

Становище

по процедура за защита на дисертационен труд на тема:

"Клас C^* - алгебри на Тъоплиц"

за придобиване на образователната и научна степен "доктор"

от Николай Петров Буюклиев

докторант самостоятелна подготовка в област на висше образование 4 Природни науки, математика, информатика и професионално направление 4.5 Математика, докторска програма "Математически анализ" , катедра "Математически анализ" , Факултет по Математика и Информатика, Софийски Университет "Св. Климент Охридски".

Становището е изготвено от доц. дн. **Огнян Борисов Христов, ФМИ, СУ**, в качеството му на член на научното жури по процедурата съгласно заповед No РД - 38 - 223 от 28.04.2023 г. на Ректора на Софийски Университет.

1. Обща характеристика на дисертационния труд и представените материали.

Преставеният дисертационен труд е в обем на 56 страници, организирани в шест глави и библиография, съдържаща 52 заглавия. Освен дисертацията представената ми документация по процедурата включва още автобиография, автореферат на български и на английски, списък от публикации, справка приноси, декларация за авторство, протокол от предварителната защита на дисертацията, научни трудове, свързани с дисертационния труд и др.

2. Данни и лични впечатления за кандидата.

Николай Буюклиев е завършил математическа гимназия, Габрово през 1977 със златен медал. Същата година участва в 19-та ММО в Белград, Югославия, където печели сребърен медал. Завършва висшето си образование във ФММ, СУ като магистър по математика с дипломна работа на тема "Оператори на Винер - Хопф" и научен ръководител проф. Рони Леви.

Работи като асистент, старши асистент и главен асистент в катедра Математически анализ на ФМИ, СУ от 1985. Водил е упражнения по ДИС 1 и 2 и Математически Анализ 1 и 2, лекции по Математически анализ и Диференциална геометрия, спецкурс "Увод във функционалния анализ" за студенти редовно обучение във ФМИ, СУ, както и лекции и упражнения по МА за студенти задочно обучение във ФМИ и ФзФ на СУ. В съавторство с проф. Р. Леви и проф. Р. Малеев е подготвил свободно разпространяеми материали по ДИС 1 и 2 по програми ЕОС-2014 и ЕОС-2015.

Бил е докторант самостоятелна подготовка в докторска програма "Математически Анализ" , катедра Математически Анализ, ФМИ, СУ от 2018 до 2022.

Научни интереси на Николай Буюклиев са свързани с изследвания в теорията на операторите и K - теорията. Представени са 4 труда, свързани с дисертацията. Една

статия е публикувана в Годишника на Софийски Университет, две други, приети за публикуване пак там, удостоверени със съответната бележка и една представена за публикуване, всичките самостоятелни.

Нека да отбележа, че първата статия [42] е цитирана два пъти в [20] и [21].

Познавам Николай от студентските ни години във ФММ. Както бе споменато по-горе, той бе ученик и студент с изявени математически интереси. Както тогава, така и сега, той се ползва с изключителен авторитет и уважение сред колегите и студентите.

3. Съдържателен анализ на научните постижения на кандидата, съдържащи се в представения дисертационен труд и публикациите към него, включени в процедурата.

Дисертационният труд е посветен на развитието на теорията на C^* -алгебрите на Винер-Хопф и Тьоплиц. По същество това е област, която изисква нетривиални знания по функционален анализ, кохомологична алгебра, групи и алгебри на Ли и т.н.

Глава 1 е по-скоро Въведение, в което авторът обяснява философията на изследванията, свързани с изучаването на C^* -алгебрите и дава описание на резултатите в дисертацията. В **Глава 2** се припомнят някои необходими дефиниции и резултати, отнасящи се за C^* -алгебри, оператори на Фредхолм и техните индекси, группоиди и техните алгебри, K -теория на C^* -алгебри и т.н. В Глави 3 - 6 са представени оригиналните резултати на дисертацията.

За да стане ясно какво е направено в дисертацията, съвсем накратко, без навлизане в сложните детайли, ще припомня философията на такива изследвания, както е описана от автора в Глава 1.

Нека G е група и P е полугрупа $P \subset G$. Дефинират се оператори на Винер-Хопф в съответните пространства (оператори на Тьоплиц в случай на дискретни групи). За C^* -алгебри на тези оператори могат да се поставят следните задачи:

Проблем I: да се опише веригата от идеали в C^* -алгебрата и съответно техните фактори.

Проблем II: да се пресметне K -теорията на C^* -алгебрата, и по-важно – да се напише индексна формула за съответните Фредхолмови оператори.

