

Софийски Университет “Св. Климент Охридски”



Факултет по Математика и Информатика

Невронни мрежи за задачи за разполагане на обекти

Владислав Харалампиев

Автореферат на дисертационен труд за придобиване на ОНС “доктор”

Професионално направление: 4.6. Информатика и компютърни науки
Докторска програма: “Компютърни науки” — Алгоритми и сложност

Научен ръководител:
доц. д-р Минко Марков

София, 2021

1 Обща характеристика на дисертационния труд

Основната тема на дисертационния труд е използването на невронни мрежи за решаване на задачи за комбинаторна оптимизация. Предложен е нов тип невронни мрежи, наречени Мрежи с Конкуриращи Неврони (МКН). МКН са специално разработени за решаване на задачи за разполагане на обекти, но също така могат да се разглеждат и като метаевристика за комбинаторна оптимизация.

Предложените МКН притежават няколко желани характеристики. В дисертационния труд е доказана асимптотическата им сходимост към оптимално решение. Също така, показано е как да се оцени скоростта на сходимост. Теоретическите гаранции на МКН са или еквивалентни, или по-силни от гаранциите на другите популярни метаевристики за комбинаторна оптимизация¹.

Асимптотическата сходимост е интересно свойство, което показва, че разглежданият метод наистина решава оптимизационни задачи. Но, на практика, за всички известни алгоритми за NP -трудни задачи времето за гарантирана сходимост към оптимално решение “винаги” е “прекалено голямо”. Това, което искаме в практически ситуации, е да открием с относително малко усилия относително добро решение. В дисертационния труд интуитивно е обосновано, защо от мрежите с конкуриращи невронни може да се очаква бързо да открият добро решение. Допълнително, МКН са приложени за решаването на шест класически задачи с практическо значение: P-MINISUM, P-HUB, P-DEFENSESUM, MAXIMAL COVERING LOCATION PROBLEM, FLOW INTERCEPTING FACILITY LOCATION и ASSIGNMENT PROBLEM. Разглежданите невронни мрежи постигат отлични резултати, които са съизмерими с резултатите на утвърдените метаевристики за комбинаторна оптимизация. МКН винаги откриват решения, които са най-много с няколко процента по-лоши от оптималните, а в много случаи въобще намират оптимално решение.

1.1 Мотивация

При задачите за комбинаторна оптимизация целта е да се открие оптимална спрямо дадена оценъчна функция конфигурация сред крайно множество от конфигурации. Примери за такива задачи са съставянето на разписания, разполагането на обекти, маршрутизирането на транспортни превозни средства, балансирането на конвейери и заделянето на честоти или други ресурси. Подобен тип задачи много често се появяват на практика. За съжаление, повечето от тези задачи са NP -трудни. Това интуитивно означава, че за откриването на оптимална конфигурация е необходимо да се прегледа голямо количество кандидати за решение. Тъй като практическите задачи са с относително голям размер, използването за решаването им на подобно изчерпване на кандидати е прекалено бавно и скъпо. Необходимо е да се избере компромисна стратегия, която да предостави разумен баланс между вложените усилия (както изчислителни, така и за разработка на алгоритъма) и качеството на върнатото решение. Метаевристичните за комбинаторна оптимизация предоставят компромисно решение, при което със сравнително малко усилия се откриват конфигурации,

¹C. Blum и A. Roli. “Meta-heuristics in combinatorial optimisation: Overview and conceptual comparison”. В: *ACM Computing Survey* 35(3) (2003).

които възможно не са оптимални, но са с достатъчно високо качество. Много често на практика искаме точно това и по тази причина метаевристиките са се превърнали в полезен инструмент за решаване на оптимизационни задачи.

