

# Композитни техники за прецизен контрол на квантови и класически системи

Генко Цветков Генов

Научен ръководител: проф. дфзн Николай В. Витанов

## АВТОРЕФЕРАТ

на дисертация за придобиване на  
образователната и научна степен  
“доктор”



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ “СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ”

София, Декември 2013 г.

Дисертационният труд е обсъждан на катедрен съвет в катедра Теоретична физика на Физически факултет, Софийски университет “Св. Климент Охридски”, състоял се на 04.12.2013 г., и насочен за защита пред жури в състав:

- Проф. дфзн **Николай Витанов Витанов**, катедра Теоретична физика, Физически факултет, СУ “Св. Климент Охридски”;
- Проф. дфзн **Асен Енев Пашов**, катедра Оптика и спектроскопия, Физически факултет, СУ “Св. Климент Охридски”;
- Проф. дфзн **Кирил Борисов Благоев**, Институт по физика на твърдото тяло, БАН;
- Проф. дфзн **Светослав Рашев Славов**, Институт по физика на твърдото тяло, БАН;
- Доц. д-р **Емилия Стоянова Димова**, Институт по физика на твърдото тяло, БАН;

**Резерви:**

- Доц. д-р **Димитър Магдалинов Младенов**, катедра Теоретична физика, Физически факултет, СУ “Св. Климент Охридски”;
- Доц. д-р **Стефка Стефанова Карталева**, Институт по електроника, БАН;

Дисертантът е редовен докторант към групата по *Квантова оптика и квантова информация*, Физически факултет, Софийски университет “Св. Климент Охридски”.

Брой страници – 113

Брой фигури – 34

Брой цитирани литературни източници – 126

Защитата на дисертационния труд ще се проведе на ..... г. от ..... часа в зала ..... на Физически факултет на Софийски университет “Св. Климент Охридски”, бул. “Джеймс Баучер” 5.

## Актуалност на темата и цел на дисертационния труд

Използването на атоми и молекули в определено квантово състояние е все по-разпространено в различни области на съвременната физика както за традиционни изследвания на квантови процеси, така и в сравнително нови области като квантовата оптика и квантовата информация. Процентът на атомите или молекулите в определено състояние или т. нар. *заселеност*, е предмет на много изследвания. Разработените през последните години нови методи за селективно възбуждане (напр. до едно единствено квантово състояние) допринасят значително за развитието на кохерентния контрол на атомни и молекулни процеси. Примери за такива процеси са приложението на импулси с чърп или стимулиран Раманов адиабатен преход (СТИРАП). Композитните импулси са друга важна техника, която се използва в ядрено-магнитния резонанс (ЯМР) от десетилетия. Въпреки това, нейното приложение в квантовата оптика и квантовата информация е малко и ограничено основно до системи с две състояния. Както е известно от ЯМР, композитните импулси имат голям потенциал като дискретен метод за контрол, което ни мотивира да разширим тяхното приложение в разглежданите в дисертацията физични системи.

В първата част от дисертацията са описани техники, които се използват за прецизен и устойчив контрол на вектора на състоянието. Дисертацията започва с кратко резюме на теорията на кохерентния контрол на квантови системи, при което се описват три различни подхода - прилагането на единични импулси, адиабатни техники и композитни импулси за системи с две състояния. Единичните импулси обикновено са най-бързата, но често неустойчива на грешки техника. Адиабатните техники, от друга страна, са устойчиви, но сравнително бавни и с тях е трудно да се постигне високопрецизен профил на възбуждане. Композитните импулси (КИ) имат предимството да са относително бързи и устойчиви, което се дължи на деструктивната интерференция на грешките на съставните им импулси. Описани са различни подходи за извеждане на КИ, както и някои от основните им видове.

Във втората част на дисертацията обхватът на приложението на композитните импулси (КИ) се разширява до многомерни системи със  $SU(2)$  динамична симетрия и системи, които подлежат на Морис-Шор трансформация. В тази част е описана и нова, ефективна техника за автоматична компенсация на грешки, при която се използват композитни импулси за подтискане на нежелани преходи, при което едновременно се осъществява устойчив и прецизен контрол на изолираната система с две нива или т. нар. кубит. Тези нови приложения на композитните импулси разкриват множество възможности за кохерентен контрол на многомерни квантови системи.

В част три на дисертацията са представени нови приложения на композитните импулси при системи с две състояния. Първо се показва първото експериментално приложение на композитен адиабатен преход за пренос на заселеност (съответно, рефазиране) на кохерентни суперпозиции на системи с две състояния. Прилага се концепцията за съхранение на светлина чрез електромагнитно-индуцирана прозрачност (ЕИП) на средата, който включва оптичен запис и последващ прочит на атомни кохерентности. По време на процеса на съхранение се използват композитни импулси за ефективно и устойчиво рефазиране, което повишава ефективността на квантовата памет. В тази част на дисертацията са описани и новоразработени ширококолентови КИ за устойчив пренос на заселеност, които компенсират нежелани отклонения във *всеки* експериментален параметър и са приложими за импулси с каквато и да е форма. Единственото допускане, което се прави, е, че системата е кюбит, т.е. система с две състояния, еволюцията е кохерентна и съставните импулси на КИ са идентични (освен относителната им фаза). Тези нови КИ имат значителен потенциал за приложение и в други области поради универсалния си характер.

В последната, четвърта, част на дисертацията се описват аналогии между кохерентно възбуждане в система с две състояния и други две физични системи. Първо са представени точни аналитични решения на различни модели за манипулиране на поляризацията на светлина в среда с двойно лъчепречупване, като се дава пример и за ахроматично манипулиране на поляризацията. Накрая се демонстрира високоефективна и ширококолентова техника за сумиране на честоти, приложима за широк обхват от експериментални параметри, чрез използването на композитни кристали. Последните са конструирани по начин, подобен на композитните импулси и композитните вълнови пластини.

# Структура и обем на дисертацията

Дисертацията е оформена в девет глави, както следва:

**Част 1:** Кохерентен контрол на квантови системи

- Глава 1. Кохерентен контрол на системи с две състояния
- Глава 2. Въведение в композитните импулси
- Глава 3. Кохерентно възбуждане чрез композитни импулси

**Част 2:** Композитни импулси в многомерни системи

- Глава 4. Оптимизиран контрол на многомерни квантови системи
- Глава 5. Динамично подтискане на канали за възбуждане

**Част 3:** Нови приложения на композитни импулси при системи с две състояния

- Глава 6. Експериментално приложение на композитен адиабатен преход
- Глава 7. Универсални ширококолентови композитни импулси

**Част 4:** Аналогии на техники за кохерентен контрол в други физични системи

- Глава 8. Точни аналитични модели за промяна на поляризацията на светлина
- Глава 9. Сумиране на честоти чрез композитни кристали

# Част 1. Кохерентен контрол на квантови системи

## Глава 1. Кохерентен контрол на системи с две състояния

Описанието на квантова система с две състояния във времето се описва от времезависимото уравнение на Шрьодингер [1–4]:

$$i\hbar \frac{d\Psi}{dt} = H\Psi, \quad H = H_0 + H_I(t), \quad (1)$$

където Хамилтонианът на системата се състои от независеща от времето част  $H_0$  (описваща изменението на системата при нулево поле), чийто собствени стойности отговарят на енергиите на двете състояния, а собствените им функции дават съответстващите вълнови функции;  $H_I(t)$  описва взаимодействието на системата с външно поле и зависи от времето. Вълновата функция на състоянието на системата с енергия  $E_n$  може да се изрази като  $\Psi_n = \psi_n(\mathbf{r}) e^{-iE_n t/\hbar}$ ,  $n = 1, 2$ , където  $H_0\psi_n(\mathbf{r}) = E_n\psi_n(\mathbf{r})$ . Функциите  $\psi_n$  не съответстват на стационарни състояния на  $H$ , но времевата зависимост на вълновата функция може да се изрази като

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=1}^2 c_j(t) |j\rangle e^{-i\omega_j t}, \quad (2)$$

където  $\omega_j = E_j/\hbar$ . Допускаме, че няма загуба на заселеност, така че  $|c_1(t)|^2 + |c_2(t)|^2 = 1$ .

