Рецензия

по процедура за защита на дисертационен труд на тема:
"Разклоняващи се процеси - оптимизация и приложения"
за придобиване на
образователна и научна степен „доктор“
от

кандидат: Калоян Николаев Витанов,

Област на висше образование: **4. Природни науки, математика и информатика**
Професионално направление: **4.5. Математика**
Докторска програма: „Теория на вероятностите и математическа статистика“, катедра: „Вероятности, операционни изследвания и статистика“,
Факултет по математика и информатика (ФМИ),
Софийски университет „Св. Климент Охридски“ (СУ),

Рецензията е изготвена от: чл.-кор. дн Младен Светославов Савов, ФМИ-СУ
в качеството ми на член на научното жури, съгласно Заповед № РД-38-308/1.07.2022 г. на Ректора на Софийския университет.

1. Обща характеристика на дисертационния труд и представените материали

Дисертационният труд е написан на английски език и съдържа 189 печатни страници и се състои от увод, три глави, апендикс с доказателства и описание на основните научни приноси. Библиографията е оформена коректно и съдържа 205 заглавия, сред които и три на самия кандидат. Всички останали материали са подготвени и представени съобразно изискванията.

2. Данни и лични впечатления за кандидата

Кандидатът Калоян Николаев Витанов е завършил през 2015г. бакалавърската програма по „Приложна математика“ на ФМИ-СУ. През същата година записва магистърската програма „Вероятности, актюерство и статистика“ като защитава дипломна работа през 2017г. През 2018г. издържа успешно кандидат-докторантски изпит и е записан като редовен докторант към катедра ВОИС на ФМИ. В периода от 2016 досега работи и във фирмата FactSet. По време на докторантурата си е публикувал 4 статии, всичките в съавторство с научния ръководител проф. М. Божкова. Три от тези статии са с импакт фактор. Участвал е и в седем научни форума.

Познавам работата на кандидата от два негови доклада, които съм слушал. Също така съм бил в комисията на кандидат-докторантския му изпит. Общото ми впечатление от Калоян Витанов е добро, като бих откроил неговата самостоятелност - нещо което не се среща твърде често на ниво докторантура.

3. Съдържателен анализ на научните и научно-приложните постижения на кандидата, съдържащи се в представения дисертационен труд и публикациите към него, включени по процедурата

Резултатите в този дисертационен труд се отнасят до задачи, свързани с класическите процеси на разклоняване. Характерът им варира от нови оригинални приноси до нови доказателства на добре известни твърдения. Като цяло има една повтаряемост на техниките и доказателствата, но те са направени коректно с изключение на Теорема 2.4. Направен е изчерпателен преглед на литературата и се забелязва „академична честност“ при дискусията на собствения принос, т.е. приносите на другите са коректно отразени и някои слабости в дисертационния труд са ясно отбелязани. Ще разгледам по-подробно резултатите по глави.

3.1. **Глава 1.** В уводната глава се прави цялостен преглед на литературата и историята на разклоняващите се процеси, като се дискутират накратко постиженията на основателите на тази класическа област от теория на стохастичните процеси, включително и на Н. Дмитриев. Също така има подробно изложение на основните заглавия в литературата, като е обърнато внимание на характера на резултатите на всяко едно от тях. В допълнение кандидатът е описал ясно развитието на задачите, с които той се занимава в този дисертационен труд.

В уводната глава са въведени основните термини, които ще се използват в дисертацията и са представени основните количества, които описват многотиповите процеси на Севастиянов. Разгледани са и оптимизационните задачи с последователно вземане на решение, най-вече от гледна точка на основни цели, понятия и области, в които се срещат.