Съществува голямо разнообразие от метаевристики за комбинаторна оптимизация. Сред тях може да се открият и методи, основани на невронни мрежи. Силна страна на тези методи е възможността за ефикасна паралелна имплементация и за хардуерна реализация. Това не трябва да се подценява, защото позволява значително, на няколко порядъка, да се ускори алгоритъма. Трябва да се отбележи, че идеята да се използват невронни мрежи за решаване на задачи за комбинаторна оптимизация не е нова. Такива подходи се разработват още от 80-те години, но така и не стават популярни. Причините за това са както обективни, така и “емоционални”.

Основните обективни недостатъци на съществуващите невронни мрежи за комбинаторна оптимизация се разделят на две групи: лошо качество на откритото решение и силно ограничена приложимост. Известни са два базови подхода за създаване на невронни мрежи за комбинаторна оптимизация. Единият подход връща лоши решения, а другият е приложим почти единствено към задачата за търговския пътник. Ясно е, че с такива недостатъци съществуващите невронни мрежи не могат да се конкурират с останалите метаевристики.

“Емоционалните” причини за скептицизма към невронните подходи за комбинаторна оптимизация са до голяма степен исторически. Когато невронните мрежи за комбинаторна оптимизация се появяват за пръв път през 80-те години, това създава много ентузиазъм. Тези мрежи са по същество алтернативен модел на изчисление и хората тогава са си задавали въпроса, дали този модел не е по-подходящ за решаване на NP -трудни задачи. След първоначалния ентузиазъм е последвала серия от негативни резултати относно възможностите на известните тогава невронни мрежи. Това от своя страна създава негативен фон и заглушава бъдещото развитие на областта.

В дисертационния труд е изказано мнението, че потенциалът на невронните мрежи за комбинаторна оптимизация не е добре оценен. Съществуващите подходи имат проблеми, но основната им идея да се използват системи от голям брой независими неврони не е лоша. Целта на дисертационното изследване е да предостави пример на невронен метод, който е приложим към клас от задачи и който връща добри решения. Наличието на такъв пример показва, че самата концепция да се решават оптимизационни задачи с невронни мрежи е смислена и невронните мрежи могат успешно да се конкурират с останалите метаевристики.

Аналогично на методите от машинното самообучение, метаевристиките за комбинаторна оптимизация правят определени предположения за решаваната задача. По тази причина не може да се говори за метод, който решава “абсолютно всичко”. От огромното количество известни задачи за комбинаторна оптимизация в дисертационния труд се разглежда разполагането на обекти. Това е обширен клас от практически значими задачи. Те са интуитивни и лесни за обяснение, но в същото време са трудни за решаване. Предложената идея за оптимизация чрез *конкуренция* е приложима и към други типове задачи. Дисертационното изследване се фокусира върху задачите за разполагане на обекти, за да може пълно да се изследват свойствата на въведения модел.

1.2 Мрежи с Конкуриращи Неврони

Невронните мрежи винаги са системи от независими изчислителни единици (неврони). Тези единици оперират локално. Целта е така да се построи системата, че от съвкупността от локалните действия на невроните спонтанно да се получи глобално смислено поведение. В случая с невронните мрежи за комбинаторна оптимизация, под глобално смислено поведение се разбира добро решение на моделираната задача.

Невронните мрежи успешно могат да моделират функции. Това тяхно свойство е добре известно и се използва в машинното самообучение. Проблемът при задачите за комбинаторна оптимизация е в това, че тук не е достатъчно само да се моделира целевата функция. Трябва нещо в невронната мрежа да направи избор. Например, за даден обект има две възможни строителни площадки. По някакъв начин невроните трябва да решат, дали във финалното решение ще се използва първата строителна площадка или втората.

В дисертационния труд е предложено да се използва механизъм на конкуренция между невроните като начин на взимане на решения. Невроните в модела са разделени на групи и се конкурират вътре в своите групи. Еволюцията на цялата системата се управлява от прости локални принципи, такива като “оцелява по-силният” или “понякога неврон има късмет”. Всеки от невроните се интересува само от своята група и действа сам за себе си. Въпреки това, в дисертационното изследване е показано, че ако такава система се остави да работи достатъчно дълго, то тя ще открие глобално оптимално решение на моделираната задача за комбинаторна оптимизация.