При употреба на лъчение в оптичната част на спектъра, дължината на вълната обикновено е много по-голяма от размерите на системата, напр. атом, поради което можем да приемем, че е налице взаимодействие между пространствено хомогенно поле и диполен момент (диполно приближение). Ако се приложи осцилиращо поле, напр. електрично поле,  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t)$ , Хамилтонианът на взаимодействието става

$$H_I(t) = e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_0 \cos(\omega t). \quad (3)$$

В такъв случай, изменението на амплитудите се определя от уравненията

$$\partial_t c_1(t) = \Omega \cos(\omega t) e^{-i\omega_0 t} c_2(t), \quad (4a)$$

$$\partial_t c_2(t) = \Omega^* \cos(\omega t) e^{i\omega_0 t} c_1(t), \quad (4б)$$

където  $\omega$  е носещата честота на лазера, а  $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$  е честотата на Бор. Раби честотата  $\Omega(t) = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}(t)/\hbar$  параметризира каплинга между електричното поле с обвиваща  $\mathbf{E}(t)$  и диполния момент на прехода  $\mathbf{d}$  на системата.

Допускаме, че  $\Delta(t) = \omega_0 - \omega(t)$ , т. нар. детюнинг или разликата между носещата честота на лазера и честотата на Бор, може да зависи от времето. Също така, можем да пренебрегнем бързоосцилиращия член  $e^{-i(\omega+\omega_0)t} \approx 1$  (приближение на въртяща се вълна) [1–4] и по този начин уравнението на Шрьодингер придобива вида [1–4]:

$$i\partial_t \mathbf{c}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{c}(t), \quad (5)$$

където  $\mathbf{c}(t) = [c_1(t), c_2(t)]^T$  е вектор стълб, съдържащ комплексните амплитуди за двете състояния. Хамилтонианът в базиса на взаимодействието е

$$\mathbf{H}(t) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \Omega(t) e^{-iD(t)} \\ \Omega(t)^* e^{iD(t)} & 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

при което  $D(t) = \int_{t_i}^t \Delta(t') dt'$ .

Изменението на амплитудите обикновено се описва от пропагатор  $\mathbf{U}$ , който се дефинира като оператор, свързващ началните амплитуди  $\mathbf{c}(t_i)$  с тези в крайния момент  $\mathbf{c}(t_f)$ , т.е.  $\mathbf{c}(t_f) = \mathbf{U}(t_f, t_i)\mathbf{c}(t_i)$ , където

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{bmatrix}, \quad (7)$$

като  $a$  и  $b$  са т. нар. параметри на Cayley-Klein. В случай на резонанс,  $\Delta = 0$ , елементите на пропагатора  $\mathbf{U}$  зависят единствено от площта на импулса  $A(t) = \int_{t_i}^t \Omega(t) dt$ , а не от неговата форма, като параметрите на Cayley-Klein са  $a = \cos(A(t)/2)$ ,  $b = -i \sin(A(t)/2)$ . В този случай вероятността за преход от състояние  $|1\rangle$  до състояние  $|2\rangle$  е  $p = |b|^2 = \sin^2(A/2)$ .

Ако приложим  $\pi$ -импулс ( $A = \pi$  или нечетно кратно на  $\pi$ , можем да постигнем пълно прехвърляне на заселеност (ППЗ). При малки дефекти, обаче, се получават отклонения в площта на импулса и вероятността за преход намалява [5]. Дефектите могат да се дължат на различни причини: (1) Доплерово отместване на честотата на лазерното поле при движение на атомите или молекулите, (2) пространствена нехомогенност на полето, (3) отклонения в честотата на лазерното поле поради експериментални ограничения [2, 6].

### Адиабатни техники за кохерентни манипулации

Адиабатните техники са използвани широко в квантовата оптика и квантовата информация за устойчиви кохерентни манипулации [2]. Специфичното изискване при тях е елементите на Хамилтониана на системата (Ур. (6)) да се изменят достатъчно бавно, така че да е изпълнено адиабатното условие и векторът на състоянието да не променя координатите си в адиабатния базис. Последният се определя чрез адиабатните състояния [2]:

$$|\Phi_+(t)\rangle = \sin \vartheta |1\rangle + \cos \vartheta |2\rangle, \quad (8a)$$

$$|\Phi_-(t)\rangle = \cos \vartheta |1\rangle - \sin \vartheta |2\rangle. \quad (8b)$$

където  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  са първоначалните или диабатните състояния, ъгълът на смесване е  $\vartheta(t) = \frac{1}{2} \arctan[\Omega(t)/\Delta(t)]$ , а адиабатните енергии са [2]:

$$\varepsilon_{\pm} = \frac{1}{2} \left[ \Delta(t) \pm \sqrt{\Omega(t)^2 + \Delta(t)^2} \right], \quad \varepsilon(t) = \varepsilon_+(t) - \varepsilon_-(t). \quad (9)$$

Когато е изпълнено адиабатното условие  $|\dot{\vartheta}(t)| \ll \varepsilon(t)$  и векторът на състоянието е в едно от адиабатните собствени състояния, той си остава в това състояние, а чрез промяна на ъгъла на смесване  $\vartheta$  може да се осъществи пренос на заселеност. За осъществяване на пълен пренос на заселеност, ъгълът на смесване трябва да се промени от  $\vartheta(-\infty) = \pi/2$  до  $\vartheta(+\infty) = 0$ , при което адиабатните състояния се изменят по следния начин асимптотично [2]:

$$|1\rangle \xleftarrow{-\infty \leftarrow t} |\Phi_+(t)\rangle \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} |2\rangle \quad (10a)$$

$$-|2\rangle \xleftarrow{-\infty \leftarrow t} |\Phi_-(t)\rangle \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} |1\rangle \quad (10b)$$

### Предимства и недостатъци на адиабатните техники

Както може да се забележи от Ур. (10a), заселеността в края на процеса е доста стабилна както по отношение на времето, така и по отношение на дефекти на импулса, напр. отклонения в площта на импулса, нежелан детюнинг, което е основното предимство на адиабатните техники. Техният недостатък е свързан с изискването за спазването на адиабатното условие. По-конкретно, това означава, че каплингът между адиабатните състояния трябва да е достатъчно малък в сравнение с разликата между адиабатните енергии на двете състояния, като съответното глобално условие изисква площта на импулса да бъде достатъчно голяма [2]:

$$\frac{1}{2} |\dot{\Omega}\Delta - \dot{\Delta}\Omega| \ll (\Omega^2 + \Delta^2)^{3/2}, \quad A = \int_{-\infty}^{+\infty} \Omega(t) dt \gg 1. \quad (11)$$

Въпреки че адиабатните техники са много полезни, изискванията, свързани с налагането на адиабатните условия и избягването на неунитарни изменения (напр. спонтанно излъчване) често правят приложението им трудно в квантовата информация [7]. Например, спазването на адиабатното условие с минимум декохерентност изисква висока продължителност на взаимодействието, което би забавило процесора на бъдещия квантов компютър [7]. Освен това, за квантовата информация са необходими вероятности за преход от порядъка на  $\sim 1 - 10^{-4}$ , които са трудно постижими [8]. Ето защо, разработката на алтернативи на адиабатните техники, които имат подобна устойчивост и с чиято помощ могат да се избегнат някои от основните им недостатъци, би било много полезно. Пример за такава техника са композитните импулси.



## Глава 2. Въведение в композитните импулси

Композитните импулси могат да се дефинират като поредица от импулси с ясно определени относителни фази [6, 9]. В ядрено-магнитния резонанс (ЯМР) се използват КИ, състоящи се от индивидуални правоъгълни импулси, докато в квантовата информация за предпочитане са КИ със съставни импулси с форма на Гаусиан [10]. Общата идея е да се използва деструктивната интерференция на грешките на индивидуалните импулси в поредицата [6]. КИ имат множество приложения в ЯМР [6, 9, 11, 12], а отскоро се прилагат все повече и в теорията на оптималния контрол и квантовата информация с йони в уловка [10, 13, 14]. Полезните им приложения включват, например, устойчива ротация при грешки в площта на импулса и/или нежелан детюннинг [13].

Използването на КИ за манипулиране на йони в уловка е довело до извеждането на няколко важни поредици, които се прилагат за квантови гейтове. Някои от тях включват: (1) поредица от четири импулса за фазов гейт, (2) поредица от три импулса за SWAP гейт и (3) разработка на импулси с най-голямо нарастване на градиента [13]. Разработен е и композитен CNOT гейт с висока прецизност [14]. Други приложения на композитните импулси при йони с уловка включват манипулация на системи, чийто Хамилтониан включва случайна неизвестна част, при което прецизността на манипулациите може да се повиши чувствително чрез използването на КИ [14].