3.2. **Глава 2.** В Глава 2 се разглеждат многотипови разклоняващи се процеси чрез вероятности за мутации (МРПВМ). Нека $\mathbb{W} = \{1, 2, \cdots, n\}$ обозначава възможните типове частици, като всеки тип има време на живот случайната величина $\tau^i, i \in \mathbb{W}$, с функция на разпределение G^i. В края на живота частицата възпроизвежда частици, които могат да бъдат от всеки възможен вид и разпределението на потомството може да е произволно върху $\mathbb{N}^n$. В допълнение разпределението на наследниците може да зависи от възрастта на частицата. Частиците еволюират независимо една от друга. В общност тези процеси ще ги наричаме за краткост процеси на Севастиянов (ПС). Тогава МРПВМ са частен случай на ПС, като спецификата се задава от следната схема на създаването на поколение: в зависимост от възрастта на възпроизвеждане общият брой частици в потомството има конкретно разпределение за всеки тип; условно при фиксиран общ брой наследници, да кажем $N \geq 0$, разпределението между $N-$те наследници е мултиномно с презададени и неизменни вероятности за успех. Моделът МРПВМ позволява по естествен път наследниците, които не запазват типа на родителя, да бъдат разглеждани като „мутанти“. След това този подклас от процеси се изследва по добре установените методи в теория на разклоняващите се процеси, но се изучават количества, които, доколкото имам знания в областта, като че ли не попадат в стандартната теория. Така например се разглеждат броя генерирани частици от дадени подтипове, времето до първи успешен процес от наследниците на частици от даден подтип и други.

Предвид, че МРПВМ$\subsetneq$ ПС, то някои от теоретичните резултати не са оригинални и могат да се изведат от тези за ПС. Новостта се съдържа в интерпретирането с вероятности за мутиране, което дава малко повече структура на процеса и съответно на свързаните уравнения и величини, и във въвеждането на горе-споменатите количества, които реално могат удобно да се натоварят с различен смисъл в зависимост от приложенията, например ракови клетки, тяхното изчезване, мутиране и прочее. За повече конкретика ще продължа дискусията по подглави.

3.2.1. *Подглава 2.1.* В тази част са дадени общите резултати за МРПВМ. Ако $Z_j(t)$ е броят частици от тип $j \in \mathbb{W}$ в момент t, в дисертацията са получени основните интегрално-диференциални уравнения, виж Теорема 2.1, за

$$F_i(t; \mathbf{s}) = \mathbb{E}\left[\prod_{j\in\mathbb{W}} s_j^{Z_j(t)} | \mathbf{Z}(0) = \delta_i\right],\ i \in \mathbb{W},$$

където, следвайки означенията в дисертацията, с тъмен текст означаваме вектори, а δ_i означава една частица от тип $i \in \mathbb{W}$. Разглежда се и случаят, когато началната частица има начална възраст $a > 0$, виж Следствие 2.1. Използвайки тези уравнения, кандидатът е добил уравнения за вероятностите за изчезване до момент $t \in (0, \infty]$ на МРПВМ, стартиран с една частица от тип $i \in \mathbb{W}$ и произволна начална възраст $a \geq 0$, виж Теорема 2.2, Теорема 2.3, Следствие 2.2 и Следствие 2.3. За $t = \infty$ Теорема 2.4 твърди, че вероятностите за изчезване не зависят от a. Аз считам, че в доказателството има грешка и ще дам потенциален контрапример по-долу в рецензията. С изключение на последното, доказателствата изглеждат верни. Предвид МРПВМ$\subsetneq$ ПС трудно може да се говори за оригиналност, но уравненията имат някои удобства предвид допълнителната структура на МРПВМ.

Новите разглеждания започват с изследването на приноса на частиците от подтип $\mathbb{W}_e \subseteq \mathbb{W}$ към общия брой частици от всеки тип $j \in \mathbb{W}$, родени до момент $t \in (0, \infty]$. Ако

$$h_i^{\mathbb{W}_e}(t; \mathbf{s}) = \mathbb{E}\left[\prod_{j \in \mathbb{W}} s_j^{I_j^{\mathbb{W}_e}(t)} | \mathbf{Z}(0) = \delta_i\right],\ i \in \mathbb{W},$$

