

## РЕЗЮМЕТА

на публикациите, представени за участие в  
конкурс за професор  
по ПН 4.5 Математика (Крайни геометрии)  
обявен в ДВ бр. 67/04.08.2023

от **Ася Петрова Русева - Ланджева**

1. Maryam Bajalan, Ivan Landjev, Assia Rousseva, On the  $p$ -rank of a projective Hjelmslev plane, Lecture Notes of the ICST, vol. 514, 2023, Springer-Switzerland.

**Abstract.** In this paper we determine the  $p$ -rank of the point-by-line incidence matrix of the projective Hjelmslev plane over the chain rings with 4 and 9 elements. The proof uses a characterization of all divisible arcs in the corresponding projective planes. Furthermore, we prove lower and upper bounds on the  $p$ -rank of the incidence matrix of the projective Hjelmslev plane over an arbitrary finite chain ring of nilpotency index 2.

**Резюме.** В тази статия определяме  $p$ -ранга на матрицата на инцидентност на проективната равнина на Йелмслев над верижни пръстени с 4 и 9 елемента. Доказателството изпозва характеристиката на всички арки с делимост в съответните проективни равнини. Освен това доказваме долни и горни граници за  $p$ -ранга на матрицата на инцидентност на проективна равнина на Йелмслев над произволен верижен пръстен с индекс на nilпотентност 2.

2. Sascha Kurz, Ivan Landjev, Francesco Pavese, Assia Rousseva, The geometry of  $(t \bmod q)$ -arcs, Designs, Codes and Cryptography, 2023.

**Abstract.** In this paper, we give a geometric construction of the three strong non-lifted  $(3 \bmod 5)$ -arcs in  $\text{PG}(3, 5)$  of respective sizes 128, 143, and 168, and construct an infinite family of non-lifted, strong  $(t \bmod q)$ -arcs in  $\text{PG}(r, q)$  with  $t = (q + 1)/2$  for all  $r \geq 3$  and all odd prime powers  $q$ .

**Резюме.** В настоящата статия представяме геометрична конструкция на трите силни нелифтвани  $(3 \bmod 5)$ -арки в  $\text{PG}(3, 5)$ , имащи мощности 128, 143 и 168, и конструираме безкрайно семейство от силни, нелифтвани  $(t \bmod q)$ -арки в  $\text{PG}(r, q)$  със  $t = (q+1)/2$  за всички  $r \geq 3$  и всички нечетни прости степени  $q$ .

3. Ivan Landjev, Assia Rousseva, Konstantin Vorobev, Constructions of Binary Codes with Two Distances, Discrete Mathematics, vol:346, issue: 6,2023, 113337.

**Abstract.** In this paper, we consider the problem of determining the exact value of  $A_2(n, \{d_1, d_2\})$  defined as the maximal cardinality of a binary code of length  $n$  with two possible distances  $d_1$  and  $d_2$ . We prove that if  $d_2 > 2d_1$ , one has  $A_2(n, \{d_1, d_2\}) \leq n + 1$ . A similar bound holds for codes with  $d_1 \not\equiv d_2 \pmod{2}$ :

$$A_2(n, \{d_1, d_2\}) \leq \begin{cases} n + 1 & \text{for } d_1 \text{ even,} \\ n + 2 & \text{for } d_1 \text{ odd.} \end{cases}$$

Furthermore, we settle two conjectures left open by earlier authors that imply the following exact values:

$$A_2(n, \{2, d\}) = \begin{cases} \binom{n}{2} + 1 & \text{for } d = 4 \text{ and } n \geq 6, \\ n & \text{for } 4 < d < n - 1, \\ n + 1 & \text{for } d = n - 1, \end{cases}$$

and provide combinatorial constructions that improve on the lower bounds on  $A_2(n, \{d_1, d_2\})$  known so far. Finally, we prove the general upper bound