### Подходи за извеждане на композитни импулси

Извеждането на композитни импулси може да се осъществи по няколко начина (разглеждаме само някои от тях) [6, 9, 12].

#### *Геометричен подход*

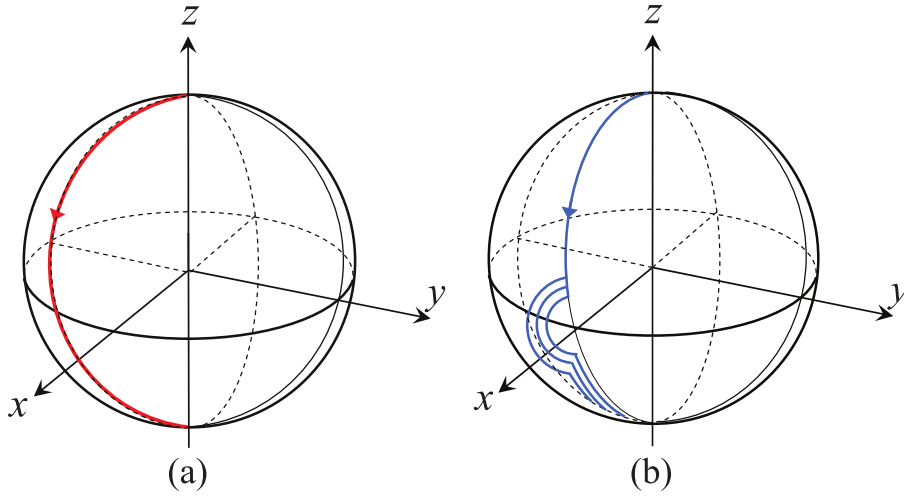
Това е първият по време на възникване подход за извеждане на КИ и дава възможност за най-добро интуитивно визуализиране на идеята на самокомпенсация механизъм на КИ [6]. Този метод използва геометрично представяне на изменението на вектора на състоянието върху сферата на Блох за извеждането на подходящи траектории, при които се постига компенсиране на грешката на индивидуалните импулси. Векторът на Блох  $\mathbf{R} = [R_x, R_y, R_z]^T$  се определя като

$$R_x = 2\Re(d_1 d_2^*), \quad (12a)$$

$$R_y = 2\Im(d_1 d_2^*), \quad (12б)$$

$$R_z = |d_2|^2 - |d_1|^2, \quad (12в)$$

където  $d_1(t) = c_1 e^{-iD(t)/2}$ ,  $d_2(t) = c_2 e^{iD(t)/2}$ . Удобен пример за приложението на геометричния подход е КИ  $(\pi/2 - \alpha)_{\pi/2}(\pi - 2\alpha)_0(\pi/2 - \alpha)_{\pi/2}$  на Фиг. 1 [6]:



Фигура 1: Траектории на вектора на Блох  $\mathbf{R}$ , определен от Ур. (12в), върху сферата на Блох при използването на (а) единичен  $\pi$  импулс и (б) композитен импулс  $(\pi/2 - \alpha)_{\pi/2}(\pi - 2\alpha)_0(\pi/2 - \alpha)_{\pi/2}$ , където  $2\alpha$  е грешката на единичен правоъгълен импулс с площ  $\pi$ .

Както се вижда, при  $\delta = 0$ , няма разлика между въздействието на единичния и КИ. Ако  $\delta \neq 0$ , то векторът  $I_z$  е един порядък по-близо до оста  $-z$  при прилагането на КИ, чийто съставни импулси имат едни и същи дефекти с единичния импулс [6]. Някои от ограниченията на геометричния подход са свързани с броя на последователните импулси, които могат да се изобразят нагледно, както и изискването за определено начално състояние.

#### *Развитие на Магнус и Теория на кохерентното осредняване*

При този подход, Хамилтонианът на КИ се разглежда като специален случай на времезависим Хамилтониан, след което се използва осредненото му представяне като се разделя на две части – голяма  $H_{\text{big}}$  (чийто пропагатор  $U_{\text{big}}$  е известен и обикновено съответства на идеален импулс) и малка  $H_{\text{small}}$ . Ако  $H_{\text{small}}$  е достатъчно малък (пертурбативен режим), общият пропагатор може да се представи като [6]:

$$\mathbf{U}_{\text{tot}} = \mathbf{U}_{\text{big}} \mathbf{U}_{\text{small}}. \quad (13)$$

Оптималните КИ се извеждат като се минимизира ефекта на  $H_{\text{small}}$ , т.е.  $U_{\text{small}} \rightarrow \mathbf{1}$ . Предимствата на този подход са, че той може да се приложи за произволно начално състояние и площ на импулса/ъгъл на въртене [6]. Недостатъците са свързани с изведените импулси, които обикновено са със странни фази и площи на съставните импулси. Освен това, тези КИ често са чувствителни на едновременното действие на няколко дефекта, напр. отклонения в площта на импулса и нежелан детюннинг.

Други методи за извеждане на КИ включват [6]: (1) анализ на въртенето и трансформации по подобие, (2) итеративно развитие, (3) числена оптимизация и еволюционни алгоритми и (4)  $SU(2)$  подход, описан в следващата глава.

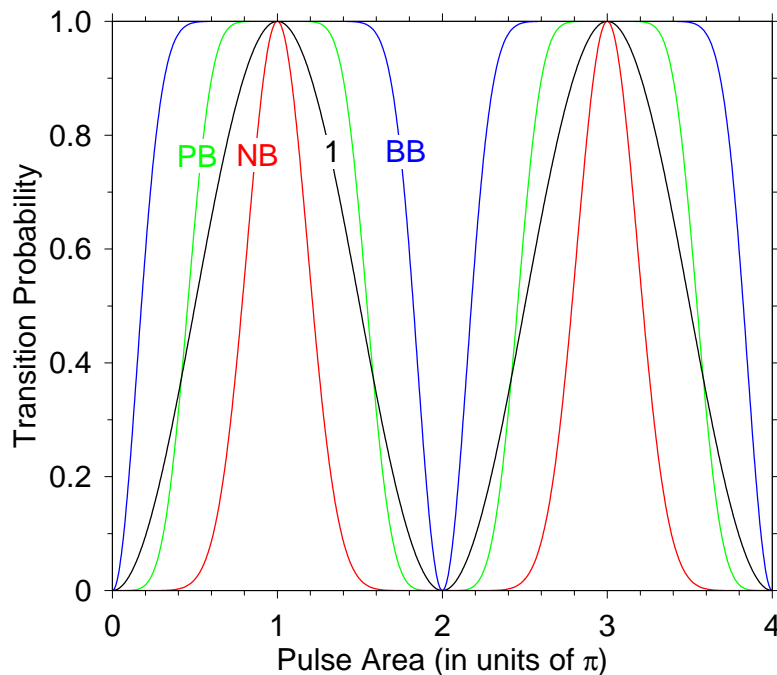
## Видове композитни импулси

Композитните импулси се класифицират по различни критерии. Тук описваме само класификацията им по критерия *ширина на възбуждане*, която съществена за нашето изследване. КИ се разделят на три основни групи по този критерий [6, 11]:

*Широколентови (ШЛ, broadband) КИ* - това са КИ, при които се извършва пренос на заселеност за по-широк обхват честоти (или площ на импулса) отколкото при единични импулси [11]. Те могат да се използват, например, за получаване на еднакво възбуждане в даден обем въпреки пространствената нехомогенност на приложеното поле.

*Тяснолентови (ТЛ, narrowband) КИ* - това са КИ, при които се извършва пренос на заселеност за по-тесен обхват честоти (или площ на импулса) отколкото при единични импулси [11]. Те могат да се използват, например, за селективно възбуждане в зависимост от използваната честота или площ на импулса на приложеното поле (например при йони в уловка) [13].

*КИ с обхват в определена област (passband)* - това са КИ, при които се извършва устойчив пренос на заселеност за в рамките на определен обхват около точно определени честоти (или площ на импулса), съчетавайки характеристиките на тясно- и широколентовите импулси [11].