е пораждащата функция на броя частици от тип $j \in \mathbb{W}$, наследници на частица от подтип $\mathbb{W}_e$, то Теорема 2.5 задава интегрално уравнение за тези функции, като вида на уравнението зависи от това дали $i \in \mathbb{W}_e$ или не. Следствие 2.6 допуска първата частица да дава начало на процеса, когато е на възраст $a > 0$. Теорема 2.6 и последващите следствия специализират горните резултати за случая $t = \infty$ и за $\mathbb{W}_e$ от определен вид. Ще подчертая, че оригиналността се състои в разглеждането на подходящи количества и съпътстващите ги уравнения, което ги прави директно пригодни за приложения. Иначе, доказателствата следват добре известен метод, приложен и в резултатите, дискутирани по-горе.

Изследванията продължават с разглеждането на случайното време $T_{\mathbb{W}}^{\mathbb{W}_e}$, което описва момента на раждане на първа частица, наследник на $\mathbb{W}_e$, която ще породи неизчезващ процес при положение, че началната конфигурация от частици се състои само от частици от подтип $\mathbb{W}_e$. В Теорема 2.7 са добити резултати за опашката на $T_{\mathbb{W}}^{\mathbb{W}_e}$, както и за условното очакване на $T_{\mathbb{W}}^{\mathbb{W}_e}$. Теорема 2.8 разширява Теорема 2.7, като допуска частиците в началната конфигурация да бъдат с ненулева начална възраст. Тези резултати са нови. Доказателствата са коректни. Като цяло те са стъпка от изучаването на МРПВМ с цел удобното им последващо приложение.

Също така са създадени числени процедури за приближаване на уравненията, изведени в предходните секции, виж секция 2.1.7, и са разгледани конкретни примери на МРПВМ, виж секция 2.1.8. За последните е направен и анализ относно тяхната суб-, супер- критичност.

3.2.2. *Подглава 2.2.* В тази подглава се разглеждат разложими МРПВМ (РМРПВМ). Те имат следната допълнителна структура. Ако $\mathbb{W}_e \subsetneq \mathbb{W}$, то частиците с тип от $\mathbb{W}_0 = \mathbb{W} \setminus \mathbb{W}_e$ могат да дават поколение само от частици с тип от $\mathbb{W}_0$. Резултатите относно пораждащите функции и вероятностите за изчезване от Подглава 2.1 се специализират за този частен случай, виж Следствия 2.12-2.17. Следствие 2.18 стъпва на Теорема 2.4 и най-вероятно е грешно.

За РМРПВМ се разглеждат пораждащите функции

$$h_i^{\mathbb{W}_e}(t; \mathbf{s}) = \mathbb{E}\left[\prod_{j \in \mathbb{W}} s_j^{I_j^{\mathbb{W}_e}(t)} | \mathbf{Z}(0) = \delta_i\right],\ i \in \mathbb{W},$$

с уточнението, че тук се броят само мутантите от $\mathbb{W}_e \to \mathbb{W}_0$. Получени са Следствия 2.19-2.22, които съдържат интегрални уравнения за $h_i^{\mathbb{W}_e}(t; \mathbf{s})$. Доказателствата, с малка модификация поради броенето само на мутантите, следват стъпките на тези от Подглава 2.1. Добити са и уравнения за вероятностите за изчезване на РМРПВМ до момент $t \in (0, \infty]$. Във всички случаи се допуска и началната частица да има зависимост от възрастта.

В духа на Подглава 2.1 е разгледано времето до раждането на първи мутант, който генерира неизчезващ процес. Твърденията и следствията са директни от предходните. Следствие 2.23 стъпва на Теорема 2.4 и вероятно е грешно.

Също така е разгледана вероятността първият успешен мутант да е в интервал $(t, t+dt)$ при положение, че той е след момент t и в момент t има оцелели частици от тип $\mathbb{W}_e$. Предвид числени резултати, не мога да отбележа съществен напредък в това направление.

Последната част на тази подглава е посветена на процеси, при които възпроизводството на частиците не зависи от възрастта, т.е. процеси на Белман-Харис. Те са частен случай на РМРПВМ и представените резултати са прилагане в по-елементарен контекст.

