни дроби и така нататък.

Abstract. Cauchy sequences, Dedekind cuts, base-10 expansions and continued fractions are examples of well-known representations of irrational numbers. But there exist others, not so popular, which can be defined using various kinds of sum approximations and best approximations. In this paper we investigate the complexity of a number of such representations.

For any fast-growing computable function f, we define an irrational number α_f by using a series of reciprocals of powers of all primes. We prove that certain representations of α_f are of low computational complexity (which does not depend on f), whereas others, apparently similar representations, can be of arbitrarily high computational complexity (which depends on f). The existence of computable numbers like α_f allows us to prove new and non-trivial theorems on the computational complexity of representations without resorting to the standard computability-theoretic machinery involving enumerations and diagonalizations.

In the paper we also show how to construct irrational numbers γ whose representations by a Cauchy sequence are of low computational complexity, but whose base-b expansion may be of arbitrarily high computational complexity for all bases b. Moreover, for any $\mathcal{E}^2$-irrational number α, there will be an $\mathcal{E}^2$-irrational number β, such that $\alpha + \beta$ has the complexity of γ. As a consequence, two numbers which have, let us say, base-10 expansions of low computational complexity, may add up to a number whose base-10 expansion is of arbitrarily high computational complexity. The same goes for representations by base-2 expansions, base-17 expansions, Dedekind cuts, continued fractions, and so on.

2. Georgiev, I., *Uniform and Conditional $\mathcal{M}^2$-computability of Some Nonelementary Real Functions*, Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences, 2020, Volume: 73 (3), Pages: 306-314.

Резюме. Темата на тази статия е сложност на реални числа и реални функции по отношение на субрекурсивния клас $\mathcal{M}^2$, който се състои от полиномиално ограничените и Δ_0-определими тотални функции в естествените числа. Разглеждаме две понятия за относителна изчислимост на реални функции: равномерна $\mathcal{M}^2$-изчислимост и условна $\mathcal{M}^2$-изчислимост. Нашата цел е да достигнем отвъд елементарните функции на анализа, за които е известно, че са равномерно $\mathcal{M}^2$-изчислими, когато са ограничени до компактни множества и условно $\mathcal{M}^2$-изчислими върху целите си дефиниционни области. Прилагаме някои резултати относно субрекурсивната сложност на интегрирането за да получим, че гама функцията, ограничена до положителните реални числа и дзета функцията на Риман, ограничена до реалните числа по-големи от 1, са условно $\mathcal{M}^2$-изчислими. Методите, които използваме са доста общи и могат да се адаптират към много други реални функции, имащи интегрални представяния.

Abstract. The topic of this paper is complexity of real numbers and real functions with respect to the subrecursive class $\mathcal{M}^2$, which consists of the polynomially bounded and Δ_0-definable total functions in the natural numbers. We consider two notions for relative computability of real functions: uniform $\mathcal{M}^2$-computability and conditional $\mathcal{M}^2$-computability. Our aim is to go beyond the elementary functions of calculus, which are known to be uniformly $\mathcal{M}^2$-computable, when restricted to compact sets and conditionally $\mathcal{M}^2$-computable on their whole domains. We apply some results on subrecursive complexity of integration to obtain that the gamma function, restricted to the positive real numbers and the Riemann zeta function, restricted to the real numbers greater than 1, are conditionally $\mathcal{M}^2$-computable. The methods we use are quite general and can be adapted to many other real functions, which have integral representations.

3. Georgiev, I., *On subrecursive complexity of integration*, Annals of Pure and Applied Logic, 2020, Volume: 171 (4), 102777.

Резюме. Разглеждаме сложността на оператора интегриране върху реални функции по отношение на субрекурсивния клас $\mathcal{M}^2$. Доказваме, че определеният интеграл на равномерно $\mathcal{M}^2$-изчислима аналитична реална функция с $\mathcal{M}^2$-изчислими граници е само по себе си $\mathcal{M}^2$-изчислимо реално число. Обобщаваме този резултат до интеграли с параметри и с променливи граници. Като приложение показваме, че константата на Ойлер-Маскерони е $\mathcal{M}^2$-изчислима.

Abstract. We consider the complexity of the integration operator on real functions with respect to the subrecursive class $\mathcal{M}^2$. We prove that the definite integral of a uniformly $\mathcal{M}^2$-computable analytic real function with $\mathcal{M}^2$-computable limits is itself $\mathcal{M}^2$-computable real number. We generalise this result to integrals with parameters and with varying limits. As an application, we show that the Euler-Mascheroni constant is $\mathcal{M}^2$-computable.

4. Georgiev, I., Kristiansen, L., Stephan, F., *On General Sum Approximations of Irrational Numbers*, In: Manea F., Miller R., Nowotka D. (eds) Sailing Routes in the World of Computation. Computability in Europe, 2018. LNCS, Springer, Cham, Volume: 10936, Pages: 194-203.