За формализиране на предложения механизъм за оптимизация, в дисертационния труд се дефинира обобщена задача за разполагане на обекти, която е наречена МКН-задача. Към нея е приложена идеята за решаване със системи от конкуриращи неврони и полученият алгоритъм е наречен МКН. Алгоритъмът е представен както интуитивно, така и във вид на псевдокод. Теоретическите му свойства са изследвани в Глава 4 на дисертационния труд, а в Глава 5 алгоритъмът е използван за решаване на шест задачи за разполагане на обекти.

1.3 Резултати

Основният принос на дисертационния труд е представянето на невронна мрежа, която може да се конкурира с утвърдените метаевристики за комбинаторна оптимизация. Тя може да се конкурира с тези методи както по теоретически гаранции, така и по резултати върху практически задачи. Това е аргумент срещу тезата, че невронните мрежи не са подходящи за решаване на задачи за комбинаторна оптимизация.

Теоретическите гаранции на МКН интуитивно могат да се обобщат по следния начин: ако методът се остави да работи достатъчно дълго, то той ще открие оптимално решение. Времето за сходимост на невронната мрежа е възможно да се оцени и то не е по-лошо от времето за сходимост на тези от метаевристичките, за които въобще може да се докаже сходимост. Разбира се, не трябва да се забравя, че МКН решават NP -трудни задачи и не са бърз полиномиален алгоритъм.

В практически ситуации времето за гарантирана сходимост на мрежите с конкуриращи неврони към оптимално решение е прекалено голямо. В таки-

ва случаи, в дисертационния труд е предложено да се използва полиномиално ограничение на алгоритъма и е обосновано, защо може да се очаква такова ограничение да открие решение, което е близко до оптималното. Предложеният метод е приложен към шест класически задачи за разполагане на обекти. Постигнатите резултати са отлични: МКН винаги откриват решения, които са най-много с няколко процента по-лоши от оптималните. А в много от случаите невронният алгоритъм въобще успява да открие оптимално решение.

Въпреки че въведените МКН показват много добри резултати, в дисертационния труд е предложено те да се възприемат само като начална стъпка за създаване на качествена невронна метаевристика за комбинаторна оптимизация. Изказана е идеята, че механизмът на конкуренция между невроните е полезен и вероятно има смисъл да се разглежда при разработването на по-съвършени метаевристики. Но какъв точно е “най-добрият” начин да се използват невронни мрежи за решаване на оптимизационни задачи е отворен въпрос и трябва да се направи още много работа, докато се достигне до състояние, в което имаме добър и надежден невронен метод за комбинаторна оптимизация.

2 Структура и съдържание на дисертационния труд

Дисертационният труд е с общ обем от 180 страници. Състои се от изложение в 5 глави, заключение, две приложения и списък с цитирана литература. В дисертационния труд се съдържат 27 фигури, 6 псевдокода и 9 таблици. Библиографията е на 10 страници и съдържа 107 заглавия.

2.1 Глава 1 — Увод (Introduction)

В Глава 1 накратко са въведени задачите за комбинаторна оптимизация и по-специално, класа от задачи за разполагане на обекти. На интуитивно ниво са представени шест класически задачи от този клас: P-HUB, P-MINISUM, P-DEFENSESUM, MAXIMAL COVERING LOCATION PROBLEM, MAXISUM и P-CENTER. Обсъдени са известните методи за решаване на задачи за комбинаторна оптимизация.