3.3. **Глава 3.** В Глава 3 се разглеждат оптимизационни задачи с последователно взимане на решения с динамика, основана на разклоняващи се процеси. Идеята не е нова, но като че ли е доста слабо изучена в литературата. Концептуално нещата се поставят по следния начин: имаме разклоняващ се процес, чиито параметри можем да управляваме; имаме дискретни времена $t = 0, 1, \cdots, T$, в които получаваме награда в зависимост от текущата конфигурация на разклоняващия се процес и можем да променяме параметрите (управление), които определят развитието на разклоняващия се процес; търси се такова управление, при което очакваната награда, събрана до момент T, е максимална.

Първите резултати са да се вгради горепоставената задача в така наречената „Универсална рамка на моделиране“, която е въведена за задачи, свързани с последователно вземане на решения. Това позволява да се използва уравнението на Белман за намиране на оптимално решение. За съжаление това уравнение почти винаги не позволява директно решение на задачата и се търси допълнителна структура, която да го опрости или да позволи приближеното му решение.

След успешното вграждане на задачата в общата постановка е добита Теорема 3.2, която дава уравнение за намирането на оптималната политика, т.е. при всяка зададена конфигурация на разклоняващия се процес (само тип БГУ) каква промяна на неговите параметри следва да се направи, за да се получи максимална награда. Това е свързано с въвеждането на така наречения оператор на максималния принос. Ограничаването на разклоняващия се процес до тип БГУ е необходимо, за да се запази Марковската структура на процеса във времената на решения t. Същото е постигнато и за МРПВМ процеси с експоненциални времена на живот на частиците, виж Теорема 3.3. За по-общи МРПВМ процеси, за да се запази Марковската структура във времената на решения t, е необходимо да се разшири пространството на състоянията, което усложнява чувствително задачата и кандидатът е успял само да дискутира някои възможни алгоритми за намиране на оптималната политика.

Глава 3 завършва с конкретен пример, свързан с придобиването на образователни степени. Няма да се спирам на него, защото, доколкото разбирам, той е просто тестови за моделите и резултатите, получени в тази глава.

Новият резултат в Глава 3 е свеждането на оптимизационната задача за последователно вземане на решение с динамика до базирана на разклоняващ се процес в контекста на добре известна теория. Теорема 3.2 не е нова, но доказателството е следствие от общата теория. Теорема 3.3 е нова, но по същество разлика в извеждането няма. И двете теореми касаят случаи, при които Марковската структура се запазва във времената на решения t.

4. Апробация на резултатите

Кандидатът е представил 4 публикации, на които се базира дисертационния труд. Трябва да се отбележи, че някои резултати са отвъд тези статии и вероятно ще бъдат предложени за публикация. Три от тези четири статии са с импакт фактор и те са разпределени, както следва : 2 в Stochastic Models (Q4) и 1 в Comptes rendus de l'Academie bulgare des Sciences (Q4). Една статия е към издание на конференция. Няма да коментирам класации и числови стойности по импакт фактор, защото често това е подвеждащо и безсмислено упражнение. Списанието Stochastic Models е с добра репутация в експертните среди. Всички статии са в съавторство с научния ръководител, като е предоставен протокол за равностоен принос в тях на кандидата. Тези статии имат едно независимо позоваване по Скопус. Кандидатът има и редица други публикации и цитати извън темата на дисертацията.

Мога да потвърдя, че а) научните трудове **отговарят** на минималните национални изисквания (по чл. 2б, ал. 2 и 3 на ЗРАСРБ) и съответно на допълнителните изисквания на СУ „Св. Климент Охридски“ за придобиване на образователна и научна степен „доктор“ в научната област и професионално направление на процедурата; б) представените от кандидата резултати в дисертационния труд и научни трудове към него **не повтарят** такива от предишни процедури за придобиване на научно звание и академична длъжност; в) **няма** доказано по законоустановения ред плагиатство в представения дисертационен труд и научни трудове по тази процедура.

