

Рецензия

по процедура за защита на дисертационен труд на тема:

„Клас C^ -алгебри на Тьоплиц“*

за придобиване на

образователна и научна степен „доктор“

от

кандидат: **Николай Петров Буюклиев,**

Област на висше образование: **4. Природни науки, математика и информатика**

Професионално направление: **4.5. Математика,**

Докторска програма: „**Математически анализ**“, катедра: „**Математически анализ**“,

Факултет по математика и информатика (ФМИ),

Софийски университет „Св. Климент Охридски“ (СУ).

Рецензията е изготвена от: **доц. д-р Николай Антонов Иванов, ФМИ - СУ,**

(академична длъжност, научна степен, име, презиме, фамилия - месторабота)

в качеството ми на член на научното жури, съгласно Заповед № РД-38-223/28.04.2023 г.
на Ректора на Софийския университет.

1. Обща характеристика на дисертационния труд и представените материали

Кандидатът е представил пълен набор от документи за процедурата:

Заявление, дисертационен труд, автореферат (на български и на английски), декларация за оригиналност, справка за минималните национални изисквания, доклад от ръководител на катедра МА, доклад за сходство, протокол за проверка на оригиналността, становище за (не)плагиатство, молба за обсъждане на дисертационен труд (предзащита), заповед за предзащита, заповед за зачисляване на докторантура със самостоятелна подготовка, удостоверение за

проведено обучение, заповед за отчисляване, заповед за прекъсване, вътрешна рецензия на дисертационния труд, препис от протокол от заседание на катедра МА във връзка с предзащитата, диплома за завършена магистратура по математика, автобиография, списък с публикации и учебни помагала и директория с публикациите за процедурата.

Представеният дисертационен труд "Клас C^* -алгебри на Тьоплиц" е с обем от 56 страници и написан на български език. Състои се от общо шест глави, като първата глава е уводна, втората глава съдържа технически сведения, а останалите четири глави съдържат оригиналните резултати на автора. Библиографията съдържа 52 заглавия.

2. Данни и лични впечатления за кандидата

Николай Петров Буюклиев е роден на 08.05.1959 г. в град Габрово.

През 1977 г. е завършил Математическа гимназия „Акад. Иван Гюзелев“, гр. Габрово с отличие.

През 1977 г. Николай Буюклиев е участвал в Международна олимпиада по Математика, където завоюва сребърен медал.

В периода 1977-1979 г. той отбива редовната си военна служба.

През 1984 г. завършва магистратура във ФММ на СУ „Св. Климент Охридски“ с отличен успех. Написва дипломна работа на тема „Оператори на Винер-Хопф“ с научен ръководител Рони Леви.

В периода 1985-1993 г. Николай Буюклиев е асистент, в периода 1993-1997 е старши асистент, в периода 1997-2014 г. е главен асистент, в периода 2015-2022 е асистент, а от 2023-та година е на длъжност „математик“. Всички тези позиции кандидатът заема във Факултета по Математика и Информатика на Софийския университет „Св. Климент Охридски“.

Познавам Николай от 2016 година. Той има тънко чувство за хумор и приятелско отношение към колегите си. Винаги е готов да обсъжда математика – както да поставя проблеми, така и да мисли върху такива. Николай има голям преподавателски опит и прекрасно отношение към студентите. Най-вече той се отличава с богата математическа култура – както обща, така и такава, свързана с научните му изследвания.

През периода на написване на дисертацията съм помагал няколкократно на Николай за оформянето и написването на английски език на публикациите, свързани с дисертацията. Добре запознат съм с темата на дисертацията.

3. Съдържателен анализ на научните и научноприложните постижения на кандидата, съдържащи се в представения дисертационен труд и публикациите към него, включени по процедурата

Първа глава на дисертацията е уводна. Там се изяснява структурата на дисертационния труд.

Втора глава съдържа общи технически сведения, които се използват в труда. Там се дават: обща дефиниция на C^* -алгебра; дефиниция и индекс на фредхолмов оператор; дефиниция на групоид; дефиниции на групоидни C^* -алгебри; примери за групоидни C^* -алгебри; дефиниция на K -теория на C^* -алгебра, включая точен шестоъгълник, формула на Майер-Виеторис, формула на Кюнет; дефиниция на циклични коцикли и циклични кохомологии.

В трета глава се разглеждат C^* -алгебри от групоиди на Винер-Хопф $\Gamma = C^*(\Gamma)$, където групоидът на Винер-Хопф $\Gamma = (Y \times G) | X$ е редуция на група на трансформации, където $X \subset Y$ са топологични пространства. Ако $F \subset X$ е инвариантно и затворено подмножество и ако $C_{red}^*(\Gamma | U)$ е

идеалът на компактните оператори в $C_{\text{red}}^*(\Gamma)$, където $U=X \setminus F$, построяват се линейни сечения $\beta: C_{\text{red}}^*(\Gamma|F) \rightarrow C_{\text{red}}^*(\Gamma)$ в точната редица

$$0 \rightarrow C_{\text{red}}^*(\Gamma|U) \rightarrow C_{\text{red}}^*(\Gamma) \rightarrow C_{\text{red}}^*(\Gamma|F) \rightarrow 0,$$

в частният случай, когато съществува контракция $\lambda: X \rightarrow F$.