2.2 Глава 2 — Метаевристики за комбинаторна оптимизация (Metaheuristics for combinatorial optimization)

Глава 2 на дисертационния труд се концентрира върху метаевристичните за комбинаторна оптимизация. Представени са главните идеи на осем популярни метаевристики: Repeated local search, Simulated annealing, Tabu search, GRASP, VNS, Guided local search, Genetic algorithms и Ant colony optimization. Направени са изводи за характеристиките, които може да очакваме от качествени метаевристики. Тези методи за комбинаторна оптимизация са рандомизирани и използват рандомизацията като начин за взимане на *трудни* решения. Метаевристичните откриват локален оптимум на целевата функция и имат механизъм за избягване от локални оптимуми, които са много по-лоши от глобално оптималното решение. Също така, тези методи по същество са стратегии за претърсване на

пространството от решения и задават определен баланс между изследването на нови неизвестни области в пространството и използването на информацията, която е била получена до момента. По време на претърсването на пространството метаевристиките *предпочитат* добри компоненти на решението. От една страна, това отличава тези методи от “сляпото” преглеждане на произволни решения и позволява те да открият значително по-добра конфигурация. От друга страна, предпочитанията на метаевристиките не може да са в сила за всички възможни оптимизационни задачи. По този начин, всяка една метаевристика е подходяща само за определено подмножество от задачи.

Глава 2 продължава с разглеждане на известните невронни мрежи за комбинаторна оптимизация. Подробно са описани двата основни класа невронни методи за решаване на оптимизационни задачи: мрежите на Хопфилд² и самоорганизиращите се подходи (по-специално, методът с еластичен шаблон³). Допълнително са разгледани и Болцмановите машини за оптимизация, които могат да се възприемат като усъвършенствани мрежи на Хопфилд. Обсъдени са силните и слабите страни на представените методи. Като резултат от разглеждането на известните невронни мрежи, в дисертационния труд е направен извод, че съществуващите методи имат сериозни проблеми и при решаването на задачи за разполагане на обекти те не могат да се конкурират с популярните метаевристики за комбинаторна оптимизация.

2.3 Глава 3 — Мрежи с конкуриращи неврони (Competition-Based Neural Networks)

Глава 3 въвежда мрежите с конкуриращи неврони, основната тема на дисертационния труд. Изложението започва с интуитивно представяне на модела чрез “бизнес” аналогия: сравнение с множество от конкуриращи помежду си компании, които формират економиката на въображаем регион. След това се дефинира обобщена задача за разполагане на обекти, наречена МКН-задача. Към нея е приложена идеята за оптимизация чрез конкуриращи неврони и полученият алгоритъм е наречен МКН. Той е записан във вид на псевдокод и е сравнен с известните метаевристики за комбинаторна оптимизация. Също така, обсъдени са някои от възможните модификации на алгоритъма.

2.4 Глава 4 — Анализ на МКН (Analysis of CBNNs)

В Глава 4 на дисертационния труд се разглеждат свойствата на мрежите с конкуриращи неврони и теоретически е обосновано, защо може да се очаква те да открият добро решение.

МКН се състоят от независими неврони, които по същество са променливи с определена процедура за обновяване. Конфигурация на мрежата е задаване на конкретни стойности, 0 или 1, на всеки от невроните. По време на своята работа, МКН създават верига от конфигурации. Чрез анализ на тази верига може да се направят изводи за свойствата на мрежите с конкуриращи неврони. В

²R. Rojas. *Neural Networks - A Systematic Introduction*. Springer-Verlag Berlin New-York, 1996.

³R. Durbin и D. Willshaw. “An analogue approach to the travelling salesman problem using an elastic net method”. В: *Nature* 326 (1987).

дисертационния труд са предложени две възможни гледни точки към веригата от конфигурации. От една страна, може да се разглежда конкретната стойност на всеки един елемент от веригата (интерпретация А). Такава интерпретация е полезна при анализиране на стратегията, по която МКН изследват пространството от решения. От друга страна, последователността от конфигурации може да се разглежда и като Марковска верига (интерпретация Б). Тогава, за всеки неин елемент се интересуваме от вероятностното разпределение на стойностите му. Такава интерпретация е полезна при доказване на асимптотическата сходимост на невронната мрежа към оптимално решение.

