

СТАНОВИЩЕ

по процедура за защита на дисертационен труд на тема:
„Едновременно приближение с операторите на Бернщайн“

за придобиване на
научна степен „доктор на науките“

от

кандидат: **доц. д-р Борислав Радков Драганов,**

Област на висше образование: **4. Природни науки, математика и информатика**

Професионално направление: **4.5. Математика (Математически анализ)**

Факултет по математика и информатика (ФМИ),

Софийски университет „Св. Климент Охридски“ (СУ),

Становището е изготвено от: **доц. д-р Ирина Красиминова Георгиева- Институт по Математика и Информатика към БАН,** в качеството ми на член на научното жури, съгласно Заповед № РД 38-627/ 28.11.2023 г. на Ректора на Софийския университет.

1. Обща характеристика на дисертационния труд и представените материали

Представеният дисертационен труд „Едновременно приближение с операторите на Бернщайн“ съдържа 178 страници и се състои от увод и 6 глави; 100 заглавия в представената библиография. Представени са 9 статии, на които се базира дисертационния труд, автореферат на български и английски език.

2. Данни и лични впечатления за кандидата

Борислав Драганов защитава дипломна работа с научен ръководител проф. д.м.н. Камен Иванов през 1998 г., а през 2004, защитава дисертацията на тема „Нов метод за характеризация на К-функционали и приложение в теория на апроксимациите“, с научен ръководител проф. д.м.н. Камен Г. Иванов. От 2002 г. Б. Драганов работи във ФМИ-СУ „Св. Климент Охридски“ първо като асистент, от 2011 г. до сега като доцент. Доц. Драганов има огромен преподавателски опит. От 2004 г. Б. Драганов работи и в секция „Математическо моделиране и числен анализ“ на Института по математика и информатика, Българска академия на науките.

Интересите на доц. д-р Борислав Драганов са предимно в областта на теория на апроксимациите. Той се занимава с установяването на точни и приложими оценки на грешката на апроксимационни процеси, породени от линейни или нелинейни оператори, и най-добрите приближения с алгебрични или тригонометрични

полиноми в различни функционални пространства. Също така той работи с обобщени редове на Фурие, редове по дискретна информация, ортогонални полиноми, мултипликатори и приложения на анализа на Фурие в теория на апроксимациите.

Познавам Борислав Драганов от студентските му години. Той е ерудиран, трудолюбив, също така отзивчив като колега. Винаги е било удоволствие да се обсъждат с него различни математически задачи от общ интерес.

3. Съдържателен анализ на научните и научноприложните постижения на кандидата, съдържащи се в представения дисертационен труд и публикациите към него, включени по процедурата

Представеният дисертационен труд „Едновременно приближение с операторите на Бернщайн“ е базиран на резултати, представен в 9 статии [18-25] (номерацията спрямо автореферата).

Класически резултат е, че полиномите на Бернщайн приближават не само функцията f , а и нейните производни $f^{(s)}$. За $f \in C^s[0,1]$ е в сила

$\lim_{n \rightarrow \infty} B_n f^{(s)}(x) = f^{(s)}(x)$ равномерно в $[0,1]$. Това е именно и дефиницията на едновременно приближение. Дисертационният труд е посветен на намирането оценки на скоростта на едновременни приближения с тегло на непрекъсната функция и нейните производни чрез оператора на Бернщайн, както оценки на едновременни приближения с тегло чрез итерирани булеви суми на операторите на Бернщайн, и оценки на едновременни приближения с два вида полиноми на Бернщайн с цели коефициенти. Изведени са прави и слаби обратни неравенства от тип на Вороновская. Дисертационният труд се състои от увод и 6 глави.

В Глава 1 са дадени дефиниции и основни свойства на класическите модули на гладкост и К-функционали, както и техни обобщения с тегла (въведени от Дитциан-Тотик, 1987), чието предимство е, че отчитат по-прецизно приближението в крайщата на интервала, свойство, което имат приближенията с операторите на Бернщайн.

В Глава 2 са доказани множество неравенства за влагане- между супремум-норми с тегло на различни производни на функциите, а също така и неравенства между супремум-норми с тегло на производни на функциите и супремум-нормите с тегло на стойностите на един специален диференциален оператор, който се появява естествено при приближения с оператора на Бернщайн, както и в по-общия

случай на приближения с итерирани булеви суми на оператора на Бернщайн. Резултатите от тази глава (публикувани е статии [19, 20, 26]) са интересни сами по себе си, но са и интензивно използвани по-нататък в дисертационния труд.