Фигура 2: Вероятност за преход като функция на площта на единичен импулс (примерни КИ от [5]) : а) единичен (1) импулс, б) широколентов (BB) импулс с фази:  $(0, 8, 6, 12, 8, 12, 6, 8, 0)\pi/9$  в) тяснолентов (NB) импулс с фази:  $(0, 1.129, 0.822, 0.108, 1.386, 0.108, 0.822, 1.129, 0)\pi$  г) КИ с обхват в определена област (PB) с фази:  $(0, 0.607, 1.088, 1.472, 0.226, 1.472, 1.088, 0.607, 0)\pi$ .

## Глава 3. Кохерентно възбуждане чрез композитни импулси

### Пропагатор на композитен импулс за система с две състояния

Теоретичното описание на кохерентната манипулация на системи с две състояния с единични импулси е описано в Глава 1. За да определим пропагатора на КИ намираме пропагатора на единичен импулс с фазово отместване, въвеждаме постоянно фазово отместване  $\phi$  в честотата на Раби,  $\Omega(t) \rightarrow \Omega(t) e^{i\phi}$ . Пропагаторът на единичния импулс с фазово отместване става [5]:

$$\mathbf{U}(\phi) = \begin{bmatrix} a & b e^{i\phi} \\ -b^* e^{-i\phi} & a^* \end{bmatrix}, \quad (14)$$

а пропагаторът на композитен импулс, състоящ се от  $n$  импулса става:

$$\mathbf{U}^{(N)} = \mathbf{U}(\phi_n) \dots \mathbf{U}(\phi_2) \mathbf{U}(\phi_1). \quad (15)$$

### Компенсиране на грешки в площта на импулса

Най-често използваните композитни импулси при системи с две състояния са “композитните- $\pi$ ” импулси, при които се осъществява ППЗ ако  $U_{11}^{(n)} = 0$ , т.е.  $|U_{12}^{(n)}| = 1$ , и “композитните- $\pi/2$ ” импулси, чрез които се получават кохерентни суперпозиции и за които  $|U_{11}^{(n)}| = |U_{12}^{(n)}| = 1/\sqrt{2}$ . Често е удобно да се използва т.нар. “анаграмно” условие  $\mathbf{H}_k(t) = \mathbf{H}_{n+1-k}(t)$ , където  $k = 1, 2, \dots, n$  [5] и тъй като глобалната фаза не е съществена, се взема  $\phi_1 = \phi_n = 0$ . Фазите за ширококолентовите (ВВ), тясноколентовите (НВ) и КИ с определен обхват (РВ) се определят от следните условия [5]:

$$\text{ВВ: } \left[ \partial_A^k U_{11}^{(n)} \right]_{A=\pi} = 0 \quad (k = 1, 3, \dots, n-2); \quad (16a)$$

$$\text{НВ: } \left[ \partial_A^k U_{11}^{(n)} \right]_{A=0} = 0 \quad (k = 2, 4, \dots, n-1); \quad (16б)$$

$$\text{РВ: } \left[ \partial_A^k U_{11}^{(n)} \right]_{A=\pi} = 0 \quad (k = 1, 3, \dots, l), \quad (16в)$$

$$\left[ \partial_A^k U_{11}^{(n)} \right]_{A=0} = 0 \quad (k = 2, 4, \dots, n-l-2); \quad (16г)$$

където  $\partial_A^k \equiv \partial^k / \partial A^k$ . Пропуснатите производни се нулират при изпълнение на горните условия [5]. Колкото по-голям е броят на производните, които се нулират, толкова по-плосък профил на възбуждане се постига.

Фазите на ширококолентовите резонансни импулси се изчисляват с помощта на следната формула [5]:

$$\phi_k^{(n)} = \left( n + 1 - 2 \left\lfloor \frac{k+1}{2} \right\rfloor \right) \left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor \frac{\pi}{n}, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

При резонансен КИ от три импулса и фази от Ур. (17), например, вероятността за преход на КИ ( $P^{(3)}$ ) е няколко порядъка по-близо до 1 в сравнение с тази при единичен импулс [5]:

$$p \sim 1 - \alpha^2/4 + \mathcal{O}(\alpha^4), \quad P^{(3)} \sim 1 - \alpha^6/64 + \mathcal{O}(\alpha^8). \quad (18)$$

При по-дълги поредици от  $n$  резонансни импулса ( $n$  е нечетно), грешката във вероятността за преход става още по-малка:  $P^{(n)} \sim 1 - \mathcal{O}(\alpha^{2n})$ .

### Компенсирание на нежелан детюнинг

Композитните импулси могат да се използват за стабилизация на профила на възбуждане при наличие на нежелан детюнинг. Ако е изпълнено анаграмното условие, изчислението на  $m$  независими фази на ширококолов импулс с  $n = 2m + 1$  съставни импулса, който компенсира нежелан детюнинг, става чрез решаването на следната система от уравнения:

$$\left[ \partial_{\Delta}^k U_{11}^{(n)} \right]_{\Delta=0} = 0 \quad (k = 0, 1, \dots, m - 1), \quad (19)$$

като обикновено тя има повече от едно решение, съответстващо на различен профил на възбуждане.

Когато приложеното поле не е в резонанс, фазите на КИ обикновено зависят от формата на импулса. Например, при прилагане на импулси, които съответстват на модела на Розен-Зинер [16], при който формата на импулса е хиперболичесен секант, а детюнингът е постоянен [16]:

$$\Omega(t) = \Omega_0 \operatorname{sech}(t/T), \quad \Delta(t) = \Delta_0, \quad (20)$$

пропагаторът има точно, аналитично решение и параметрите на Cayley-Klein са [16]:

$$a = \frac{\Gamma^2(\frac{1}{2} + i\delta)}{\Gamma(\frac{1}{2} + i\delta - \alpha) \Gamma(\frac{1}{2} + i\delta + \alpha)}, \quad b = -i \frac{\sin \pi \alpha}{\cosh \pi \delta}, \quad (21)$$

където  $\alpha = \Omega_0 T/2$ , а  $\delta = \Delta_0 T/2$ . В този случай, вероятността за преход при единичен импулс е  $p = \sin(\pi \alpha)^2 / \cosh(\pi \delta)^2$ , поради което имаме ППЗ за  $\alpha = 1/2$  и  $\delta = 0$ . Ако  $\delta \neq 0$ , вероятността за преход е по-малка от 1 и можем да използваме КИ.

При композитен импулс от три импулса,  $n = 3$ , получаваме  $\phi = (0, \pm\pi/3, 0)$ , а вероятността за преход на КИ  $P^{(3)}$  е много по-устойчива на нежелан детюнинг отколкото тази при единичен импулс  $p$  [5]:

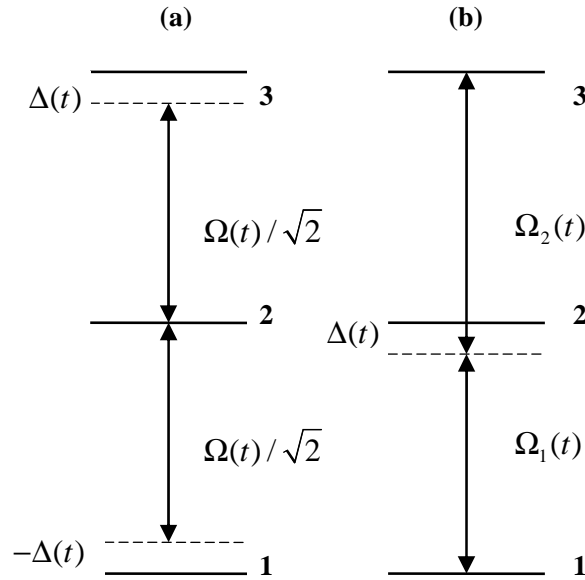
$$p \sim 1 - \pi^2 \delta^2 + \mathcal{O}(\delta^4), \quad P^{(3)} \sim 1 - (4\pi^2 \ln^2 2) \delta^4 + \mathcal{O}(\delta^6), \quad \alpha = \frac{1}{2}. \quad (22)$$

Тази процедура може да се приложи и за по-дълги поредици, както и при друга форма на импулсите. Ако последната не води до аналитични решения се използват числени методи за намиране на фазите.

## Част 2. Композитни импулси в многомерни системи

### Глава 4. Оптимизиран контрол на многомерни квантови системи

В тази глава разглеждаме използването на КИ за прецизно прехвърляне на заселеност в два вида многомерни системи: системи със  $SU(2)$  динамична симетрия и такива, подлежащи на трансформация на Морис-Шор. При първия вид системи използваме декомпозицията на Майорана, при която динамиката на системата се свежда до изменение на ефективна система с две състояния, което ни позволява да намерим аналитично решение на пропагатора и да използваме познатите ни КИ от системи с две състояния. За втория вид системи, използваме трансформацията на Морис-Шор, която свежда многомерните системи до набор от системи с две състояния и отделени (тъмни) състояния. Композитните импулси са разработени и се прилагат основно за системи с две състояния, а изследванията при многомерни системи се ограничават основно до три състояния [17], което прави разработеното в тази глава приложение още по-интересно.