5. Качества на автореферата

Авторефератът отговаря на всички изисквания за изготвянето му и представя коректно резултатите и съдържанието на дисертационния труд.

6. Критични бележки и препоръки

Дискусията на стр. 34 относно връзката на моделите с вероятност за мутация с многотиповите процеси на Севастиянов е неясна относно резултатите в статия [8]. Счита ли кандидатът, че в [8] има неточност относно необходимите допускания или пък не е необходимо да имаме неразложимост? Това трябва да се изясни.

Теорема 2.1 и Следствие 2.1 очаквам да са директно следствие от [8] и е добре това да бъде коментирано.

Дискусиите за двойните граници на стр.40, 51 и съпътстващите дефиниции и забележки будят недоумение у мен. В крайна сметка навсякъде в доказателствата и твърденията имаме резултат от вида

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \cdots + \int \lim_{t\to\infty} f(t-y)G(dy).$$

Навсякъде границата е при фиксирано y, но дори и да имахме израз от следния вид $\lim_{y\to\infty}\lim_{t\to\infty} f(t,y)$ (общ случай на този в дисертацията), то това винаги се разбира като $\lim_{y\to\infty}\lim_{t\to\infty} f(t,y) = \lim_{y\to\infty} f(\infty, y)$. Ако $y = t - b$, то границата е само по t, а ако вземем и двете едновременно, се записва $\lim_{y,t\to\infty} f(t,y)$.

Относно Теорема 2.4 нека вземем еднотипов процес, който има 3 наследника, ако възрастта му е под 1 и иначе, 0 с вероятност q и 1 с вероятност p. Нека вероятността частица с начална възраст да даде поколение до момент 1 е h. Тогава $q_2 \geq q$ и $1 - q_0 \geq h(1 - q_0^3)$, което дава $1 \geq h(1 + q_0 + q_0^2)$. Ако допуснем, че $q_0 = q_2$, то

$$1 \geq h(1 + q + q^2),$$

което не е възможно за всички q, h, които ние имаме свободата да изберем. Следствие 2.18 и Следствие 2.23 стъпват на тази теорема.

Числените схеми в 2.1.7 не са изследвани относно тяхната грешка. Допускам, че е трудно, но някак си аргументите за това не са особено убедителни. Би било добре да се обясни по-ясно защо това е непосилно на този етап.

Части 2.2.1.6 и 2.2.2 практически не съдържат нови резултати.

Трябва да се изясни в дисертационния труд защо безкрайният хоризонт на SDP в Глава 3 е изключен от разглежданията. Изглежда естествено проблемът да бъде разгледан в общност, особено предвид дисконтирането, и е добре за читателя да има представа какви са трудностите и/или новостите в този случай.

Операторът на максимален принос $\mathcal{R}$ трябва да се въведе математически коректно, защото той включва операцията максимум на вектор. Резултатите, базирани на него, изглеждат верни, но дефиницията трябва да се поправи. Важното в случая е, че можем да тензорираме по решенията.

7. Заключение

След като се запознах с представените в процедурата дисертационен труд и придружаващите го научни трудове и въз основа на направения анализ на тяхната значимост и съдържащи се в тях научни и научно-приложни приноси, **потвърждавам**, че представеният дисертационен труд и научните публикации към него, както и качеството и оригиналността на представените в тях резултати и постижения, **отговарят** на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за приложението му и съответния Правилник на СУ „Св. Климент Охридски“ за придобиване от кандидата на образователната и научна степен „доктор“ в научната област 4. Природни науки, математика и информатика и професионално направление 4.5 Математика. В частност кандидатът удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените по конкурса научни трудове. Въз основа на гореизложеното, **препоръчвам** на научното жури да присъди на Калоян Николаев Витанов образователна и научна степен „доктор“ в научна област 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика (Вероятности и статистика).

30.08 2022г. Изготвил рецензията: чл.-кор. дн Младен Светославов Савов