В четвърта глава се прилагат резултатите от трета глава за пресмятането на индексите на някои фредхолмови оператори в гъста подалгебра на C^* -алгебрата от групоид на Винер-Хопф от група на трансформации. Тук се налагат някои условия върху линейното сечение, за да се дефинира гъстата алгебра. За пресмятането на индекса се прилага формула, използваща циклични кохомологии на А. Кон.

В пета глава се прави коментар относно K -теорията на C^* -алгебри от оператори на Винер-Хопф $\mathcal{B}(\mathbb{R}^n, P)$, асоциирани с \mathbb{R}^n и полиедрален конус $P \subset \mathbb{R}^n$. При определени условия за P се намира решетка от идеали в C^* -алгебрата, прилага се точната редица на Майер-Виеторис за получения пулбек и се конструира фредхолмов оператор с индекс 1, който гарантира, че индексното изображение върху K_0 от компактните оператори е сюрективно. Това позволява намирането на K -теорията на $\mathcal{B}(\mathbb{R}^n, P)$.

В шеста глава се разглежда C^* -алгебрата от операторите на Винер-Хопф, асоциирани с дискретната група на Хайзенберг $H_3(\mathbb{Z})$ и с полугрупата P от 'положителните' елементи. Представяйки я като групоидна C^* -алгебра се прави технически трудно описание на решетката на идеалите на тази C^* -алгебра. Това позволява (по принцип) да се пресметне K -теорията ѝ.

Резултатите в дисертацията са оригинални. Където са използвани резултати и идеи от други публикации, позоваването на тези публикации е изчерпателно и коректно.

4. Аprobация на резултатите

Резултатите от третата глава на дисертацията са публикувани в статията Buyukliev N., Linear Cross-sections and Fredholm Operators in a Class of Groupoid C^* -algebras,

която е под печат в Ann. Sofia Univ., Fac. Math. and Inf.

Резултатите от четвъртата глава на дисертацията са публикувани в статията

Buyukliev N., An Index Formula in a Class of Groupoid C^* -algebras,

която е под печат в Ann. Sofia Univ., Fac. Math. and Inf.

Резултатите от петата глава на дисертацията са публикувани в статията Buyukliev N., K -theory of the C^* -algebra of Multivariable Wiener-Hopf Operators, Ann. Sofia Univ., Fac. Math. and Inf., **1**, (1997), 115-119.

Резултатите от шестата глава на дисертацията са публикувани в статията Buyukliev N., The C^* -algebra of Toeplitz Operators of the Discrete Heisenberg Group H_3 ,

която е предложена за публикуване.

Дисертационният труд съдържа научни резултати, които са оригинален принос в науката и допринасят към съществуващата теория на C^* -алгебрите. Той показва, че кандидатът притежава задълбочени научни познания в теорията на C^* -алгебрите и способности за самостоятелни научни изследвания. Резултатите от дисертационния труд могат да бъдат продължени в бъдещи изследвания.

Покриването на наукометричните показатели се дава в следната таблица:

Показател	Мин. брой точки	Точки на кандидата
Дисертационен труд	50	50
Публикации	30	54

Няма доказано по законоустановения ред плагиатство в представения дисертационен труд и научни трудове по тази процедура.

5. Качества на автореферата

Българската версия на автореферата се състои от 14 страници и 28 заглавия цитирана литература. Английската версия се състои от 12 страници и 28 заглавия цитирана литература. Той адекватно представя резултатите от дисертационния труд.

6. Критични бележки и препоръки

Препоръчвам кандидатът да продължи изследванията си в областта на C^* -алгебрите. Например може да се помисли за клас от примери, удовлетворяващи наложените условия в четвърта глава.

7. Заключение

След като се запознах с представените в процедурата дисертационен труд и придружаващите го научни трудове и въз основа на направения анализ на тяхната значимост и съдържащи се в тях научни и научноприложни приноси, **потвърждавам**, че представеният дисертационен труд и научните публикации към него, както и качеството и оригиналността на представените в тях резултати и постижения, отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за приложението му и съответния Правилник на СУ „Св. Климент Охридски“ за придобиване от кандидата на образователната и научна

степен „доктор“ в научната област **4. Природни науки, математика и информатика** и професионално направление **4.5. Математика**. В частност кандидатът удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените по конкурса научни трудове.

Въз основа на гореизложеното, **препоръчвам** на научното жури да присъди на **Николай Петров Буюклиев** образователна и научна степен „доктор“ в научна област **4. Природни науки, математика и информатика**, професионално направление **4.5. Математика**, докторска програма „**Математически анализ**“.

29.05.2023 г.

Изготвил рецензията: доц. д-р Николай Иванов
(академична длъжност, научна степен, име, фамилия)