Фигура 3: Стълбовидни квантови системи с три състояния във форма: (а) Система със  $SU(2)$  динамична симетрия. (б) Система, подлежаща на трансформация на Морис-Шор ( $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  имат една и съща времезависимост).

## Многомерни системи със $SU(2)$ динамична симетрия

*Обща теория:* Елементите на Хамилтониана на многомерна система със  $SU(2)$  динамична симетрия са [18, 19]:

$$H_{kk}(t) = \hbar m \Delta(t), \quad (23a)$$

$$H_{k,k+1}(t) = H_{k+1,k}(t)^* = \frac{\hbar}{2} \Omega(t) \sqrt{k(N-k)}, \quad (23б)$$

$$H_{kl}(t) = 0, \quad (|k-l| \geq 2), \quad (23в)$$

където  $k = 1, 2, \dots, N$  и  $m = k - (N+1)/2$ . Връзките между отделните състояния наподобяват стълба, в която всички каплинги (недиагонални елементи) са пропорционални на  $\Omega(t)$ . Детюнингите (диагоналните елементи) са равноотдалечени и пропорционални на  $\Delta$ . Пропагаторът на многомерната система се изразява чрез пропагатора на ефективна система с две състояния с Хамилтониан от Ур. (6) [18–20], т.е. чрез параметрите на Cayley-Klein  $a$  и  $b$  на системата с две състояния от Ур. (14),

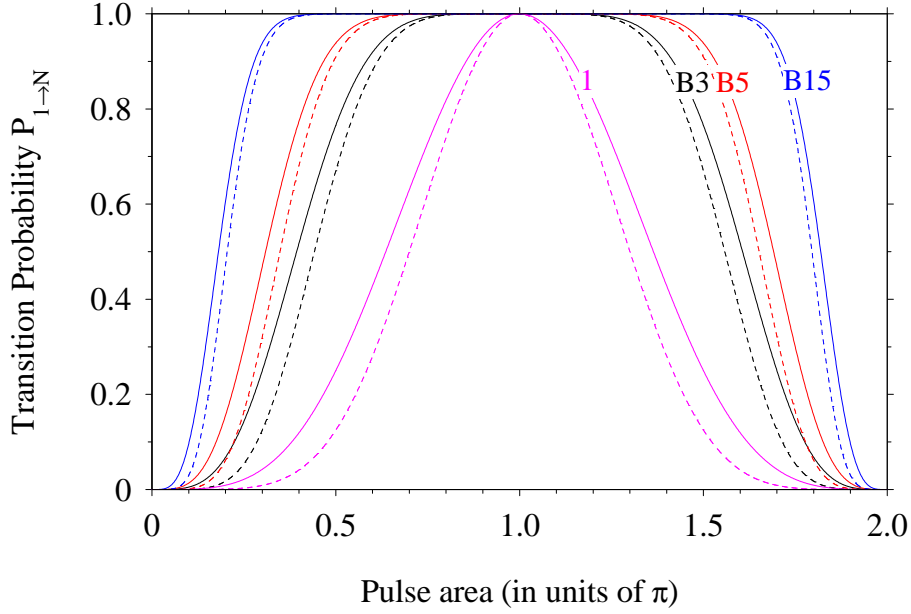
$$U_{jk} = \sum_l \frac{[(N-j)!(j-1)!(N-k)!(k-1)!]^{1/2}}{l!q!r!s!} a^l (a^*)^q b^r (-b^*)^s, \quad (24)$$

където  $q = j + k + l - N - 1$ ,  $r = N - j - l$ ,  $s = N - k - l$ , а  $l$  е неотрицателно цяло число. Ако началното състояние на многомерната система е  $\mathbf{b}(t_i) = [1, 0, \dots, 0]^T$ , то началното състояние на съответната система с две състояния е  $\mathbf{c}(t_i) = [1, 0]^T$  [19]. Изследваме вероятността за преход между двата края на стълбата,  $P_{1 \rightarrow N} = |U_{N1}|^2$ , която се изчислява от Ур. (6):

$$P_{1 \rightarrow N} = |b|^{2(N-1)} = p^{N-1}, \quad (25)$$

където  $p = |b|^2$  е вероятността за преход на системата с две състояния, описана от Хамилтониана в Ур. (6).

Фигура 4 показва стабилизацията на вероятността за преход  $P_{1 \rightarrow N}$  спрямо флуктуации на площта на импулса  $A$  при системи със  $SU(2)$  динамична симетрия, съответно с 3 и 5 състояния. Обхватът на площта, за който се постига ППЗ, се разширява значително при КИ от три импулса, а при по-дълги поредици могат да се компенсират още по-големи вариации. При системи с повече състояния (по-голям брой състояния  $N$ ), профилът на възбуждане се свива, както се очаква от Ур. (25). КИ могат да се използват аналогично и за стабилизация на флуктуации, свързани детюнинга и/или площта на импулса.



Фигура 4: Вероятност за преход  $P_{1 \rightarrow N}$  за системи с три и пет състояния със  $SU(2)$  динамична симетрия, описана от Хамилтониана в Ур. (23), и площ на импулса  $A$  за единичен импулс и поредици от 3, 5 and 15 импулса (отбелязани на кривите), с фази от Ур. (17). Непрекъснати криви:  $N = 3$  състояния; прекъснати криви:  $N = 5$  състояния.

## Многомерни системи, разложими с Морис-Шор трансформация

### Обща теория

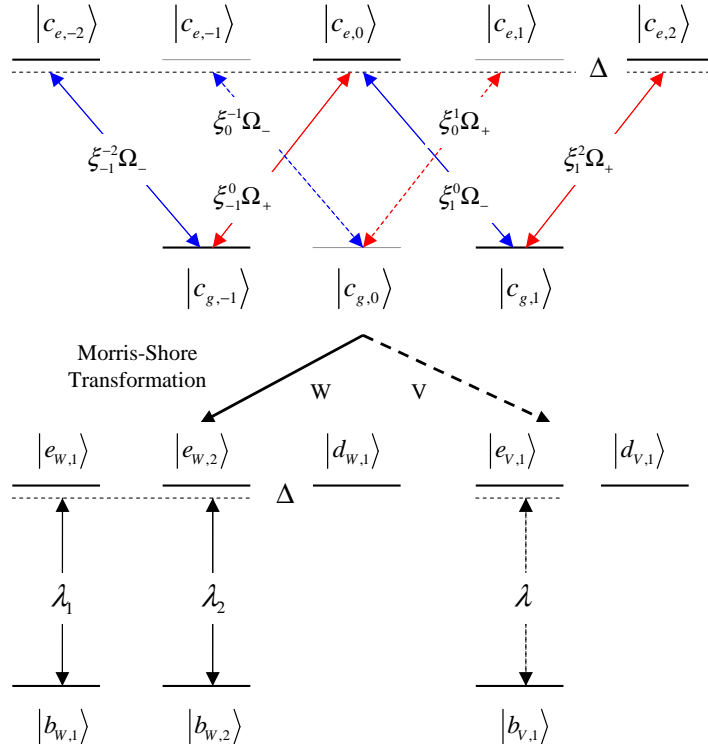
Системите, които подлежат на трансформация на Морис-Шор изпълняват три условия [4, 21] : (i) състоянията им могат да се разделят на две множества с едни и същи енергии в приближение на въртяща се вълна (ПВВ), така че всеки две състояния от едно и също множество са в двуфотонен резонанс; (ii) ненулеви каплинги може да има само между състояния от различни множества, и (iii) каплингите могат да са различни, но имат една и съща времезависимост  $f(t)$ . Динамиката на такива системи се свежда до решение на множество системи с две състояния и определен брой отделени (тъмни) състояния. Допускаме, без това да се отрази на общата приложимост на теорията, че двете множества съдържат  $N_a$  и  $N_b$  състояния, където  $N = N_a + N_b$  и  $N_a \geq N_b$ . Тогава, прилагането на трансформацията на Морис-Шор свежда системата до  $N_a - N_b$  тъмни състояния и  $N_b$  независими системи с две състояния, всяка от които се определя от Хамилтониана: [4, 21].

$$\tilde{\mathbf{H}}_k(\phi, t) = \hbar \begin{bmatrix} 0 & \lambda_k f(t) e^{i\phi} \\ \lambda_k f(t) e^{-i\phi} & \Delta(t) \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Пропагаторът на всяка от тези две системи е:

$$\tilde{\mathbf{U}}_k(\phi) = \begin{bmatrix} a_k & b_k e^{i\phi} \\ -b_k^* e^{-i(\phi+\delta)} & a_k^* e^{-i\delta} \end{bmatrix}. \quad (27)$$





Фигура 5: Трансформация на Морис-Шор за  $W$ -система ( $N_a = 3$ ,  $N_b = 2$ ) и  $V$ -система ( $N_a = 2$ ,  $N_b = 1$ ), които са независими една от друга.  $W$ -системата се преобразува в две независими системи с две състояния и едно тъмно състояния.  $V$ -системата, от своя страна, се представя като една независима система с две състояния и едно тъмно състояние.

