

СТАНОВИЩЕ

за дисертационния труд на тема
„Екстремални задачи за малки и големи множества в графи“
на Асен Иванов Божилов
за получаване на образователната и научна степен „доктор“
в професионално направление 4.5 „Математика“

от проф, дмн Недялко Димов Ненов, научен ръководител,
СУ „Св. Кл. Охридски“, ФМИ

Асен Иванов Божилов завършва Факултета по математика и информатика, специалност „Математика“. В момента е главен асистент в катедра „Алгебра“. Зачислен е като свободен докторант с научен ръководител проф. дмн Недялко Ненов. През юни 2014 г. е отчислен с право на защита. Автор е на 15 научни публикации, от които 3 са включени в дисертационния труд. Съавтор е и на 3 пособия за решаване на задачи по алгебра за основното обучение по алгебра на всички специалности от ФМИ.

1. Представени материали

Представена е дисертация, която съдържа 79 страници. Текстът е оформен в 6 глави и увод. Библиографията съдържа 44 заглавия. Представен и автореферат, който подробно и правилно отразява съдържанието на дисертацията. В края на автореферата има авторска справка, в която са формулирани основните научни приноси в дисертацията. Приложен е и списък на публикациите по дисертацията. Налице са и всички останали документи, които се изискват от закона и правилника.

2. Описание на основните научни приноси в дисертацията

Нека G е n -върхов граф с множество на върховете $V(G)$. Казваме, че $W \subset V(G)$ е малко множество, ако $d(v) \leq n - |W|$ за всяко $v \in W$ и W се нарича голямо множество, ако $d(v) \geq |W| + 1$ за всяко $v \in W$, където $d(v)$ е степента на върха v . Най-малкият брой малки множества, на които се разлага $V(G)$ се означава с $\varphi(G)$, а най-малкият брой го-

леми множества, на които се разлага $V(G)$ се означава с $\Omega(G)$. За разлика от класическите параметри на граф, като кликово число, хроматично число, число на независимост и др., както става ясно от резултатите на дисертацията, функциите $\varphi(G)$ и $\Omega(G)$ са достъпни за оценяване и освен това, както отново става ясно в дисертацията, съществуват бързи и ефективни алгоритми за тяхното пресмятане. Поради неравенствата $\chi(G) \geq \omega(G) \geq \varphi(G)$ и $\theta(G) \geq \alpha(G) \geq \Omega(G)$, получените резултати за $\varphi(G)$ и $\Omega(G)$ дават оценки за $\chi(G)$ (хроматичното число), $\omega(G)$ (кликовото число), $\theta(G)$ (числото на кликово разбиране) и $\alpha(G)$ (числото на независимост). В дисертацията са доказани много и разнообразни резултати за $\varphi(G)$ и $\Omega(G)$. Ще формулирам само двата най-силни (според мен) резултата.

- **Теорема 3.2 б)** За всеки n -върхов граф е вярно неравенството $\varphi(G) \geq \frac{n}{n-d_3(G)}$, където $d_3(G)$ е средното кубично от степените на върховете на графа.
- **Теорема 3.2 в)** За почти всички графи G е вярно неравенството $\varphi(G) \geq \frac{n}{n-d_4(G)}$, където $d_4(G)$ е средното биквадратично от степените на върховете на графа.

По-нататък (Глава 4) е дефинирана безкрайна редица от модификации на функцията $\varphi(G)$. С помощта на тези модификации са усилены резултатите получени за $\varphi(G)$ от предните глави. В глава 5 се обобщават функциите $\varphi(G)$ и $\Omega(G)$ и са получени много различни резултати и оценки за тези обобщения. В частност, се получава нова по-обща форма на неравенството на Caro-Wei. В Глава 6 функциите $\varphi(G)$ и $\Omega(G)$ се изследват от алгоритмична гледна точка. Получени са елегантни и линейни спрямо броя на върховете алгоритми за тяхното пресмятане. Направено е подробно доказателство на това, че тези алгоритми винаги водят до намирането на точните стойности на $\varphi(G)$ и $\Omega(G)$.

3. Публикации, импакт-фактор и цитати

Резултатите от дисертацията са публикувани в три статии, които са в съавторство с научния ръководител, като в работата [2] съавтори са още Y. Caro и A. Hansberg. Работите [1] и [3] са публикувани в трудовете на 41 и 43 пролетни конференции на СМБ, които се рецензират, а работата [2] е публикувана в специализираното и авторитетно списание „Discrete and applied mathematics“ с импакт-фактор 0.718. В Работите не е указано кой от съавторите какво е направил. Поради това трябва да се приеме, че участието на авторите в тези публикации е равноправно. Аз като съавтор мога да свидетелствам за това, че ролята на дисертанта за получаване на някои от най-важните резултати (например неравенствата $\varphi(G) \geq \frac{n}{n-d_3(G)}$ и $\varphi(G) \geq \frac{n}{n-d_4(G)}$ и алгоритмите от Глава 6) е решаваща. Дисертантът е забелязал, че и трите работи, на които се базира дисертацията, са цитирани и е указал точно цитатите.

4. Аprobация на резултатите

Резултатите са докладвани през 2012 г. на семинара към катедра „Алгебра“ с ръководител проф. К. Чакърян, на отчетни сесии на ФМИ и на 41 и 42 пролетни конференции на СМБ.

5. Критични бележки

В дисертацията забелязах няколко печатни грешки, които обикновено се получават, когато се пренасят формули. Ще посоча само някои от тях:

- на стр. 5 вместо $d_1 \leq d_2$ е написано обратното неравенство;
- на стр. 28 в Следствие 3.3 вместо $\omega(G)$ -регулярен трябва да се каже $\omega(\bar{G})$ -хроматичен;
- на стр. 40 в Теорема 4.31, Пример 4.32 и Следствие 4.33 вместо $CW(\bar{G})$ трябва да се пише $CW(G)$;
- на стр. 40 би следвало да се напомни дефиницията на $CW(G)$, тъй като е дадена в далечната Глава 1 като Определение 1.3. Тази забележка се отнася и за някои други дефиниции.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В дисертационния труд се разглеждат разлагания на върховете на графи на малки и големи множества и се изследват функциите $\varphi(G)$ и $\Omega(G)$, както и някои техни модификации, свързани с минимални такива разлагания. Разработен е метод за оценяване на някои класически параметри на графа (хроматично число, кликово число, число на независимост и др.) с помощта на функциите $\varphi(G)$ и $\Omega(G)$ и техните модификации и обобщения. Получени са редица нови оригинални резултати в това направление, които вече са забелязани и цитирани. Според мен, резултатите от тази дисертация убедително покриват изискванията, които се предявяват от закона и правилника.

Препоръчвам на Асен Иванов Божилов да бъде присъдена образователната и научна степен „ДОКТОР“, професионално направление 4.5 „Математика“.

08.08.2014 г.

гр. София

Подпис:

проф. дмн Н. Ненов