Глава 4 се състои от три основни секции: емпирични свойства на МКН, доказателство на асимптотическата сходимост на модела към оптимално решение и разсъждения за използването на МКН в практически ситуации.

В първата секция емпирически се разглежда поведението на невронната мрежа при решаване на конкретна задача за разполагане на обекти. От една страна, по този начин са показани характерни свойства на мрежите с конкуриращи неврони. От друга страна, интуитивно са въведени понятия, които са важни за доказателствата в следващите секции.

В началото на първата секция се използва интерпретация А на веригата от конфигурации, създадена от невронната мрежа. Разглежда се стратегията, по която МКН определят баланса между изследването на нови области в пространството от решения и използването на вече получената информация (*explore-exploit strategy*). При работата на невронната мрежа ясно се различават три фази. В началото на оптимизацията невронният метод главно изследва пространството и стойността на целевата функция почти не намалява. Във втората фаза се наблюдава бързо подобряване на решението. Тук изследването преминава в *експлоатация* и се формират *добри компоненти* на финалното решение. В третата фаза доминира експлоатацията на получената информация. Основната структура на решението е вече определена и се правят само малки подобрения. Описаното изместване от изследване към експлоатация се управлява от променлива, наречена *температура* на невронната мрежа. В първата секция на Глава 4 са направени и други интересни наблюдения за поведението на МКН. Например, дори при температура, много близка до 0, работата на невронната мрежа не е напълно еквивалентна на локално търсене поради това, че невроните действат независимо.

Във втората част на първата секция се използва интерпретация Б и работата на невронната мрежа се разглежда като Марковска верига. Дискутирана е връзката между решаването на дадена оптимизационна задача и достигането до стационарно разпределение. Емпирично е показано, че за разглежданата задача при всяка температура невронната мрежа има стационарно разпределение. При това, ако температурата е висока, то в разпределението всяка конфигурация е почти еднакво вероятна. Обратно, при ниски температури в стационарното разпределение на мрежата значителна вероятност имат само конфигурации, които съответстват на оптимални решения. Показано е как може да се пресметне скоростта на сходимост на МКН. Както и се очаква, сходимостта е бърза при високи температури и е бавна при ниски температури.

Във втората секция на Глава 4 са доказани свойствата, емпирически забелязани при разглеждането на поведението на МКН. Показано е, че при всяка температура Марковската верига, породена от невронната мрежа, достига до

стационарно разпределение. В това разпределение вероятността на неоптималните решения може да се направи произволно малка чрез понижаване на температурата. Последният резултат е доказан специално за задачата P-MINISUM. Същият резултат важи за всички “разумни” приложения на МКН и приведеното доказателство може да се използва като шаблон. Комбинацията от достигането до стационарно разпределение и възможността в него да се направи произволно малка вероятността на неоптималните решения показва асимптотическата сходимост към оптимално решение на мрежите с конкуриращи неврони.

В последната секция на Глава 4 се обсъжда прилагането на МКН в практически ситуации, в които искаме да ограничим времето за работа на алгоритъма до полиномиална функция от големината на входа. Централна роля за бързото откриване на добро решение играе механизма на понижаване на температурата на невронната мрежа. От разсъжденията в предишните секции се вижда, че решаването на оптимизационна задача е еквивалентно на достигането до стационарно разпределение от МКН при ниска температура. По време на работата на невронната мрежа има две крайности: висока температура, при която стационарното разпределение се достига бързо, но полученото решение е лошо, и ниска температура, при която решението е добро, но се достига бавно. Механизмът на понижаване на температурата комбинира тези две крайности. Интуитивно, за всяка температура по време на работата на невронната мрежа механизмът задържа мрежата около нейното стационарно разпределение за съответната температура. По този начин, в края на алгоритъма, когато температурата е най-ниска, невронната мрежа се оказва близо до своето стационарно разпределение и, съответно, открива решение, което е близко до оптималното.