където  $a_k$  и  $b_k$  са параметрите на Cayley-Klein за всяка от системите с две състояния за  $\phi = 0$  и  $\delta = \int_{t_i}^{t_f} \Delta(t) dt$ . Множителят  $\exp(-i\delta)$  не е съществен и произтича от представянето на Хамилтониана. При това, пропагаторът с фазово отместване в първоначалния базис става [22, 23]:

$$\mathbf{U}(\phi) = \begin{bmatrix} \mathbf{1} + \sum_{k=1}^{N_b} (a_k - 1) |\tilde{\psi}_k^a\rangle \langle \tilde{\psi}_k^a| & \sum_{k=1}^{N_b} b_k e^{i\phi} |\tilde{\psi}_k^a\rangle \langle \tilde{\psi}_k^b| \\ \sum_{k=1}^{N_b} -b_k^* e^{-i(\phi+\delta)} |\tilde{\psi}_k^b\rangle \langle \tilde{\psi}_k^a| & \sum_{k=1}^{N_b} a_k^* e^{-i\delta} |\tilde{\psi}_k^b\rangle \langle \tilde{\psi}_k^b| \end{bmatrix}. \quad (28)$$

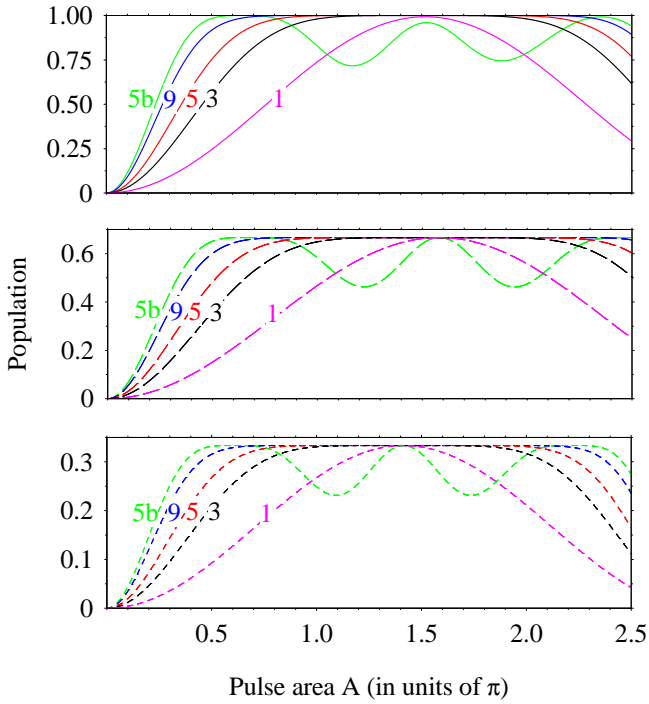
В резултат, КИ с фази  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$  има пропагатор

$$\mathbf{U}^{(n)} = \mathbf{U}(\phi_n) \cdots \mathbf{U}(\phi_2) \mathbf{U}(\phi_1), \quad (29)$$

където  $\tilde{\mathbf{U}}^{(n)} = \tilde{\mathbf{U}}(\phi_n) \cdots \tilde{\mathbf{U}}(\phi_2) \tilde{\mathbf{U}}(\phi_1)$ . Тази симетрия опростява значително изчисленията, тъй като в базиса на Морис-Шор имаме просто  $N_b$  независими системи с две състояния и  $N_d$  тъмни състояния и можем да използваме познатите ни от системите с две състояния широколентови, тяснолентови и КИ с определен обхват.

*Пример: Прехвърляне на заселеност от изродени нива*

Интересен пример за система, подлежаща на трансформация на Морис-Шор, е преходът между изродените магнитни поднива с моменти на импулса  $J_g$  и  $J_e$  [24] при прилагане на елиптично поляризирано лазерно поле. Тъй като това поле може да се разглежда като суперпозиция на ляво ( $\sigma^+$ ) и дясно ( $\sigma^-$ ) кръгово поляризирано полета, се образуват два паралелни модела на свързаност на магнитните поднива, наподобяващи латинските букви “V” и “W”. Каплингите в отделните системи са несъразмерни, поради което е невъзможно едновременното прехвърляне на заселеност от основните изродени състояния към възбудените посредством един резонансен импулс ( $\Delta = 0$ ). Това, обаче, е възможно ако се използват композитни импулси като показаните на Фиг. 6.



Фигура 6: Обща заселеност на възбудените поднива на изродена система с две нива, образувана от магните поднива на прехода  $J_g = 1 \leftrightarrow J_e = 2$  след използването на широколентови резонансни КИ спрямо площта на импулса  $A = 2|\Omega| \int_{t_i}^{t_f} f(t)dt$ , където  $\Omega = \sqrt{\Omega_+^2 + \Omega_-^2}$  (Ур. (29)). Сравняват се прехвърлянето на заселеност, което се получава при използването на единичен импулс и широчестотни КИ от  $n = 3, 5$ , и  $9$  импулса с фази от Ур. (17). Приложен е и КИ, отбелязан с 5b, с фази:  $(0, 0.843, 2.421, 0.843, 0)$ , при който целевата площ на всеки съставен импулс (от петте) е  $3\pi/7$ . В началния момент системата е в равна кохерентна суперпозиция на основните поднива,  $|\psi_i\rangle = (|-1\rangle + |0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{3}$ . Елиптичността на полето е  $\varepsilon = 0$  (линейна поляризация), а ъгълът на въртене на поляризацията е  $\beta = 0$ . Прекъснатата крива с точки показва общата заселеност на поднива  $m_e = -1$  and  $1$  (горни поднива на V системата, чиято обща заселеност е  $\frac{1}{3}$ ), докато прекъснатата кривата с тирета показва общата заселеност на поднива  $m_e = -2, 0, 2$  (горните поднива на W системата, чиято обща заселеност е  $\frac{2}{3}$ ). Непрекъснатата крива показва общата заселеност на трите възбудени поднива.

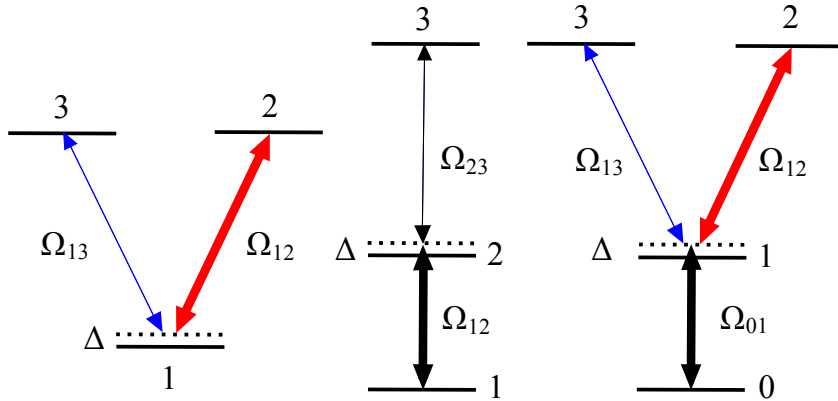
## Глава 5. Динамично подтискане на канали за възбуждане

В тази глава се представя ефективна техника за автоматично компенсиране на грешки, дори без да знаем тяхната големина, която използва композитни импулси за динамично подтискане на канали за възбуждане, като едновременно се осъществява устойчив и прецизен контрол върху изолираната квантова система с две състояния, т. нар. кубит. Техниката е илюстрирана в три- и четиримерни квантови системи със свързаност, която наподобява латинските букви V,  $\Xi$  и Y, които са показани на Фиг. 7; техниката, обаче, е приложима и за по-сложни системи.