$$A_2(n, \{d_1, d_2\}) \leq \frac{(n+1)(n+2)}{2}.$$

**Резюме.** В тази работа се разглежда задачата за определяне на точната стойност на  $A_2(n, \{d_1, d_2\})$ , дефинирана като максималната мощност на двоичен код с дължина  $n$  и две възможни разстояния  $d_1$  и  $d_2$ . Доказваме, че ако  $d_2 > 2d_1$ , то е в сила неравенството  $A_2(n, \{d_1, d_2\}) \leq n + 1$ . Подобна граница е в сила и за кодове с  $d_1 \not\equiv d_2 \pmod{2}$ :

$$A_2(n, \{d_1, d_2\}) \leq \begin{cases} n + 1 & \text{за } d_1 \text{ четно,} \\ n + 2 & \text{за } d_1 \text{ нечетно.} \end{cases}$$

Освен това решаваме две хипотези от по-ранна работа на други автори, които дават следните точни стойности

$$A_2(n, \{2, d\}) = \begin{cases} \binom{n}{2} + 1 & \text{за } d = 4 \text{ и } n \geq 6, \\ n & \text{за } 4 < d < n - 1, \\ n + 1 & \text{за } d = n - 1, \end{cases}$$

както и комбинаторни конструкции подобряващи най-добрите известни досега долни граници за  $A_2(n, \{d_1, d_2\})$ . В края на статията доказваме и следната обща горна граница

$$A_2(n, \{d_1, d_2\}) \leq \frac{(n+1)(n+2)}{2}.$$

4. Sascha Kurz, Ivan Landjev, Assia Rousseva, Classification of  $(3 \bmod 5)$ -arcs in  $\text{PG}(3,5)$ , *Advances in Mathematics of Communications*, vol:17, issue:1,2023, pages: 172-206.

**Abstract.** The proof of the non-existence of Griesmer  $[104, 4, 82]_5$ -codes is just one of many examples where extendability results are used. In a series of papers Landjev and Rousseva have introduced the concept of  $(t \bmod q)$ -arcs as a general framework for extendability results for codes and arcs. Here we complete the known partial classification of  $(3 \bmod 5)$ -arcs in  $\text{PG}(3, 5)$  and uncover two missing, rather exceptional, examples disproving a conjecture of Landjev and Rousseva. As also the original non-existence proof of Griesmer  $[104, 4, 82]_5$ -codes is affected, we present an extended proof to fill this gap.

**Резюме.** Доказателството за несъществуване на грийсмърски кодове с параметри  $[104, 4, 82]_5$  е само един от многото примери, при които се използват резултати за разширимост. В серия от статии Ланджев и Русева въвеждат обекта  $(t \bmod q)$ -арка, като общ инструмент за формулиране и доказване на резултати за разширимост на кодове и арки. Тук ние завършваме известната до момента частична класификация на  $(3 \bmod 5)$ -арките в  $\text{PG}(3, 5)$  и конструираме два спорадични примера, липсващи в предните характеристики и даващи контрапримери към една хипотеза на Ланджев и Русева. Тъй като оригиналното доказателство за несъществуване на грийсмърски кодове с параметри  $[104, 4, 82]_5$  е засегнато от тези конструкции, ние представяме ново, разширено доказателство за несъществуване, в което тази празнина е запълнена.

5. Ivan Landjev, Assia Rousseva, Emilyyan Rogachev, On a Class of Minihypers in the Geometries  $PG(r, q)$ , Lecture Notes of the ICST, issue:vol. 450, Publisher:Springer, 2022, pages:1-12.

**Abstract.** We characterize all minihypers with parameters  $(v_3 + 2v_2, v_2 + 2v_1)$  in the geometries  $PG(3, q)$ . Apart from the trivial ones which are the sum of a plane and two lines, we construct all sporadic minihypers in the geometries  $PG(3, q)$  with  $q = 3$  and  $q = 4$ .