2.5 Глава 5 — Приложения на МКН (Applications of CBNNs)

В първите четири глави на дисертационния труд се въвеждат мрежите с конкуриращи неврони и се доказват свойствата им. В Глава 5 МКН са приложени към шест различни задачи за разполагане на обекти. Изложението следва обща схема: първо се представя съответната задача и нейните основни варианти. След това се разглеждат известните методи за решаване на задачата. После се описва, как задачата се моделира за решаване с МКН и върху какви данни се тества полученият алгоритъм. Накрая се представят резултатите на невронната мрежа.

Задачите, използвани в Глава 5, са следните:

- **P-MINISUM**

Това е може би най-известната задача за разполагане на обекти. При нея имаме множество от клиенти и трябва така да разположим p склада, че да минимизираме транспортните разходи за обслужване на клиентите. Невронната мрежа се оценява върху реалистични примери на P-MINISUM, построени на базата на пътната мрежа на България. Тестовите данни са специално създадени за експериментите в дисертационното изследване.

- **P-HUB**

Целта на задачата P-HUB е да се построи оптимална хъбова мрежа. Това е транспортна система, при която има множество от клиенти, които изпращат пакети един на друг. В мрежата има и p обработващи центрове

(хъбове). Целият трафик на системата се маршрутизира през хъбовете. Това се прави, за да се намали цената на превоз. Интуитивно, ако имаме 100000 пакета за доставка от София до Пловдив, то е по-евтино не да ги возим с кола един по един, а да ги натоварим на камион и да ги доставим наведнъж. Хъбовете в такава транспортна система играят ролята на складове, които акумулират трафика. Примери на подобен тип системи са пощенските мрежи и пътническите мрежи на авиосъобщенията.

Разглежданата задача се състои от две подзадачи: разполагане на хъбовете и назначаване на клиентите към тях. Интересено е, че и двете подзадачи на P-HUB са трудни. Това е необикновено за задачите за разполагане на обекти. В повечето от тях определянето на оптималните места на обектите е трудно, но когато местата са вече известни, то назначаването на клиентите към обектите е лесно.

За тестване на невронната мрежа върху P-HUB в дисертационното изследване се използват данните Australia Post⁴. Това е известно множество от примери за оценяване на алгоритми за разглежданата задачата. Входните данни са създадени на базата на истинска задача за създаване на пощенска мрежа.

- **P-DEFENSE-SUM**

Целта в P-DEFENSE-SUM е да се разположат p обекта така, че да се максимизира сумата от разстоянията между тях. P-DEFENSE-SUM е пример на проблем от подкласа на задачите за разполагане на нежелани обекти. При тях целта е да се максимизират разстоянията, вместо да се минимизират. Друга задача от този подклас е разполагането на депа за отпадъци: хората искат такъв тип обекти да са далече от тях. P-DEFENSE-SUM също така е пример на задача, в която няма клиенти.

В дисертационния труд мрежите с конкуриращи неврони са оценени върху входни примери на P-DEFENSE-SUM, построени на базата на пътната мрежа в българските градове. Входните данни са специално създадени за експериментите в дисертационното изследване.

- **MAXIMAL COVERING LOCATION PROBLEM (MCLP)**

MCLP е пример на задача за покриване и е тясно свързана със задачата за покриване на множества (която е сред първите 21 задачи, за които Карп показва през 1972, че са NP-пълни⁵). При MCLP ни е дадено множество от населени места. Трябва да разположим p предавателни кули за мобилни телефони така, че да покривам колкото се може повече от населените места.

Мрежите с конкуриращи неврони са оценени върху две групи от примери на задачата MCLP. Първата група е построена на базата на картата на България. Входните данни са специално създадени за дисертационното изследване. Втората група от примери е построена на базата на Steiner Triple Systems. Такива системи често се използват за генериране на из-

⁴A. Ernst и M. Krishnamoorthy. "Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem". В: *Location Science* 4 (3 1996).