**Динамично подтискане при V и  $\Xi$  системи** Динамиката на V система (Фиг. 7, ляво) под въздействието на кохерентно поле, се определя от уравнението на Шрьодингер,  $i\hbar\partial_t\mathbf{c}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{c}(t)$ , където векторът  $\mathbf{c}(t) = [c_1(t), c_2(t), c_3(t)]^T$  съдържа амплитудите на трите състояния. Хамилтонианът в приближение на въртяща се вълна (ПВВ) е:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_V(t) = & (\hbar/2)\Delta(\Pi_{11} - \Pi_{22} - \Pi_{33}) + (\hbar/2) \\ & \times [\Omega_{12}(t)e^{i\phi_{12}}\Pi_{12} + \Omega_{13}(t)e^{i\phi_{13}}\Pi_{13} + \text{h.c.}] . \end{aligned} \quad (30)$$

Допускаме, че използваме КИ, чиято продължителност е по-малка от времето на декохерентност на системата. Както беше показано в предходната глава, важен пример за такава V система е преходът между магнитните поднива  $m = 0$  (състояние  $|1\rangle$ ) на основното ниво с момент на импулса  $j = 0$  или 1, и магнитните поднива  $m = 1$  (състояние  $|2\rangle$ ) и  $m = -1$  (състояние  $|3\rangle$ ) на възбуденото ниво с момент на импулса  $j = 1$  при прилагане на елиптично поляризиран лазерен импулс. Изменението на  $\Xi$  системата е подобно на това при V системата (Фиг. 7, център), тъй като Хамилтонианът на първата се получава от този в Ур. (30) чрез размяната на състояния  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ .



Фигура 7: Многомерни V,  $\Xi$ (ladder) и Y системи.

Нашата цел е да прехвърлим цялата заселеност от състояние  $|1\rangle$  в състояние  $|2\rangle$ , като изцяло подтиснем пътя на възбуждане  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ , използвайки фазите  $\phi_{1j}$  като контролни параметри. В примера по-горе за магнитните поднива, това може да се постигне като използваме импулс със  $\sigma^+$  поляризация и площ  $\pi$ . Тъй като при експеримент, поляризацията не винаги е изцяло  $\sigma^+$ , както и атомите в даден ансамбъл могат имат различна посока на оста на квантуване, при което “виждат” светлина със  $\sigma^-$  поляризация и каналът на възбуждане  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  се задейства. По-долу показваме как можем да компенсираме наличието на такава нежелана поляризация, дори и да не знаем каква е тя, както и да постигнем пълно пренасяне на заселеност  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  чрез използването на КИ.

В системата, описана от Хамилтониана (30) може да се подложи на Морис-Шор трансформация и да се разложи [4] на система с две състояния, състояща се от  $|1\rangle$  и  $|c\rangle = e^{i\phi_{12}} \cos \theta |2\rangle + e^{i\phi_{13}} \sin \theta |3\rangle$  и тъмно състояние  $|d\rangle = -e^{-i\phi_{13}} \sin \theta |2\rangle + e^{-i\phi_{12}} \cos \theta |3\rangle$ . По този начин, пропагаторът в първоначалния базис става [25–27]:

$$\mathbf{U}(\phi) = \begin{bmatrix} a & b e^{i\phi_{12}} C & b e^{i\phi_{13}} S \\ -b^* e^{-i\phi_{12}} C & a^* C^2 + \zeta S^2 & (a^* - \zeta) e^{-2i\phi} S C \\ -b^* e^{-i\phi_{13}} S & (a^* - \zeta) e^{2i\phi} S C & \zeta C^2 + a^* S^2 \end{bmatrix}, \quad (31)$$

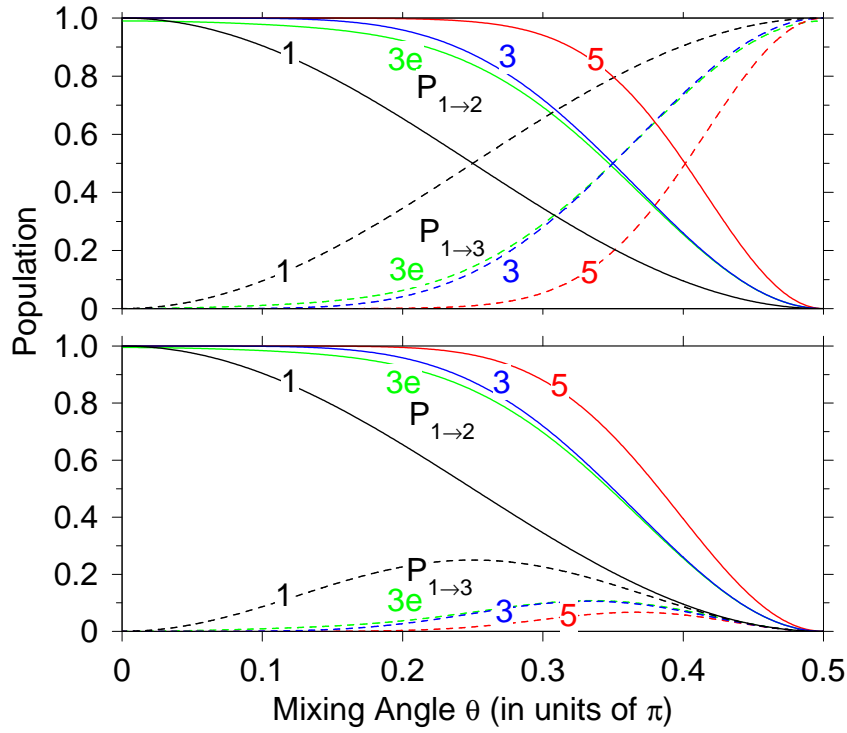
където  $S = \sin \theta$ ,  $C = \cos \theta$  и  $\zeta = \exp[i \int_{t_i}^{t_f} \Delta(t) dt / 2]$ . За постигане на пълен трансфер на заселеност  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  с единичен импулс се изисква  $|U_{21}| = 1$ , т.е.  $a = 0$ ,  $|b| = 1$ ,  $\theta = 0$ . Ако, обаче,  $\theta \neq 0$ , каплингът между състояния  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$  е различен от нула и някаква заселеност прехвърля към  $|3\rangle$  или остава в  $|1\rangle$ .

Отклонението на ъгъла на смесване  $\theta$  от 0 може да бъде компенсирано до произволен порядък с КИ. Пропагаторът на КИ с  $n$  импулса е:

$$\mathbf{U}^{(n)} = \mathbf{U}(\phi_n) \cdots \mathbf{U}(\phi_2) \mathbf{U}(\phi_1), \quad (32)$$

където  $\phi_k = (\phi_{12}^{(k)}, \phi_{13}^{(k)})$  са фазовите отмествания на  $k$ -тия импулс в поредицата с  $\mathbf{U}(\phi_k)$  от Ур. (31). Фазите  $\phi_{1j}^{(k)}$  са свободни контролни параметри, които определяме като определим  $P_{1 \rightarrow 2} = |U_{21}^{(n)}|^2 = 1$  за  $\theta = 0$  и нулираме коефициентите в развитието в ред на Тейлър на  $P_{1 \rightarrow 2}$  спрямо  $\theta$  до най-високия възможен порядък.