Резюме. Съществуват многобройни начини да се представят реалните числа. Можем да използваме, например, редици на Коши, сечения на Дедекинд, числови развития в основа 2 или основа 10 и верижни дроби. Ако работим с пълната тюрингова изчислимост, всички тези представяния дават един и същ клас от реални числа. Ако работим с някое

ограничено понятие за изчислимост, например изчислимост с полиномално време или примитивна рекурсивност, то това вече не е така.

Ирационалните числа могат да бъдат представени чрез безкрайни суми от определен вид. Доказваме някои резултати, свързани с представянията на ирационалните числа чрез безкрайни суми, породени от техните развития в произволна основа b.

Abstract. There are numerous ways to represent real numbers. We may use, e.g., Cauchy sequences, Dedekind cuts, numerical base-10 expansions, numerical base-2 expansions and continued fractions. If we work with full Turing computability, all these representations yield the same class of real numbers. If we work with some restricted notion of computability, e.g., polynomial time computability or primitive recursiveness, they do not.

Irrational numbers can be represented by infinite sums of certain forms. We prove some results related to the representations of irrational numbers by infinite sums, derived from their expansion in arbitrary base b.

5. Georgiev, I., *Characterization theorem for the conditionally computable real functions*, Logical Methods in Computer Science, 2017, Volume: 13 (3), Pages: 1-17.

Резюме. Класът на равномерно изчислимите реални функции относно един малък субрекурсивен клас от оператори изчислява елементарните функции на анализа, ограничени до компактни подмножества на техните дефиниционни области. Класът на условно изчислимите реални функции относно същия клас от оператори е същинско разширение на класа на равномерно изчислимите реални функции и той изчислява елементарните функции на анализа върху целите им дефиниционни области. Дефиницията и на двата класа разчита на определени трансформации на безкрайни имена на реални числа. В настоящата статия условната изчислимост на реални функции е характеризирана в духа на Тент и Циглер, като се избягва нуждата от безкрайни имена.

Abstract. The class of uniformly computable real functions with respect to a small subrecursive class of operators computes the elementary functions of calculus, restricted to compact subsets of their domains. The class of conditionally computable real functions with respect to the same class of operators is a proper extension of the class of uniformly computable real functions and it computes the elementary functions of calculus on their whole domains. The definition of both classes relies on certain transformations of infinitistic names of real numbers. In the present paper, the conditional computability of real functions is characterized in the spirit of Tent and Ziegler, avoiding the use of infinitistic names.

6. Atanassov, K., Georgiev, I., Szmidt, E., Kacprzyk, J., *Multidimensional Intuitionistic Fuzzy Quantifiers and Level Operators*, In: Sgurev V., Piuri V., Jotsov V. (eds) Learning Systems: From Theory to Practice. Studies in Computational Intelligence, 2018, Springer, Cham, Volume: 756, Pages: 267-280.

Резюме. В серия от предходни статии авторите са въвели понятията многомерни интуиционистки размити множества и логики. Тук се въвеждат понятията многомерен интуиционистки размит квантор и интуиционистки размит оператор по нива. Три групи от такива квантори са описани и са изследвани някои от техните основни свойства.

Abstract. In a series of papers, the authors introduced the concepts of multidimensional intuitionistic fuzzy sets and logic. Here, the concepts of a multidimensional intuitionistic fuzzy quantifier and an intuitionistic fuzzy level operator are introduced. Three groups of these quantifiers are described and some of their basic properties are studied.

7. Atanassov, K., Georgiev, I., Szmidt, E., Kacprzyk, J., *Multidimensional Intuitionistic Fuzzy Quantifiers*, 2016 IEEE 8th International Conference on Intelligent Systems (IS), 2016, Pages: 530-534.

Резюме. В серия от предходни статии авторите са въвели понятията многомерни интуиционистки размити множества и логики. Тук се въвежда понятието многомерен интуиционистки размит квантор. Три групи от такива квантори са описани и са изследвани някои от основните им свойства.

Abstract. In a series of papers, the authors introduced the concepts of multidimensional intuitionistic fuzzy sets and logic. Here, the concept of a multidimensional intuitionistic fuzzy quantifier is introduced. Three groups of these quantifiers are described and some of their basic properties are studied.

8. Georgiev, I., *Fast Converging Sequence to Euler-Mascheroni Constant*, Annuaire de l'Universite de Sofia "St. Kliment Ohridski" Faculte de Mathematiques et Informatique, 2017, Volume: 104, Pages: 185-191.

Резюме. Целта на статията е да се приложи експоненциално квадратурно правило за трапеци към интегрално представяне на константата на Ойлер-Маскерони. Получената редица има субекспоненциална скорост на сходимост и е особено полезна при оценяване на субрекурсивната сложност на константата.

Abstract. The aim of the paper is to apply an exponential trapezoidal quadrature rule to an integral representation of the Euler-Mascheroni constant. The resulting sequence has subexponential convergence rate and is particularly useful for estimating the subrecursive complexity of the constant.