

## Абстракти

1. A general approach to solving the Dirichlet problem, both for bounded 3D domains and for their (unbounded) complements, in terms of the fractional (3D) Poisson equation is presented.

Lauren Schwartz class solutions are sought for tempered distributions.

The solutions found are represented by a formula that contains the volume Riesz potential and the one-layer potential, the latter depending on the boundary data.

Infinite regularity of fractional harmonic functions, analogous to the infinite smoothness of the classical harmonic functions, is also proved in the respective domain, no matter what the boundary conditions are.

Other properties of the solutions found that are presumably of interest to mathematical physics are also investigated. *In particular, an intrinsic decay property, valid far from the common boundary, is showed.*

1. Представен е общ подход за решаване на проблема на Дирихле, както за ограничени 3D области, така и за техните (неограничени) допълнения, по отношение на дробното (3D) уравнение на Поасон. Търсят се решения от клас Лоран Шварц за темперирани разпределения.

Намерените решения са представени с формула, която съдържа обемния потенциал на Riesz и еднослойния потенциал, като последният зависи от граничните данни.

Безкрайната гладкост на дробните хармонични функции, аналогична на безкрайната гладкост на класическите хармонични функции, също се доказва в съответната област, независимо какви са граничните условия.

Изследват се и други свойства на откритите разтвори, за които се предполага, че представляват интерес за математическата физика. По-специално, показано е присъщо свойство на разпадане, валидно далеч от общата граница. валиден далеч от общата граница, е показано.

2. In this paper we study the 3D system with Hamiltonian

$$H = \frac{1}{2}(p_r^2 + \frac{p_{\theta}^2}{r^2} + p_z^2) + Ar^2 + Bz^2 + Cz^3 + Dr^2z + Ez^4 + Fr^2z^2 + Gr^4,$$

describing trapped ionic system in the quadrupole field with a superposition of rationally symmetric hexapole and octopole fields for meromorphic integrability. We use the Lyapunov and Ziglin-Morales-Ruiz-Ramis's classical methods and some new results from the theory of algebraic numbers for the proofs.

2. В тази статия ние изучаваме 3D системата с Хамилтониан

$$H = \frac{1}{2}(p_r^2 + \frac{p_{\theta}^2}{r^2} + p_z^2) + Ar^2 + Bz^2 + Cz^3 + Dr^2z + Ez^4 + Fr^2z^2 + Gr^4,$$

описваща уловена йонна система в квадруполното поле с а суперпозиция на рационално симетрични хексаполни и октополни полета за мероморфна интегрируемост. Ние използваме Ляпунов и Класическите методи на Ziglin-Morales-Ruiz-Ramis и някои нови резултати за доказателствата.

3. In this paper we will explore the 2D system with Hamiltonian

$$H = \frac{1}{2}(p_r^2 + p_z^2) + Ar^2 + Bz^2 + Cz^3 + Dr^2z + Ez^4 + Fr^2z^2 + Gr^4$$

describing trapped ionic system in the quadrupole field with a superposition of rationally symmetric hexapole and octopole fields for meromorphic integrability. We use the Lyapunov and Ziglin-Morales-Ruiz-Ramis's classical methods for the proofs.

3. В тази статия ще изследваме 2D системата с Хамилтониан

$$H = \frac{1}{2}(p_r^2 + p_z^2) + Ar^2 + Bz^2 + Cz^3 + Dr^2z + Ez^4 + Fr^2z^2 + Gr^4$$

описваща уловена йонна система в квадруполното поле с а суперпозиция на рационално симетрични хексаполни и октополни полета за мероморфна интегрируемост. Ние използваме Ляпунов и Класическите методи на Ziglin-Morales-Ruiz-Ramis за доказателствата.

4. In this paper we explore the two dimensional system describing trapped ionic system in the quadrupole field with a superposition of rationally symmetric hexapole and octopole fields for meromorphic integrability. We use the Lyapunov's and Ziglin-Morales-Ramis classical methods for the proofs.

4. В тази статия ние изследваме двуизмерната система, описваща уловена йонна система в квадраполното поле със суперпозиция на рационално симетрични хексаполни и октополни полета за мероморфна интегрируемост. За доказателствата използваме класическите методи на Ляпунов и Зиглин-Моралес-Рамис.

5. We study the integrability of the geodesic equations of the Chazy-Curzon space-time. It was established that for the equilibrium point  $p_0 = pz = z = 0$  and,  $p_0$  in  $(1; 2)$ , there are only periodic solutions, the Hamiltonian system, describing geodesic motion of Chazy-Curzon space-time has no additional analytic first integral. Our approach is based on the following: if the system has a family of periodic solutions around an equilibrium and if the period function is infinitely branched then the system has no additional analytical first integral.

