Р Е Ц Е Н З И Я

за дисертационния труд на Иван Бойчев Маринов за присъждане на образователната и научната степен *доктор* в област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика

Рецензент: доц. д-р Христо Николов Костадинов

Дисертационният труд, озаглавен “Дзета функции на линейни кодове и локално крайни модули”, е в обем от 169 страници и се състои се от Увод, пет глави и Библиография съдържаща 16 заглавия.
В Увода се формулират проблемите, над които дисертанта е работил, както и получените резултати. Указана е и апробацията на резултатите.
Глави 1 и 2 представляват въведение в тематиката. Дадени са основните дефиниции и резултатите, които са необходими за описанието и осмислянето на извършените изследвания.
Останалите три глави представят новите резултатите получени от дисертанта и неговите съавтори.
Настоящият дисертационен труд решава някои комбинаторни задачи чрез пораждащи функции на една променлива, използвайки техники и методи от алгебричната геометрия. Изследванията на дисертанта в настоящия научен труд са силно повлияни от трудовете на Иван Дуурсма за ζ-полином на линеен код C, който задава еднозначно тегловото разпределение на кода.
Всеки линеен код може да се реализира като алгебро-геометричен код на Гоппа, като точките от проективизацията на кода могат да се разглеждат като ефективни дивизори от фиксиран клас на линейна еквивалентност. Затова сумата на на ζ-функциите на алгебро-геометричните кодове, отговарящи на пълна система представители на класовете на линейна еквивалентност на дивизорите от

фиксирана степен, се оказва равна на ζ-функцията на кривата.
Редуцираният полином на Дуурсма на линеен код C от род g с ζ-полином $P_C(t)$ се задава по следния начин:

$$D_C(t) = \frac{P_C(t) - t^g}{(1-t)(1-qt)}$$

В Глава 4 се изследва тегловото разпределение на линеен код C чрез редуцирания полином на Дуурсма $D_C(t)$ на C. Нека C е $\mathbb{F}_q$-линеен код от род g с дуален $C^{\perp}$ от род $g^{\perp}$, $\mathcal{W}_C(x,y) \in \mathbb{Z}[x,y]$ е тегловия полином на C, а $\mathcal{M}_{n,n+1-k}(x) \in \mathbb{Z}[x,y]$ е тегловия полином на MDS-код със същата дължина n и размерност k като C. Използвайки коефициентите на редуцирания полином на Дуурсма $D_C(t)$ авторът изразява $\mathcal{W}_C(x,y) - \mathcal{M}_{n,n+1-k}(x) \in \mathbb{Z}[x,y]$ като хомогенен полином на $x-y$ и y от степен n. Като резултат $D_C(t)$ определя еднозначно броя на кодовите думи с фиксирано тегло които трябва да се присъединят, съответно, отстранят от MDS-код със същата дължина и размерност като C, за да се получи C. След това е показано, че линейните кодове C, изпълняващи аналога на хипотезата на Риман са формално самодуални. Дадено е необходимо и достатъчно условие, при което формално самодуален код с квадратичен полином на Дуурсма изпълнява аналога на хипотезата на Риман. Последната част от Глава 4 изследва редуцирания полином на Дуурсма $D_{\mathbb{F}_q(X)}(t) \in \mathbb{Z}[t]$ на функционално поле $\mathbb{F}_q(X)$ на гладка неприводима крива X от род g, определена над $\mathbb{F}_q$. Доказва се, че коефициентите на $D_{\mathbb{F}_q(X)}(t)$ се определят еднозначно от броя на ефективните дивизори върху X от степен по-малка или равна на $g-1$.
В Глава 5 са определени поляризираните условия на Риман-Рох за формалните степенни редове $\zeta(t) = \sum_{m=0}^{\infty} \mathcal{A}_m t^m$ и $\zeta^{\perp}(t) = \sum_{m=0}^{\infty} \mathcal{A}_m^{\perp} t^m$. След това са разгледани вероятностни интерпретации на коефициентите c_i на редуцирания полином на Дуурсма $D_C(t) = \sum_{i=0}^{r-2} c_i t^i$. Основният резултат в тази глава е доказване на еквивалентността на тъждествата на МакУилямс за $\mathbb{F}_q$-линеен код C от род g и неговия дуален $C^{\perp}$ от род $g^{\perp}$ с поляризираните условия на Риман-Рох за ζ-функциите на тези кодове. Този резултат позволява разглеждането на тъждествата на МакУилямс като поляризиран вариант на Теоремата на Риман-Рох и двойствеността на Сер върху гладка неприводима крива.