⁵R. Карп. "Reducibility among Combinatorial Problems". В: *Complexity of Computer Computations. The IBM Research Symposia Series. Springer, Boston, MA. (1972).*

куствени входни данни за задачи за покриване. За тях е известно, че те пораждат трудни тестови примери.

- **FLOW INTERCEPTING FACILITY LOCATION (FIFL)**

При задачата FIFL са дадени ежедневните маршрути на хората от даден град (пътищата им от / до работа). Целта е да се разположат p рекламни табла така, че рекламите да покрият възможно най-много от маршрутите. Един маршрут се счита за покрит, ако в поне една точка от него е разположена реклама.

Лесно се вижда, че FIFL е от класа на задачите за покриване и има голямо сходство със задачата MCLP. Отличителна характеристика на FIFL е това, че клиентите не са точки, а са пътища. По тази причина, входните примерите на задачата имат специална структура, която едновременно е предизвикателство и възможност за откриване на по-добри решения.

МКН са оценени върху входни примери на FIFL, които са построени на базата на пътната мрежа на София. Входните данни са специално създадени за експериментите в дисертационния труд.

- **ASSIGNMENT PROBLEM**

При тази задача имаме n работника и n задания. На всеки работник трябва да назначим точно едно задание така, че на никои два работника да не бъде назначено едно и също задание. Дадена ни е цената на всяка двойка работник – задание. Целта е така да се извършат назначенията, че да се минимизира сумарната цена.

Разглежданата задача се отличава от останалите в Глава 5. Тя обикновено не се причислява към класа на задачите за разполагане на обекти (въпреки че има сходства с проблемите от този клас). Също така, за нея е известен полиномиален алгоритъм. Задачата е разгледана в тази глава, защото, от една страна, полиномиалният алгоритъм позволява да се открие оптималното решение за относително големи входове. По този начин, дори за такива входове може да сравним качеството на решението на невронната мрежа с оптималната конфигурация за съответния пример. От друга страна, при решаването на задачата с МКН е демонстриран един от възможните подходи за моделиране на припокриващи се групови ограничения. Тестовите примери, върху които се оценява невронната мрежа, са изкуствено генерирани за експериментите в дисертационното изследване.

Шестте задачи, върху които се оценяват МКН, са избрани така, че да илюстрират различни страни на разполагането на обекти. Невронният алгоритъм е тестван върху повече от 500 входни примера на тези задачи. Голяма част от входните данни са със среден размер, за да може да се пресметне оптималното решение с друг алгоритъм и да се оцени качеството на решението, върнато от невронната мрежа. Част от примерите са относително големи: броят променливи в тях е около 10000, а максималният брой достига до над 60000. За някои примери, ако се разпише целевата функция, то тя би била сума от над $500 \cdot 10^9$ члена.

МКН показват отлични резултати върху тестовите задачи. За всички входове невронната мрежа открива решение, което е най-много с няколко процента по-лошо от оптималното. А често разглежданият метод въобще успява да

открие оптимално решение. Това са много добри резултати за метод, който директно работи, без да са необходими специални модификации на алгоритъма за конкретната задача. По качество на върнатото решение невронната мрежа успешно се конкурира с утвърдените метаевристики за комбинаторна оптимизация.

Основната цел на дисертационния труд е да покаже, че невронните мрежи могат да откриват добри решения. За това, когато МКН се оценяват върху тестовите задачи, в центъра на вниманието е качеството на върнатото решение. На скоростта на невронния алгоритъм се отделя малко внимание. Още повече, че в експериментите се използва симулация на невронната мрежа върху последователна система. За да се оцени истинското бързодействие на МКН, трябва да се използва паралелна реализация върху подходящ хардуер. Интересно е да се отбележи, че дори използваната последователна симулация на МКН показва разумно бързодействие върху тестовите задачи. Скоростта на получения алгоритъм не е много по-лоша от скоростта на останалите метаевристики. Също така, невронният метод е по-бърз от използваната в експериментите библиотека за целочислено програмиране, с която се пресмятат оптималните решения на част от примерите (в някои случаи невронната мрежа е на няколко порядъка по-бърза).