5. Изследваме интегрируемостта на геодезичните уравнения на пространство-времето на Шази-Кързон. Установено е, че за на равновесна точка  $p_0 = pz = z = 0$  и  $p_0$  в  $(1; 2)$ , има само периодични решения, системата на Хамилтон, описваща геодезическа движението на пространство-времето на Chazy-Curzon няма допълнителен аналитичен първи интеграл. Нашият подход се основава на следното: ако системата има семейство от периодични решения около равновесие и ако функцията на периода е безкрайно разклонена, тогава системата няма допълнителен аналитичен първи интеграл.

6. In this paper it is shown that the Hamiltonian system with Dyson potential is analytically non-integrable and formally non-integrable. The approach is based on the following: if the system has a family of periodic solutions around an equilibrium and if the period function is infinitely branched, then the system has no additional analytic first integral. We prove formal non-integrability using Ziglin Moralez-Ruiz-Ramis theory.

6. В тази статия е показано, че Хамилтонова система с потенциал на Дайсън е аналитично неинтегрируема и формално неинтегрируема.

Подходът е

въз основа на следното: ако системата има семейство от периодични решения около равновесие и ако функцията на периода е безкрайно разклонена, тогава системата няма допълнителен първи аналитичен интеграл. Доказваме формална неинтегрируемост, използвайки теорията на Зиглин - Моралес-Луис- Рамис.

7. In this paper we study the equation

\$\$

$$w^{(4)} = 5 w'' (w^2 - w') + 5 w (w')^2 - w^5 + (\lambda z + \alpha)w + \gamma,$$

\$\$

which is one of the higher-order Painlevé equations (i.e. equations in the polynomial class having the Painlevé property).

Like the classical Painlevé equations, this equation admits a Hamiltonian formulation,

Bäcklund transformations and families of rational and special functions.

We prove that this equation considered as a Hamiltonian system with parameters

$\gamma/\lambda = 3k$ ,  $\gamma/\lambda = 3k - 1$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ , is not integrable in Liouville

sense by means of rational first integrals. To do that we use Ziglin - Morales-Ruiz - Ramis approach.

Then we study the integrability of the second and the third members of the  $\mathcal{P}_2$ -hierarchy. Again as in the previous case it turns out that the

normal variational equations are particular cases of the generalized confluent hypergeometric

equations whose differential Galois groups are non-commutative and hence, obstructions to integrability.

7. В тази статия изучаваме уравнението

\$\$

$$w^{(4)} = 5 w'' (w^2 - w') + 5 w (w')^2 - w^5 + (\lambda z +$$

$\alpha)w + \gamma,$   
\$\$

което е едно от уравненията на Пейнлеве от по-висок ред (т.е. уравнения в полиномния клас, имащи свойството на Пейнлеве). Подобно на класическите уравнения на Пейнлев, това уравнение допуска хамилтонова формулировка, В"а}склунд трансформации и семейства от рационални и специални функции.

Доказваме, че това уравнение се разглежда като хамилтонова система с параметри

$\gamma/\lambda = 3k, \gamma/\lambda = 3k - 1, k \in \mathbb{Z}$ , не е интегрируемо в Лиувилев смисъл чрез рационални първи интеграли. За да направим това, ние използваме подхода Ziglin - Morales-Ruiz - Ramis.

След това изучаваме интегрируемостта на втория и третия член на  $\mathcal{P}_{\mathcal{H}}$ -йерархия. Отново както в предишния случай се оказва, че нормалните вариационни уравнения са частни случаи на обобщената конfluентна хипергеометрични уравнения, чиито диференциални групи на Галоа са некомутативни и следователно препятствия пред интегрируемостта.

8. We study the integrability of a Hamiltonian system describing the stationary solutions in Bose–Fermi mixtures in one dimensional optical lattices. We prove that the system is integrable in the Liouville sense only when it is separable in three generic cases. The proof is based on the differential Galois approach and the Ziglin–Morales–Ramis method.

8. Изследваме интегрируемостта на хамилтонова система, описваща стационарните решения в смеси на Бозе-Ферми в едномерни оптични решетки. Доказваме, че системата е интегрируема в смисъла на Лиувил само когато е разделяема в три общи случая. Доказателството се основава на диференциалния подход на Галоа и метода на Зиглин–Моралес–Рамис.