В Глава 3 са доказани прави (Теорема 3.3, Теорема 3.5) и (съответните) силни обратни оценки (Теорема 3.8, Теорема 3.26) на скоростта на едновременното приближение с оператора на Бернщайн в супремум-норма с тегла на Якоби (от което следва, че правите неравенства са точни). Използвани са модулите на гладкост на Дитциан-Тотик (1987) с тегло. За характеризацията на скоростта на приближение са използвани К-функционалите $K_s^D(f, t)_w$. От Теорема 3.3 и 3.26 следва, че супремум-нормата с тегло на грешката на едновременното приближение с оператора на Бернщайн е еквивалентна на К-функционала, т.е. $\|w(B_n f - f)^{(s)}\| \sim K_s^D(f^{(s)}, n^{-1})_w$ (Теорема 3.30). Получена е и характеризация на скоростта на едновременно приближение чрез оператора на Канторович-Теорема 3.41 и характеризация на скоростта на приближение чрез оператора на Канторович-Теорема 3.44. Резултатите от тази глава са публикувани в [20, 21].

В Глава 4 са доказани обобщения на резултати от Глава 3 за случая на итерирани булеви суми на оператора на Бернщайн $B_{r,n} := I - (I - B_n)^r$, както и за итерирани булеви суми на оператора на Канторович. Получените резултати в тази глава са много интересни, т.к. итерираните булеви суми на оператора на Бернщайн $B_{r,n}$ имат ред на насищане n^{-r} , докато операторът B_n има ред на насищане n^{-1} . Резултатите от тази глава са публикувани в статии [18, 19, 20, 24, 25].

В Глава 5 са доказани прави (Теорема 5.1 и Теорема 5.4) и слаби обратни оценки (Теорема 5.5) на грешката за едновременното приближение чрез две модификации на полиномите на Бернщайн, които представляват алгебрични полиноми с цели коефициенти. Съответните оператори не са линейни. Резултатите в тази глава са публикувани в статии [22, 23].

В Глава 6 са получени прави и слаби обратни неравенства от тип на Вороновская за оператора на Бернщайн (Теорема 6.1). Скоростта на сходимостта в Теоремата на Вороновская е характеризирани в Теорема 6.4 и Следствие 6.5. Резултатите от тази глава са публикувани в [26].

4. Аprobация на резултатите

Получените резултати в дисертационния труд са оригинални и са публикувани в 9 статии (6 от които с импакт фактор) в ренимирани научни списания – Journal of Approximation Theory, Results in Mathematics и др. (реферирани в Web of Science и Scopus) и сборници с трудове на конференции (реф. в Zentralblatt и Mathematical Reviews) и са преминали процес на рецензиране. До този момент тези статии имат 15 забелязани независими цитирания, като голяма част от цитиранията са в публикации в Scopus и Web of Science, има и две цитирания в дипломни работи (в чужбина), което показва, че работата на доц. д-р Борислав Драганов е известна не само на математиците в България, а се използва и в трудовете на автори от целия свят. Статия [26] е съвместна с доц. Иван Гаджев, като приносите на двамата автори са равностойни. Научните резултати от дисертационния труд са предствени на международни конференции, като доц. д-р Борислав Драганов е изнесъл и 2 пленарни доклада по покана на международни конференции през 2021 и 2022 г..

Важно е да се отбележи, че

- а) научните трудове **отговарят** на минималните национални изисквания (по чл. 26, ал. 2 и 3 на ЗРАСРБ) и съответно на допълнителните изисквания на СУ „Св. Климент Охридски“ за придобиване на научна степен „доктор на науките“ в научната област и професионално направление на процедурата;
- б) представените от кандидата резултати в дисертационния труд и научни трудове към него **не повтарят** такива от предишни процедури за придобиване на научно звание и академична длъжност ;
- в) **няма** доказано по законоустановения ред плагиатство в представения дисертационен труд и научни трудове по тази процедура.

5. Качества на автореферата

Авторефератът се състои от 36 стр. на български и 35 стр. на английски език и отговаря на всички изисквания, като представя коректно резултатите и съдържанието на дисертационния труд.

6. Критични бележки и препоръки

Нямам критични бележки. Забелязах единствено няколко печатни грешки.

7. Заключение

Дисертационният труд съдържа оригинални, много значими резултати, които решават класически проблеми от теория на апроксимациите. Личи си големият преподавателски талант на доц. Борислав Драганов – получените от него резултати са представени максимално разбираемо въпреки тяхната сложност, дълбочина и техническа трудност.

След като се запознах с представените в процедурата дисертационен труд и придружаващите го научни трудове и въз основа на направения анализ на тяхната значимост и съдържащи се в тях научни и научноприложни приноси, **потвърждавам**, че представеният дисертационен труд и научните публикации към него, както и качеството и оригиналността на представените в тях резултати и постижения, отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за приложението му и съответния Правилник на СУ „Св. Климент Охридски“ за придобиване от кандидата на научна степен „доктор на науките“ в научната област **4. Природни науки, математика и информатика**, професионално направление: **4.5. Математика (Математически анализ)**. В частност кандидатът доц. д-р Борислав Драганов удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените по конкурса научни трудове.

Въз основа на гореизложеното, **убедено препоръчвам** на научното жури да присъди на доц. д-р Борислав Радков Драганов научна степен „доктор на науките“ в научна област **4. Природни науки, математика и информатика**, професионално направление: **4.5. Математика (Математически анализ)**.

22.02.2024 г.

Изготвил становището:

доц. д-р Ирина Георгиева (ИМИ-БАН)