2.6 Приложение А — Марковски вериги (Markov chains)

Марковските вериги⁶ са добре известен модел, който е удобен за изследване на сходимостта на мрежите с конкуриращи неврони. В Приложение А накратко са представени основни понятия от теорията на Марковските вериги и по-специално, достигането до стационарно разпределение. Показано е как може да се оцени скоростта на сходимост чрез собствените стойности на матрицата на преходи. Също така, показано е, че при малки промени на елементите на матрицата на преходи стационарното разпределение също само малко се променя.

2.7 Приложение В — Създаване на тестови примери, основани на географски данни (Datasets based on geographic data)

Много от задачите за разполагане на обекти естествено се дефинират като задачи върху пътна мрежа. По тази причина, за създаване на реалистични тестови примери може да се използва съществуваща пътна мрежа.

Част от тестовите примери в Глава 5 са създадени на базата на пътната мрежа на България. Приложение В описва процедурата, по която в дисертационния труд се обработват географски данни. За източник на такива данни е избран проектът OpenStreetMap⁷. Географската информацията се извлича чрез Overpass XML заявки. В приложение В е показана примерна заявка за получаване на информация за населените места и пътищата в дадена област. Връщаните данни не са във вид, удобен за решаване на задачи за разполагане на обекти, и в приложението допълнително се описва една възможна процедура,

⁶D. Isaacson и R. Madsen. *Markov Chains: Theory and Applications*. Wiley, 1976.

⁷OpenStreetMap contributors. *Planet dump [Data file from 27/12/2019]*. Retrieved from <https://planet.openstreetmap.org>. 2015.

по която от данните на OpenStreetMap може да се построи графово представяне на пътната мрежа в даден регион.

3 Публикации, свързани с тематиката на дисертацията

V. Haralampiev. “Theoretical Justification of a Neural Network Approach to Combinatorial Optimization”. В: *Proceedings of the 21st International Conference on Computer Systems and Technologies*. 2020.

V. Haralampiev. “Neural network approaches for a facility location problem”. В: *International Scientific Journal Mathematical Modeling*. 2020.

V. Haralampiev. “Single facility location problems in k-trees”. В: *58th Annual Science Conference of Ruse University and Union of Scientists - Ruse*. 2019.

V. Haralampiev. “Neural networks for facility location problems”. В: *Annual of Sofia University “St. Kliment Ohridski”*. 2019.

V. Haralampiev. “Dynamic facility location problems”. В: *Young Researchers Conference Proceedings*. 2019.

4 Декларация за оригиналност

Декларирам, че представената дисертация на тема “Невронни мрежи за задачи за разполагане на обекти” е мой труд, създаден по време на докторската ми програма в Софийски университет “Св. Климент Охридски” между 2017 и 2021 години. Резултатите и приносите на дисертационното изследване са оригинални и не са заимствани от изследвания, в които нямам участие.

5 Благодарности

Много хора ми помагаха по време на обучението ми. Искам искрено да благодаря Минко Марков, Георги Георгиев и Добромир Кралчев за техните съвети и помощ през цялата докторска програма. Искам също така да благодаря всички от Софийски Университет “Св. Климент Охридски” за това, че направиха моето обучение приятно и безпроблемно — както от научна, така и от административна страна.

Интернет е отличен източник на информация. Не е ясно кой точно трябва да се благодари за съществуването на такъв инструмент, защото сегашният Интернет е резултат от общите усилия на милиони хора. Така или иначе, щастлив съм, че имах късмета да правя своите изследвания във време, когато имаме отворен и лесен достъп до информация.

Накрая, искам да благодаря родителите си за тяхната подкрепа!