**Резюме.** Тук характеризираме всички минихипери с параметри  $(v_3 + 2v_2, v_2 + 2v_1)$  в геометриите  $PG(3, q)$ . Освен тривиалните, които са сума на равнина и две прави в различни взаимни положения, ние конструираме и всички спорадични примери в геометриите  $PG(3, q)$  за  $q = 3$  и  $q = 4$ .

6. Ivan Landjev, Assia Rousseva, On the Maximal Cardinality of Binary Two-weight Codes, Comptes rendus de l'Academie bulgare des Sciences, vol:74, issue:10, 2021, pages:1423-1430.

**Abstract.** In this note we prove a general upper bound on the size of a binary  $(n, \{d_1, d_2\})$ -code with  $d_2 > 2d_1$ . This bound is used to settle recent conjectures on the maximal cardinality of an  $(n, \{2, d\})$ -code. The special case of  $d = 4$  is also resolved using a classical shifting technique introduced by Erdős, Ko and Rado.

**Резюме.** В тази публикация доказваме обща горна граница за мощността на двоичен  $(n, \{d_1, d_2\})$ -код с  $d_2 > 2d_1$ . Тази граница се използва за решаването на няколко хипотези за максималната мощност на  $(n, \{2, d\})$ -кодове, формулирани неотдавна. Специалният случай  $d = 4$  също е разрешен чрез използването на класическата шифтинг техника, въведена от Ердъш, Ко и Радо.

7. Ivan Landjev, Assia Rousseva, A General Construction for Blocking Sets in Finite Affine Geometries, Results in Mathematics, vol:75, issue:142, 2020. doi:10.1007/s00025-02-01269-2

**Abstract.** A  $t$ -fold affine blocking set is a set of points in  $AG(n, q)$  intersecting each hyperplane in at least  $t$  points. In this paper we present a general construction of affine blocking sets in  $AG(n, q)$ . The construction uses an arc in an  $r$ -dimensional subspace of  $PG(n, q)$  and a blocking set in the affine part isomorphic to  $\cong AG(n - r - 1, q)$  of its complementary subspace to produce a  $t$ -fold affine blocking set in  $AG(n, q)$ . The infinite

class of  $t$ -fold affine blocking sets with  $t = q - n + 2$  meeting Bruen's bound is obtained as a special case of this construction. It gives also several optimal affine blocking sets whose cardinality meets the lower bound provided by Ball's improvement of Bruen's bound. These are the first examples for blocking sets meeting this new bound. The construction produces also many examples of affine blocking sets lying close to the lower bounds by Bruen, Ball-Blokhuis, and Ball.

**Резюме.** Едно множество от точки в  $AG(n, q)$  наричаме  $t$ -кратно афинно блокиращо множество, ако то пресича всяка права в афинната равнина в поне  $t$  точки. В тази статия представяме обща конструкция за афинни блокиращи множества в  $AG(n, q)$ . Тази конструкция използва арка в  $r$ -мерно подпространство на  $PG(n, q)$  и блокиращо множество в афинната част  $\cong AG(n - r - 1, q)$  на допълнителното му подпространство, от които се построява  $t$ -кратно афинно блокиращо множество в  $AG(n, q)$ . Безкрайният клас от  $t$ -кратни афинни блокиращи множества с  $t = q - n + 2$ , лежащи на границата на Бруен се получават като специален случай от тази конструкция. Тя дава също и няколко оптимални афинни блокиращи множества с мощност, която достига долната граница, получена от Бол като подобрение на границата на Бруен. Това са първите примери за блокиращи множества достигащи тази нова граница. С тази конструкция се получават и много нови примери за афинни блокиращи множества, които лежат близо до долните граници на Бруен, Бол-Блокхаус и Бол.

8. Assia Rousseva, Ivan Landjev, The Geometric Approach to the Existence of Some Quaternary Griesmer Codes, Designs, Codes and Cryptography, vol:88, issue:9, 2020, pages:1925-1940.

