

РЕЦЕНЗИЯ

върху дисертационния труд за придобиване на образователна и научна степен „доктор” в професионално направление „Математика“ по научната специалност „Математическа логика“

Автор на дисертационния труд: Татяна Иванова, докторант към катедра „Математическа логика и приложенията ѝ” към Факултета по математика и информатика на СУ „Свети Климент Охридски”.

Тема на дисертационния труд: „Логика за релационни геометрични структури: дистрибутивна мереотопология, разширени контактни алгебри и свързани безквантови логика” (Logics for relational geometric structures: distributive mereotopology, extended contact algebras and related quantifier-free logics).

Рецензент: акад. проф. д-мн Веселин Стоянов Дренски от ИМИ към БАН.

Дисертационният труд е в съвременна област на математическата логика, на границата с алгебрата и комбинаториката, геометрията и топологията и водеща началото си от едно философско виждане за това как може математически да се опишат обектите в света. Той е на английски език и е изложен на 71 страници. Състои се от увод, 3 глави с резултати, четвърта глава – заключение, която има характер на авторска справка и списък от 46 заглавия на използваната литература.

1. Актуалност на разработвания проблем. През 20-те години на миналия век де Лагуна и Уайтхед развиват идеята, че основните обекти в евклидовата геометрия – точките, правите и равнините, не отразяват достатъчно добре действителността. Те слагат началото на теорията на пространството, базирана на региони. Теорията има за примитиви регионите, които са абстракция на физическите тела, при което се въвеждат някои основни релации и операции между регионите. Някои от релациите са мереологични – да бъде част от друг регион, застъпване на региони. (Мереологията е наука, която изучава частите и цялото, което те образуват. На гръцки μέρος – част и λόγος – дума, изречение, аргумент.) Други релации като контакт, са от топологичен характер. Освен чисто теоретично за математиката и философията значение, подходът има отношение и към информатиката, защото дава друг подход към редица приложни задачи от компютърната наука. Един от основните математически обекти в теорията на пространството, базирана на региони, са контактните алгебри, въведени през 2006 г. от Георги Димов и Димитър Вакарелов. Това са булеви алгебри (множества с 0 и 1, с две бинарни операции (умножение и събиране или конюнкция и дизюнкция) и една унарна операция – допълнение до цялото), разширени с релацията „контакт“. Елементите на булевата алгебра се тълкуват като региони, единицата е регионът, който съдържа в себе си всички региони, а релацията „контакт“ удовлетворява няколко естествени аксиоми. В представянето на някои от релациите в теорията на пространството, базирана на региони, се използва булевото допълнение. Понякога това създава затруднение във физическата интерпретация на теоретичните разглеждания. За решаването на този проблем в статия от 2006 г. Дюнч, Маккол, Вакарелов и Уинтер предлагат да се махне операцията „допълнение“ и да се замени булевата алгебра с дистрибутивна решетка, като се запази релацията „контакт“. Това е тематика, в която активно работят няколко български

логики и тополози, както и редица техни ученици. Целта на дисертацията е да развие по-нататък тази тематика. Въвежда се нов клас от структури, наречени разширени дистрибутивни контактни решетки. Намерени са връзки с други мереотопологични системи, а решетките се представят в топологични пространства. През 2010 г. Тинко Тинчев и Димитър Вакарелов дават безквантова аксиоматизация на няколко логики за теорията на пространството, основана на региони. Аксиоматизацията е дадена в термините на контактната релация и предикати, въведени от Прат-Хартман през 2001 г. Докато в контактни алгебри тези предикати се изразяват в термините на контактната релация, в дисертацията се доказва, че това не е вярно за предиката на вътрешна свързаност. Поради тази причина се въвеждат нови математически обекти – разширените контактни алгебри и се изучават свързаните с тях логики. След това се разглежда съответен език от първи ред без квантори и се доказват теореми за разрешимост. Аналогични въпроси се решават и за разширените контактни алгебри. Считам, че задачите, разглеждани в дисертацията, са интересни и актуални, което се потвърждава и от продължаващата и в момента изследователска активност в областта.

2. Степен на познаване на състоянието на проблема и творческа интерпретация на литературата. Дисертантът познава много добре състоянието на проблема. Списъкът от 46 литературни източника започва от 1922 г. и завършва с публикации от 2016 г., като 36 от публикациите са от 2000 г. досега. „Образователната” страна на степента „доктор” изисква кандидатът да докаже, че е навлязъл в областта. Считам, че Татяна Иванова е навлязла успешно в съвременна област на математиката, а от дисертацията може да се получи ясна представа за историята и съвременното състояние на разглежданите проблеми и на методите за тяхното изследване.