И двата проблема са актуални и сложни и има техни реализации в малките размерности и главно за абелеви групи.

Един от подходите при изследването на тези задачи се нарича группоиден: C^* -алгебрата на Винер-Хопфовите (респективно Тьоплицовите) оператори се отъждествява с C^* -алгебрата на експлицитно конструиран группоид \mathcal{G} и след това проблеми I и II се изследват за получената группоидна C^* -алгебра $C^*(\mathcal{G})$. Този подход е възприет в дисертацията.

В **Глава 3** се разглеждат группоидни C^* -алгебри $\mathcal{T} = C^*(\mathcal{G})$, където \mathcal{G} е группоид на Винер-Хопф, т.е., \mathcal{G} е редуция на група от трансформации $\mathcal{G} = (Y \times G)|X$, където X, Y са подходящи топологични пространства, а G е локално компактна група. Конструират

се експлицитни линейни непрекъснати сечения, които позволяват да се пресметнат индексите на някои Фредхолмови оператори. Резултатите от тази глава са публикувани в [43].

В **Глава 4** се прилагат резултатите от предишната глава. Пресмятат се индексите на някои Фредхолмови оператори в гъста подалгебра на C^* - алгебрата на группоид на Винер - Хопф, като естествено се налагат някои ограничения върху линейното сечение. Резултатите от тази глава са публикувани в [45].

В **Глава 5** се разглежда C^* - алгебрата $\mathcal{B}(\mathbb{R}^n, P)$ на операторите на Винер-Хопф, асоциирани с групата $G = \mathbb{R}^n$ и полиедрален конус $P \subset \mathbb{R}^n$. Верижката от идеали е намерена по-рано, така че тук се изяснява K - теорията. Първият основен резултат е конструирането на Фредхолмов оператор с индекс 1. След това комбинация на точната редица на Майер - Виеторис и стандартния точен шестоъгълник дава търсената K - теория.

Трябва да се спомене, че последния резултат е обобщен от Aldridge, като той съществено използва конструкцията на Фредхолмов оператор с индекс 1. Резултатите от тази глава са публикувани в [42], като тази работа е цитирана два пъти.

В **Глава 6** се изследва C^* - алгебрата на операторите на Тьоплиц в дискретната тримерна група на Хайзенберг $G = H_3(\mathbb{Z})$. Съгласно общата схема се построява группоид, чийто C^* - алгебра е изоморфна на $\mathcal{T}(H_3(\mathbb{Z}))$. K - теорията е сметната по-рано, така че тук усилията са съсредоточени върху намирането на веригата от идеали. Тази редица от идеали, заедно със съответните фактори е написана явно. Резултатите от тази глава са представени в [44].

Резюмирайки, дисертацията съдържа оригинални резултати, които обогатяват теорията на C^* - алгебрите и подлежат на развитие.

4. Аprobация на резултатите.

Резултатите от дисертацията са представени в 4 публикации, всичките самостоятелни. С това напълно се удовлетворяват минималните национални изисквания (по чл. 2б, ал. 2 и 3 на ЗРАСРБ) за придобиването на образователната и научна степен "доктор" в научната област и професионалното направление на процедурата.

Няма доказано по законоустановения ред плагиатство в представения дисертационен труд и научни трудове по тази процедура.

Дисертантът е участвал с доклади в следните международни конференции: Шумен 2008, Берлин 2010, Баку 2019, както и в няколко Пролетни научни сесии на ФМИ.

5. Качества на автореферата.

Авторефератът коректно отразява резултатите и приносите в дисертацията.

6. Критични бележки и препоръки.

Нямам критични бележки по същество.

7. Заключение.

След като се запознах с представените в процедурата дисертационен труд и придружаващите го научни трудове и въз основа на направения анализ на тяхната значимост и съдържащи се в тях научни приноси **потвърждавам**, че представения дисертационен труд и научните публикации към него, както и качеството и оригиналността на представените в тях резултати и постижения, отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагането му и съответния Правилник на СУ "Свети Климент Охридски" за придобиване от кандидата на образователната и научна степен "доктор" в научната област 4 Природни науки, математика, информатика и професионално направление 4.5 Математика. В частност кандидатът удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените по процедурата научни трудове.

Убедено препоръчвам на научното жури да предложи на Факултетния съвет на ФМИ, СУ "Св. Климент Охридски" да присъди на Николай Петров Буюклиев образователната и научна степен "доктор" в научна област 4 Природни науки, математика, информатика, професионално направление 4.5 Математика.

14 май 2023 г.

Изготвил становището :
доц. дн. Огнян Христов