**Abstract.** In this paper we prove the nonexistence of the hypothetical arcs with parameters  $(395, 100)$ ,  $(396, 100)$ ,  $(448, 113)$ , and  $(449, 113)$  in  $PG(4, 4)$ . This rules out the existence of Griesmer codes with parameters  $[395, 5, 295]_4$ ,  $[396, 5, 296]_4$ ,  $[448, 5, 335]_4$ ,  $[449, 5, 336]_4$  and solves four instances of the main problem of coding theory for  $q = 4$ ,  $k = 5$ . The proof relies on the characterization of  $(100, 26)$ - and  $(113, 29)$ -arcs in  $PG(3, 4)$  and is entirely computer-free.

**Резюме.** В тази статия доказваме несъществуването на хипотетичните арки с параметри  $(395, 100)$ ,  $(396, 100)$ ,  $(448, 113)$  и  $(449, 113)$  в  $PG(4, 4)$ . Това отхвърля съществуването на грийсмърнови кодове с параметри  $[395, 5, 295]_4$ ,  $[396, 5, 296]_4$ ,  $[448, 5, 335]_4$ ,  $[449, 5, 336]_4$  и решава четири открити случая на основната задача на теория на кодирането

за кодове с  $q = 4$ ,  $k = 5$ . Доказателството се опира на характеристиката на арките с параметри  $(100, 26)$  и  $(113, 29)$  в  $\text{PG}(3, 4)$  и не използва компютърни изчисления.

9. Assia Rousseva, Ivan Landjev, Codes related to caps and the non-existence of some Griesmer Codes, IEEE Xplore, Algebraic and Combinatorial Coding Theory (ACCT)2020, 2020, pages:123-127.

**Abstract.** In this paper we consider the existence problem for arcs with parameters  $(q^3 + 2q^2 + q + 2, q^2 + 2q + 2)$  in  $\text{PG}(3, q)$ . Such arcs correspond to Griesmer  $[q^3 + 2q^2 + q + 2, 4, q^3 + q^2 - q]_q$ -codes. They are trivially obtained as the sum of a maximal cap in  $\text{PG}(3, q)$  and the whole geometry. We prove that for  $q = 5, 7$  this is the only possible construction. This was known to be the case also for  $q = 4$ . For  $q = 3$ , there exists one further example. The characterization uses a divisibility result for plane blocking sets with parameters  $(q^2, q - 1)$  which is of independent interest.

**Резюме.** В тази статия разглеждаме задачата за съществуване на арки с параметри  $(q^3 + 2q^2 + q + 2, q^2 + 2q + 2)$  в  $\text{PG}(3, q)$ . Такива арки се асоциират с кодове с параметри  $[q^3 + 2q^2 + q + 2, 4, q^3 + q^2 - q]_q$ . Те се получават тривиално като сума от максимална шапка в  $\text{PG}(3, q)$  и цялата геометрия. Доказваме, че за  $q = 5, 7$  това е единствената възможна конструкция. Известно е, че това е вярно и за  $q = 4$ . За  $q = 3$  построяваме и друг пример за такава арка. Характеризацията използва и един резултат за делимост за равнинни блокиращи множества с параметри  $(q^2, q - 1)$ , които представляват и самостоятелен интерес.

10. Ivan Landjev, Assia Rousseva, Divisible Arcs, Divisible Codes and the Extension Problem for Arcs and Codes, Problems of Information Transmission, vol:55, issue:3, 2019, pages:226-240.

**Abstract.** In an earlier paper we developed a unified approach to the extendability problem for arcs in  $\text{PG}(k - 1, q)$ , and, equivalently, for linear codes over finite fields. We defined a special class of arcs called  $(t \bmod q)$ -arcs and we proved that the extendability of a given arc depends on the structure of a special dual arc which turns out to be a  $(t \bmod q)$ -arc. In this paper, we investigate the general structure of  $(t \bmod q)$ -arcs. We prove that every such arc is the sum of complements of hyperplanes. Further, we characterize such arcs for small values of  $t$ , which in the case  $t = 2$  gives us an alternative proof of the theorem by Maruta on the extendability of codes. This result is geometrically equivalent to the

statement that every 2-quasidivisible arc in  $\text{PG}(k - 1, q)$ ,  $q \geq 5$ ,  $q$  odd, is extendable. Finally, we present an application of our approach to the problem of the extendability of caps in  $\text{PG}(3, q)$ .