3. Научни приноси. В първата глава на дисертацията се изучават дистрибутивни решетки с релация „контакт“, като контактната релация и релациите на дълбоко включване и дуален контакт се разглеждат като недефинируеми примитиви. Теорията се аксиоматизира, като въведените аксиоми и изведените от тях формули са верни в класа на контактните алгебри. Получените структури са наречени разширени дистрибутивни контактни решетки. Доказва се, че всяка такава решетка може изоморфно да се вложи в контактна алгебра. Намерени са връзки с други мереотопологични системи. По-нататък тези решетки се представят в T_1 - и T_2 -топологични пространства. Резултатите във втора глава на дисертацията са в духа на изследванията на Тинчев и Вакарелов за безквантова аксиоматизация на логики за теорията на пространството, основана на региони. Докато в контактни алгебри предикатите c и $c^{\leq n}$ се изразяват в термините на контактната релация, в дисертацията се доказва, че това не е вярно за предиката c^o на вътрешна свързаност. Поради тази причина в дисертацията се въвежда нова тернарна релация, чрез която се изразява предикатът c^o . Съответните математически обекти – разширените контактни алгебри, дават аксиоматизация на формулите, верни в топологичните контактни алгебри с добавени релация \vdash и предикат c^o . В третата глава на дисертацията се разглежда език от първи ред без квантори, съответен на разширените дистрибутивни контактни решетки и се доказват теореми за разрешимост за няколко логики за този език. Аналогични въпроси се решават и за разширените контактни алгебри.

Освен методи, типични за изследванията по математическа логика, в дисертацията се използват разнообразни методи от алгебрата и топологията. Накратко се излагат основните сведения от алгебрата и топологията, използвани в дисертацията, което прави текста достъпен и за начинаещия читател, който желае да навлезе в тематиката и

разполага само със стандартни знания по математика. От друга страна, има множество технически детайли, които са трудни за проследяване, въпреки, че дисертантът се е постарал да ги изложи максимално достъпно. В заключение, изразявам своята убеденост, че получените в дисертацията резултати напълно удовлетворяват „научната” страна на степената „доктор”.

4. Преценка на публикациите по дисертационния труд. Бройката и качеството на публикациите удовлетворяват изискванията, предявявани във ФМИ на СУ. По темата на дисертацията са публикувани две излезли от печат през 2015 и 2016 г. статии: една в списанието „Annals of Mathematics and Artificial Intelligence“ на Springer Verlag с импакт-фактор 0.944 и една в Трудовете на симпозиум по логика в Гърция. Журналната статия е съвместна с научния ръководител проф. Димитър Вакарелов, а другата е самостоятелна. Има декларация от научния ръководител, в която се указва, че резултатите в първата част от статията са самостоятелен принос на дисертанта, а от втората част са получени съвместно. В дисертацията ясно са разделени самостоятелните приноси на дисертанта и тези, които са съвместни с научния ръководител. Книжката на „Annals of Mathematics and Artificial Intelligence“, където е публикувана статията, отбелязва 25-тата годишнина на списанието. В началото има коментари на главния редактор Мартин Голумбич за статиите в книгата, където се казва, че Иванова и Вакарелов „generalize the notion of contact algebra, one of the main tools in formal representations of spatial regions and relations between regions, extending the language of distributive contact lattices initially studied in by Düntsch and coauthors.“ Освен това, резултатите от дисертацията са докладвани на указания по-горе симпозиум в Гърция, на Пролетната научна сесия на ФМИ и на Семинара по математическа логика.

5. Мнения, препоръки и бележки. Дисертацията и особено авторефератът са с много дребен шрифт, което затруднява четенето. Специално за автореферата предполагам, че шрифтът е избран, за да се удовлетвори изискването за горната граница на обема. Считам, че би било по-добре просто да се съкрати дължината на текста. Нямам съществени критични бележки и препоръки по дисертацията, а изложението оставя общо приятно впечатление.

6. Авторефератът представлява комбинация от увода на дисертацията и достатъчно подробно описание на получените резултати с включен пълен списък на литературните източници от основния труд. **Справката за приносите** се съдържа в кратката четвърта глава на дисертацията. Авторефератът и справката за приносите дават ясна и адекватна представа за съдържанието и основните резултати на дисертацията.

7. Заключение: Представеният дисертационен труд е в съвременна област на математическата логика. Той е на много добро образователно и научно ниво и удовлетворява всички изисквания, поставени пред един дисертационен труд в областта на математиката и нейните приложения. Препоръчвам на почитаемото Научно жури да присъди на Татяна Иванова образователната и научна степен „доктор” в професионално направление 4.5 „Математика“, специалност „Математическа логика“.

София, 02 септември 2016 г.

Рецензент:

(акад. д.м.н. В. Дренски)