

# С Т А Н О В И Щ Е

на дисертация

## Екстремални задачи за малки и големи множества в графи

на Асен Божилов за придобиване на образователната и научна степен „доктор“.

Асен Божилов е роден на 21.02.1966 г. в гр. София. Завършва НПМГ през 1983 г. и ФМИ-СУ през 1988 г. В периода от 1992 г. до сега е последователно асистент, страши асистент и главен асистент във ФМИ-СУ.

Дисертацията е в обем от 66 страници и включва увод, шест глави и списък с използвана литература от 44 заглавия. Посветена е на изследвания в класическа и трудна област на математиката – теория на графите.

Теорията на графите изучава структури, които се използват за моделиране на отношения между различни обекти и има приложение в много и различни области. Изучавайки най-общите свойства на тези структури, теорията на графите играе важна роля за тяхното разбиране и изучаване.

Всеки граф се задава с двойка  $(V, E)$ , където  $E \subset V \times V$ , първото от които определя върховете на графа, а второто – неговите ребра. Основните характеристики на графа, които са обект на изследване са: кликово число  $\omega(G)$  (най-големия брой върхове, всеки два от които са съседни), хроматично число (най-малкото естествено число  $r$ , за което върховете на графа могат да се разделят на  $r$  непресичащи се независими множества), число на независимост  $\alpha(G)$  (най-големият брой върхове, всеки два от които не са съседни).

Една от основните задачи в теорията на графите е намирането на точните стойности или оценяването на тези характеристики чрез чрез степените на неговите върхове. В това направление класически резултати са получени от Turán, Erdős, Gallai, Wei.

По аналогия с дефиницията на хроматично число на граф се разглежда функцията  $\varphi(G)$  с която се означава най-малкото  $r$ , за което съществува разлагане на върховете на графа на  $r$  непресичащи се малки множества. Тъй като всяко независимо множество е и малко множество, то възниква въпроса кои от известните класически неравенства за хроматичното число на граф са приложими и за функцията  $\varphi(G)$ .

От друга страна, намирането на точната стойност или граници за функцията  $\varphi(G)$  предполагат както използване на класическите подходи, така и търсене на нови такива. В първа глава се дефинират основните понятия, необходими за понататъшното изложение. Втора глава е посветена на изследване на малките множества и на функцията  $\varphi(G)$ . Доказано е неравенството

$$\varphi(G) \geq \sum_{v \in V(G)} \frac{1}{n - \deg(v)},$$

което усилва известно неравенство на Caro-Wei. Намерени са оценки за големината на максималното малко множество и е представен начин за ефективното пресмятане на това множество.

В трета глава са разгледани оценки, в които се използват средно степенните на степените на върховете. В четвърта глава са разгледани  $\delta_k$ -малки множества и са получени оценки за  $\varphi^k(G)$ . В пета глава са въведени т.н. големи множества, получени

са оценки за големината на най-голямото такова множество и за минималния брой големи множества, на които може да се разбие множеството от върховете на граф. В шеста глава са представени алгоритми за намиране на  $\varphi_k(G)$  и  $\Omega_k(G)$ .

Основните приноси на дисертацията са: подобряване на известни неравенства за основните параметри на граф, оценки за кликовото число със средно степенни на степените на върховете, изследване на функцията  $\varphi(G)$ , включващо горни и долни граници и алгоритъм за намиране на точната стойност, дефиниране и изследване на  $k$ -малки множества и изследване на съответната функция  $\varphi_k$ , дефиниране на  $k$ -големи множества и връзката им с  $k$ -малки множества.

Получаването на съществени нови резултати в теорията на графите е изключително трудна задача. Въпреки това дисертанта е успял да подобри известни неравенства и да получи нови интересни резултати. При получаване на резултатите дисертанта е показал много добро познаване на основните техники и методите за атакуване на съответните задачи.

Получените в дисертацията резултати са публикувани в 3 публикации: две в томовете от пролетни конференции на СМБ и една в *Discrete Applied Mathematics*.

Като недостатък на представения труд бих посочил идентичните увод и автореферат. Според мен на места доказателствата трябва да бъдат по-подробни за по-лесно проследяване на разсъжденията.

Считам, че представения дисертационен труд напълно удовлетворява изискванията на ФМИ-СУ за придобиване на научната и образователна степен доктор и предлагам на научното жури да присъди на Асен Божилов образователната и научна степен “доктор,,.

София, 10.09.2014 г.

Емил Колев:.....