**Резюме.** В една наша по-ранна статия предложихме унифициран подход към проблема за разширимост на арки в  $\text{PG}(k - 1, q)$  и, еквивалентно, за линейни кодове над крайни полета. Там дефинирахме специален клас от арки, наречени  $(t \bmod q)$ -арки и доказахме, че разширимостта на дадена арка зависи от структурата на специална дуална арка, която се оказва че е  $(t \bmod q)$ -арка. В тази статия изследваме общата структура на  $(t \bmod q)$ -арки. Доказваме, че всяка такава арка е сума на допълнения на хиперравнини. По-нататък характеризираме такива арки за малки стойности на  $t$ , което в случая  $t = 2$  дава алтернативно доказателство на една теорема на Марута за разширимост на кодове. Този резултат е геометрично еквивалентен на твърдението, че всяка арка в  $\text{PG}(k - 1, q)$ ,  $q \geq 5$ ,  $q$  нечетно, имаща свойството 2-квазиделимост, е разширима. Най-накрая представяме едно приложение на нашата техника към проблема за разширимостта на шапки в  $\text{PG}(3, q)$ .

11. Ivan Landjev, Assia Rousseva, Leo Storme, On Linear Codes of Almost Constant Weight and the Related Arcs, *Comptes rendus, de l'Académie Bulgare des Science* 72, vol:72, issue:12, 2019, pages:1626-1633.

**Abstracts.** In this note we characterize arcs in  $\text{PG}(r, q)$  in which the hyperplanes have multiplicities  $w, w+1$ , and  $w+2$ . This result characterizes all linear codes in which the non-zero weights are  $d, d+1$ , or  $d+2$ .

**Резюме.** В тази бележка характеризираме всички арки в  $\text{PG}(r, q)$ , за които хиперравнините са с кратности  $w, w+1$  и  $w+2$ . Този резултат характеризира всички линейни кодове, чиито ненулеви тегла са  $d, d+1$  или  $d+2$ .

12. Assia Rousseva, Ivan Landjev, A Note on Divisible Arcs in Projective Spaces of Prime Order, *Comptes Rendus de l'Académie Bulgare des Sciences*, vol:vol. 70, issue: No 1, 2017, pages:13-20.

**Abstract.** An arc  $\mathcal{F}$  in  $\text{PG}(r, q)$  is called a  $(t \bmod q)$ -arc if the multiplicity of every line is congruent to  $t$  modulo  $q$ . The so-called lifting construction gives a method to produce a broad class of  $(t \bmod q)$ -arcs in projective spaces of arbitrary dimension. In spaces of dimension at least 3 no  $(t \bmod q)$ -arcs other than lifted arcs are known. In this note, we prove that

in the projective spaces  $\text{PG}(3, p)$  of prime order  $p$ , every  $(t \bmod p)$ -arc is the sum of lifted arcs. This result provides a tool to prove the extendability of certain quasidivisible arcs and linear codes over  $\mathbb{F}_p$ .

**Резюме.** Една арка  $\mathcal{F}$  в  $\text{PG}(r, q)$  се нарича  $(t \bmod q)$ -арка, ако кратността на всяка права е сравнима с  $t$  по модул  $q$ . Един метод за получаване на широк клас от  $(t \bmod q)$ -арки в проективни пространства с произволна размерност е т.нар. лифтинг конструкция. Към настоящия момент в пространства с размерност по-голяма или равна на 3 не са известни  $(t \bmod q)$ -арки, различни от лифтовани арки. В тази бележка доказваме, че в проективните пространства  $\text{PG}(3, p)$  от прост ред  $p$  всяка  $(t \bmod p)$ -арка е сума на лифтовани арки. Този резултат е инструмент за доказване на разширимостта на някои арки и кодове над  $\mathbb{F}_p$ , които имат свойството квазиделимост.