В Глава 6 са въведени понятията локално краен модул над абсолютната група на Галоа $\mathcal{G} = Gal(\overline{\mathbb{F}}_q/\mathbb{F}_q)$ на крайно поле $\mathbb{F}_q$ и ζ-функция $\zeta_M(t)$ на M, описваща броя на орбитите на $\mathcal{G}$ върху M с фиксиран брой точки. Също така, по аналогия с някои свойства на крайните неразклонени покрития на квазипроективни многообразия или топологични пространства е въведено и понятието крайно неразклонено покритие на локално крайни $\mathcal{G}$ модули. Основният резултат в Глава 6 е намирането на достатъчно условие за изпълнение на аналога на хипотезата на Риман за локално крайни модули над абсолютната група на Галоа $\mathcal{G}$ на крайно поле $\mathbb{F}_q$.

Навсякъде в изложението е указано какви резултати по дискутирания проблем са получили други изследователи и къде е мястото на резултатите на дисертанта. Експлицитно е казано какъв подход се ползва, откъде произлиза и какви са приносите на дисертанта в доразвиването му или в приложението му.

Получените резултати определям като нови резултати, които обогатяват съществуващите знания.

Съдържанието на Библиографията потвърждава впечатлението ми от изложението, че дисертантът е много добре запознат с изследванията в тематиката.

Публикациите свързани с дисертационния труд са 3, като и всички от тях са в списания. Две от от статиите са в престижните списания Advances in Mathematics of Communications и Electronic Notes in Discrete Mathematics. Първото е с импакт фактор (0.8), а второто е с импакт ранг (0.27).

Получените резултати от научните изследвания са докладвани на 9 научни форума, от които 3 са известни международни конференции.

Всички статии са в съавторство с научния консултант Азнив Каспарян, като в една от тях има и друг съавтор. От разговорите си със съавторите и от личните си впечатления съм убеден, че приносът на дисертанта е равностоен.

Авторефератът много добре и точно отразява съдържанието на дисертационния труд.

Нямам критични бележки по същество. Тук-там има останали печатни грешки, но тяхното количество е под стандартното ниво. Тук ще отбележа някои от тях които съм забелязал:

1. Страница 16 - последен ред: "идеаа".

2. Страница 32 - последен ред: "наобщите".

3. Страница 132, 9 ред отгоре надолу: "найната".

4. Страница 142, 4 ред отгоре надолу: "екпоненциалната".

5. Страница 144, 13 ред отгоре надолу:"ицображение".

6. Страница 166, 1 ред: "твърдание".

7. На някои места в дисертацията се пише Галоа, а на някои Galois.

8. При някои от формулите които са на повече от един ред подравняването е от дясно, а не от ляво: стр. 82(2 ред), стр. 116 (1 ред), стр. 122 (5.7), стр. 123 (1 ред) и други.

Заключение

Предложеният дисертационен труд заедно с представените към него публикации удовлетворява напълно изискванията на Закона за развитието на академичния състав на Република България (ЗРАСРБ), неговия Правилник и Правилниците за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности на Софийския университет (СУ) и на Факултета по математика и информатика на СУ (ФМИ).

Дисертационният труд показва, че докторантът Иван Бойчев Маринов притежава задълбочени теоретични знания и професионални умения по научна специалност математика, като демонстрира качества и умения за самостоятелно провеждане на научно изследване.

Поради гореизложеното, убедено давам своята положителна оценка за проведеното изследване, представено от рецензирания по-горе дисертационен труд, постигнати резултати и приноси, и предлагам на почитаемото научно жури да присъди образователната и научна степен ‘доктор’ на Иван Бойчев Маринов в област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика.

2.04.2018 Подпис:

Христо Костадинов