

Становище

от проф. дмн Дойчин Иванов Толев, ФМИ при СУ „Св. Климент Охридски”

относно дисертационен труд на тема

„Върху някои диофантови уравнения и неравенства”

с автор Живко Христов Петров

за придобиване на образователна и научна степен „доктор”

Област на висше образование: 4 „Природни науки, математика и информатика”,

Професионално направление: 4.5 „Математика”,

Докторска програма „Математически анализ”

Научен ръководител: проф. дмн Дойчин Иванов Толев

Дисертацията е изложена на 93 страници и се състои от пет глави и библиография. Цитирани са 88 заглавия, всички от специализирана литература. Първата глава е уводна и там са въведени основните понятия, описана е историята на разглежданите проблеми и са формулирани основните резултати. Във втората глава са формулирани известни теореми и лемии от математическия анализ и от теорията на числата, които се използват при доказателствата на теоремите от дисертацията.

Третата глава е посветена на изследването на уравнението

$$[p^c] + [m^c] = N, \quad (1)$$

където $c \in (1, 29/28)$ е константа, а $[t]$ означава цялата част на реалното число t . Доказано е, че ако N е достатъчно голямо естествено число, то (1) притежава решение в неизвестни p и m , като p е просто число, а m е естествено число, чийто брой на прости множители е ограничен отгоре от $\left[\frac{52}{29-28c}\right] + 1$. Тази теорема е подобна на известната теорема на Чен, която гласи, че всяко достатъчно голямо четно число се представя като сума от просто число и число с не повече от два прости множителя. Тук обаче неизвестните са повдигнати в степен по-голяма от 1 (макар и близка до 1), което усложнява задачата. Поради това ограничението за броя на простите множители на m не е толкова силно, както в теоремата на Чен. Би било интересно, ако бъде получен вариант на настоящата теорема, в която m има не повече от два прости множителя.

Резултатът от тази глава е получен съвместно от дисертанта и неговия научен ръководител (и автор на настоящото становище). Публикуван е първо като препринт в ArXiv, като е цитиран в Acta Arithmetica, а след това е публикуван като научна статия в „Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics”.

Четвърта глава е посветена на уравнението

$$[p_1^c] + [p_2^c] + [p_3^c] = N, \quad (2)$$

където $c \in (1, 17/16)$ е константа. Доказано е, че ако N е достатъчно голямо естествено число, то уравнението е разрешимо в прости числа p_1, p_2, p_3 , такива че всяко от числата $p_1 + 2, p_2 + 2, p_3 + 2$ притежава не повече от $\left\lceil \frac{95}{17-16c} \right\rceil$ на брой прости множителя. Уравнението (2) е аналог на тернарното уравнение на Голдбах и е било изследвано първо от Лапорта и автора на становището, но без ограничения върху p_i , а след това и от други математици. Ще отбележа, че ограничението върху броя на простите множители на $p_i + 2$ внася допълнителни усложнения. Резултатът от тази глава е публикуван в самостоятелна статия на дисертанта в „Годишник на Софийския Университет“.

В последната пета глава се изследва диофантовото неравенство на Пятецкий-Шапиро

$$|p_1^c + \dots + p_s^c - N| < (\log N)^{-1}, \quad (3)$$

където $c > 1$ е фиксирано нецяло число, p_1, \dots, p_s са прости числа принадлежащи на множеството на Пятецкий-Шапиро \mathcal{N}_γ и $\gamma \in (0, 1)$ е параметър. Доказани са четири теореми отнасящи се до разрешимостта на неравенството в прости числа от указания вид при условие, че N е достатъчно голямо реално число и ако параметрите c и γ удовлетворяват определени условия. Първата теорема се отнася за големи стойности на c и когато γ е близко до 1 и се установява, че ако s е достатъчно голямо по отношение на c и ако N е достатъчно голямо реално число, то (3) има решение в прости числа $p_1, \dots, p_s \in \mathcal{N}_\gamma$. В следващите две теореми се изследват случаите $s = 4, s = 3$, а c и γ са близки до 1 и се доказва разрешимостта на (3) в прости числа от указания вид за всяко достатъчно голямо N . В последната теорема се разглежда случая $s = 2$, като отново c и γ са близки до 1 и се установява разрешимостта на неравенството за почти всички големи N (в смисъл, че мярката на множеството от числата N , за които неравенството няма решение в прости числа $p_1, p_2 \in \mathcal{N}_\gamma$ е малка).

Тези резултати са получени съвместно от дисертанта и от проф. Ангел Кумчев (Towson University, USA) и са публикувани като статия в „Monatshefte für Mathematik“.

Тематиката на дисертацията е актуална. Задачите, които са решени са класически и са подобни на задачи, изследвани от изявени математици. Доказателствата в дисертацията са подробни и ясни, а историческата справка и библиографията са пълни. Авторефератът е изготвен в съответствие с изискванията на Правилника за условията за придобиване на научни степени и заемане на научни длъжности и пълно и точно отразява приносите на дисертационния труд. Както вече отбелязах, резултатите от дисертацията са публикувани в три статии, две от които са в чужди списания с висок импакт фактор („Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics“, „Monatshefte für Mathematik“), а третата е в „Годишник на Софийския Университет“. Една от статиите вече е цитирана в „Acta Aritmetika“.

Живко Петров е докладвал резултатите си на международната конференция „Journées Arithmétiques“ във Франция през 2017 г., на три пролетни научни сесии

на ФМИ през 2016, 2017 и 2018 г., на отчетната сесия на секция „Алгебра и Логика” в ИМИ БАН през 2016 г., както и в редица доклади на семинара „Динамични системи и теория на числата” във ФМИ.

Ще отбележа също, че в качеството си на научен ръководител съм наблюдавал работата на Живко Петров и съм на мнение, че той е навлязъл в тематиката на аналитичната теория на числата и в бъдеще би могъл да извършва самостоятелни научни изследвания. Подготовката му по математически анализ също е на нужното ниво. Имам отлично впечатление и от педагогическите умения на дисертанта — през последните години сме работили в един екип, като аз съм чел лекции, а Живко Петров е водил упражнения.

Заклучение:

Считам, че представеният дисертационен труд напълно отговаря на изискванията на Закона за развитието на академичния състав в република България и Правилника за прилагането му, както и на специфичните изисквания на ФМИ при СУ. Това ми дава основание да предложа да бъде присъдена образователната и научна степен „доктор” на Живко Христов Петров по Област на висше образование: 4 „Природни науки, математика и информатика”, Професионално направление: 4.5 „Математика”, Докторска програма „Математически анализ”.

София, 24. 06. 2019

проф. Д. Толев