13. Assia Rousseva, Ivan Landjev, On the Characterization of  $(3 \bmod 5)$ -Arcs, Electronic Notes in Discrete Mathematics, vol:57, 2017, pages:187-192.

**Abstract.** In this note we characterize all  $(3 \bmod 5)$ -arcs in  $\text{PG}(2, 5)$  of cardinality 18,23,28,33, and 38. This characterization is used further to prove that every  $(3 \bmod 5)$ -arc in  $\text{PG}(3, 5)$  of cardinality at most 158 is lifted. This result is instrumental in proving the nonexistence of the hypothetical  $[104, 4, 82]_5$  and  $[204, 4, 162]_5$ -codes.

**Резюме.** В тази бележка характеризираме всички  $(3 \bmod 5)$ -арки в  $\text{PG}(2, 5)$  с мощност 18,23,28,33 и 38. Тази характеристика се използва по-нататък за да се докаже, че всяка  $(3 \bmod 5)$ -арка в  $\text{PG}(3, 5)$  с мощност не по-голяма от 158 е лифтована. Този резултат е ключов за доказване на несъществуването на хипотетичните кодове с параметри  $[104, 4, 82]_5$  и  $[204, 4, 162]_5$ .

14. Ivan Landjev, Assia Rousseva, On the Sharpness of the Griesmer Bound, Electronic Notes in Discrete Mathematics, vol:57, 2017, pages:147-152.

**Abstract.** We investigate the following version of the main problem of coding theory: Given the integer  $k$  and the prime power  $q$ , what is the value of

$$t_q(k) := \max_d(n_q(k, d) - g_q(k, d)).$$

We give several formulations of this problem: in terms of linear codes, arcs and minihypers. We provide general constructions that give upper bounds on  $t_q(k)$ .



**Резюме.** Изследваме следния вариант на основната задача на теория на кодирането: При зададени цяло положително число  $k$  и степен на просто число  $q$ , да се определи стойността

$$t_q(k) := \max_d(n_q(k, d) - g_q(k, d)).$$

Ние даваме няколко еквивалентни формулировки на тази задача – в термините на линейни кодове, арки и минихипери (блокиращи множества). Представяме няколко общи конструкции, които дават горни граници за  $t_q(k)$ .

15. Ivan Landjev, Assia Rousseva, Leo Storme, On the Extendability of Quasidivisible Griesmer Arcs, Designs, Codes and Cryptography, vol:79, issue:3, 2016, pages:535-547.

**Abstract.** We introduce the notion of  $t$ -quasidivisible arc as an  $(n, w)$ -arc in  $\text{PG}(k-1, q)$  such that every hyperplane has multiplicity congruent to  $n+i$  modulo  $q$ , where  $i \in \{0, 1, \dots, t\}$ . We prove that every  $t$ -quasidivisible arc associated with a Griesmer code and satisfying an additional numerical condition is  $t$  times extendable.

**Резюме.** В тази статия въвеждаме понятието арка с  $t$ -квазиделимост, като  $(n, w)$ -арка в  $\text{PG}(k-1, q)$ , такава че всяка хиперравнина е с кратност сравнима с  $n+i$  по модул  $q$ , където  $i \in \{0, 1, \dots, t\}$ . Доказваме, че всяка  $t$ -квазиделима арка, асоциирана с грийсмъров код и удовлетворяваща едно допълнително числово условие е  $t$ -кратно разширяема.

16. Assia Rousseva, On the Structure of  $(t \bmod q)$ -Arcs in Finite Projective Geometries, Annual of Sofia University “St. Kl. Ohridski”, Faculty of Mathematics and Informatics, vol:103, 2016, pages:5-22.

**Abstract.** In this paper, we introduce constructions and structure results for  $(t \bmod q)$ -arcs. We prove that all  $(2 \bmod q)$ -arcs in  $\text{PG}(r, q)$  with  $r \geq 3$  are lifted. We find all  $(3 \bmod 5)$  plane arcs of small cardinality not exceeding 33 and prove that every  $(3 \bmod 5)$ -arc in  $\text{PG}(3, 5)$  of size at most 158 is lifted. This result is applied further to rule out the existence of  $(104, 22)$ -arcs in  $\text{PG}(3, 5)$  which solves an open problem on the optimal length of fourdimensional linear codes over  $\mathbb{F}_5$ .

**Резюме.** В тази статия описваме конструкции и структурни резултати за  $(t \bmod q)$ -арки. Доказваме, че всички  $(2 \bmod q)$ -арки в  $\text{PG}(r, q)$

с  $r \geq 3$  са лифтвани. По-нататък класифицираме всички равнинни  $(3 \bmod 5)$ -арки с малка мощност (ненадхвърляща 33) и доказваме, че всички  $(3 \bmod 5)$ -арки в  $\text{PG}(3, 5)$  с мощност по-малка или равна на 158 са лифтвани. Този резултат се използва по-нататък за отхвърляне на съществуването на  $(104, 22)$ -арки в  $\text{PG}(3, 5)$ , която решава една открита задача за оптималната дължина на четиримерни линейни кодове над  $\mathbb{F}_5$ .

17. Ivan Landjev, Assia Rousseva, On the Sharpness of Bruen's Bound for Intersection Sets in Desarguesian Affine Spaces, *Designs, Codes and Cryptography*, vol:72, 2014, pages:551-558.

**Abstract.** In this note we investigate the sharpness of Bruen's bound on the size of a  $t$ -fold blocking set in  $\text{AG}(n, q)$  with respect to the hyperplanes. We give a construction for  $t$ -fold blocking sets meeting Bruen's bound with  $t = q - n + 2$ . This construction is used further to find the minimal size of a  $t$ -fold affine blocking set with  $t = q - n + 1$ . We prove that for blocking sets in the geometries  $\text{AG}(n, 2)$  the difference between the size of an optimal  $t$ -fold blocking set and  $tn$  exceeds any given number. In particular, we deviate infinitely from Bruen's bound as  $n$  goes to infinity. We conclude with a construction that gives  $t$ -fold blocking sets with  $t = q - n + 3$  whose size is close to the lower bounds known so far.

**Резюме.** В тази статия изследваме строгостта на границата на Бруен за мощността на  $t$ -кратно блокиращо множество по отношение на хиперравнините в  $\text{AG}(n, q)$ . Представяме конструкция за  $t$ -кратни блокиращи множества, лежащи на границата на Бруен, за които  $t = q - n + 2$ . Тази конструкция се използва по-нататък за намиране на минималната мощност на  $t$ -кратно блокиращо множество с  $t = q - n + 1$ . Доказваме също, че за блокиращи множества в геометриите  $\text{AG}(n, 2)$  разликата между мощността на оптимално  $t$ -кратно блокиращо множество и  $tn$  не е ограничена отгоре. По-специално, разстоянието от границата на Бруен клони към безкрайност, когато  $n$  расте неограничено. Статията завършва с конструкция, която дава  $t$ -кратни блокиращи множества с  $t = q - n + 3$ , чиято мощност е близка до известните долни граници към настоящия момент.

18. Ivan Landjev, Assia Rousseva, Blocking Sets in Finite Projective Spaces and the Extension Problem for Linear Codes, *Optimal Codes and Related Topics Proceedings*, Seventh International Workshop on Optimal codes and Related Topics, 2013, pages:140-145. (Zbl:1432.51009)

**Abstract.** We prove a new sufficient condition for the extendability of Griesmer arcs depending on the possible spectra of a maximal hyperplane.

**Резюме.** Тук доказваме ново достатъчно условие за разширимост на грийсмъррови арки, зависещо от възможните спектри на максимална хиперравнина.