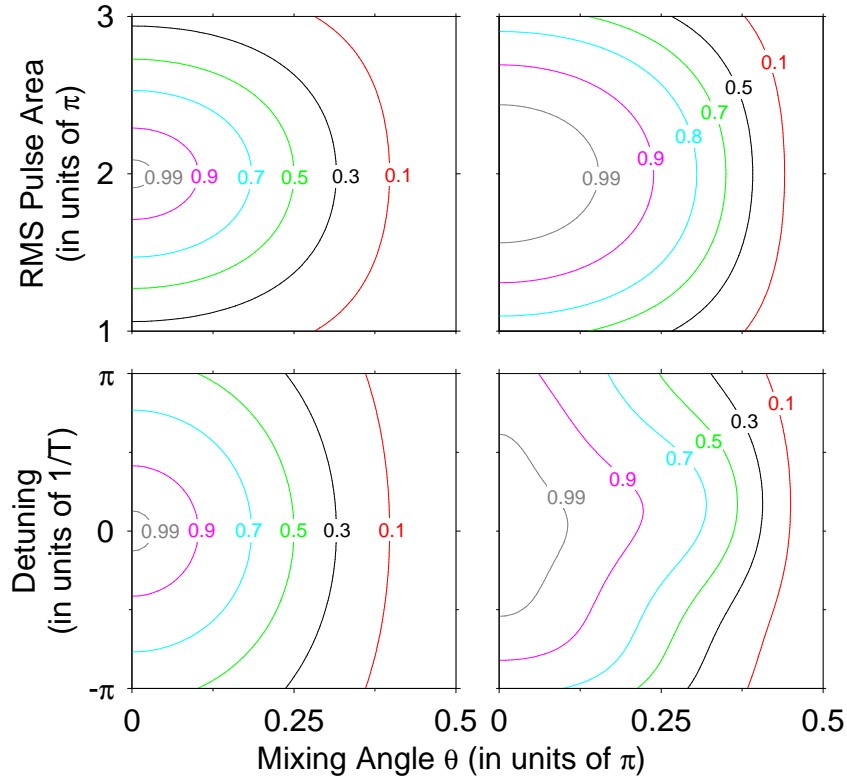
Тъй като глобалната фаза е без значение, вземаме  $\phi_1 = \mathbf{0}$ . Тази компенсация на грешка е показана на Фиг. 8 (горна рамка). При по-дълги поредици (по-голямо  $n$ ), профилът на възбуждане на  $P_{1 \rightarrow 2}(\theta)$  се разширява и нежеланият преход  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  се подтиска за още по-голям обхват на  $\theta$ . При достатъчно дълги КИ, вероятността за преход  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  може да се подтисне дори ако



Фигура 8: Вероятности за преход  $P_{1 \rightarrow 2}$  (непрекъсната линия) и  $P_{1 \rightarrow 3}$  (пунктир) спрямо ъгъла на смесване  $\theta$  за единичен резонансен импулс със средноквадратична площ (СКП)  $\pi$  и за КИ от  $N$  импулса (всеки със СКП  $\pi$ ). Горна рамка: V система с фази  $\phi_{12} = (0, 2/3, 0)\pi$  и  $\phi_{13} = (0, 1, 1/3)\pi$  за 3 импулса, и  $\phi_{12} = (0, 1.411, 0.249, -0.432, -0.935)\pi$  и  $\phi_{13} = (0, 0.454, -0.632, 0.14, -0.514)\pi$  за 5 импулса. Долна рамка:  $\Xi$  система с фази  $\phi_{12} = (0, 2/3, 1/6)\pi$  и  $\phi_{23} = (0, -2/3, 1/6)\pi$  за 3 импулса, и  $\phi_{12} = (0, -4, -1, 7, -4)\pi/10$  и  $\phi_{23} = (0, 4, 3, -5, 0)\pi/10$  за 5 импулса. Кривите (3e) в двете рамки показват вероятностите за преход за КИ с 3 импулса когато техните фази са подложени на случайни грешки с Гаусово разпределение и стандартно отклонение от  $0.05\pi$ .

нейният каплинг е по-голям от този на прехода  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ , т.е.  $\theta > \pi/4$ . По подобен начин, на Фиг. 8 (долна рамка), е показано подтискането на нежелания преход  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$  в  $\Xi$  системата на Фиг. 7 (център). Кривите (3e) на Фиг. 8 показват относителната стабилност на получените резултати при наличие на случайни грешки във фазите на КИ.

По подобен начин се извеждат и КИ, които компенсират *едновременно* отклонения в ъгъла на смесване  $\theta$  от 0 и СКП  $A$  от  $\pi$ , както и в ъгъла на смесване  $\theta$  от 0 и наличието на нежелан еднофотонен детюннинг  $\Delta$ . За отбелязване е, че по този начин може да се постигне и едновременна компенсация по отношение на трите параметъра —  $\theta$ ,  $A$  и  $\Delta$ .



Фигура 9: Вероятност за преход  $P_{0 \rightarrow 2}$  за Y-система. *Горни рамки:*  $P_{0 \rightarrow 2}$  спрямо ъгъл на смесване  $\theta$  и средно квадратична площ  $A$  при единична резонансна двойки импулси (горе вляво) и КИ от три резонансни двойки импулси (горе вдясно) с фази  $\phi_{01} = (0, 1, -1/3)\pi$ ,  $\phi_{12} = (0, -2/3, 1/3)\pi$  и  $\phi_{13} = (0, 1, 0)\pi$ . *Долни рамки:*  $P_{0 \rightarrow 2}$  спрямо ъгъл на смесване  $\theta$  и еднофотонен детюнинг  $\Delta$  при единична резонансна двойка правоъгълни импулси със СКП  $A = 2\pi$  (долу вляво) и КИ от три двойки правоъгълни импулси, всеки със СКП  $2\pi$  и фази  $\phi_{01} = \phi_{12} = (0, 2/3, 0)\pi$  и  $\phi_{13} = (0, 1, 0)\pi$ .

### Динамично подтискане в Y система

Описаният метод за подтискане на нежелани преходи може да се приложи и за по-сложни системи, напр. система с формата на Y (Фиг. 7, дясно), с която се характеризира кохерентното възбуждане на Ридбергови състояния, напр. в облак от  $^{87}\text{Rb}$  атоми [28]. Освен това, Y-системата има същата свързаност като добре познатата схема на трипода, при която три основни състояния се свързват посредством двуфотонни преходи през едно възбудено състояние; тази система е много важна при приложения, за които се използват геометрични фази [29].

Хамилтонианът на Y-системата в ПВВ е

$$\mathbf{H}_Y(t) = \mathbf{H}_V(t) - (\hbar/2)\Delta\Pi_{00} + (\hbar/2) [\Omega_{01}(t) e^{i\phi_{01}}\Pi_{01} + \text{h.c.}], \quad (33)$$

където  $\mathbf{H}_V(t)$  е Хамилтонианът (30) на V-системата. Честотата на Раби  $\Omega_{01}(t)$  на допълнителния преход  $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ , с фаза  $\phi_{01}$  (представляваща допълнителен контролен параметър), трябва да има същата времезависимост  $f(t)$  като другите две Раби честоти. Освен ъгъла на смесване  $\theta$  за V-системата, въ-

веждаме и ъгъл  $\xi$ :  $\Omega_{01}(t) = \Omega \sin \xi f(t)$ ,  $\Omega_{12}(t) = \Omega \cos \xi \cos \theta f(t)$  и  $\Omega_{13}(t) = \Omega \cos \xi \sin \theta f(t)$ , където сега  $\Omega f(t) = \sqrt{\Omega_{01}(t)^2 + \Omega_{12}(t)^2 + \Omega_{13}(t)^2}$ . Вземаме  $\xi = \pi/4$ , т.е.,  $\Omega_{01}(t)^2 = \Omega_{12}(t)^2 + \Omega_{13}(t)^2$ . Каплингите на Y-системата при всеки етап на взаимодействието могат да се получат чрез едновременното прилагане на двойки импулси от два лазера, един за долния преход  $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$  и друг (с елиптична поляризация) за горната V-система  $|3\rangle \leftarrow |1\rangle \rightarrow |2\rangle$ . В този случай целта ни е да прехвърлим заселеността от състояние  $|0\rangle$  в състояние  $|2\rangle$  по канала  $|0\rangle \rightarrow |1\rangle \rightarrow |2\rangle$ , докато едновременно с това подтискаме канала на възбуждане  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ . Математически, това означава  $|U_{20}|^2 = 1$ .

Както и при V-системата, използваме трансформацията на Морис-Шор, за да получим решение за пропагатора на Y-системата в първоначалния базис, което съдържа съответните параметри на Cayley-Klein на система с две състояния в базиса на Морис-Шор [4, 25–27]. Пропагаторът  $\mathbf{U}(\phi_k)$  за  $k$ -тия импулс вече зависи от три фази:  $\phi_k = (\phi_{01}^{(k)}, \phi_{12}^{(k)}, \phi_{13}^{(k)})$ .

За осъществяване на желания преход  $|0\rangle \rightarrow |2\rangle$  трябва да бъдат изпълнени няколко условия: когато ъгълът на смесване е  $\theta = 0$  ( $\Omega_{13} = 0$ ), това се постига с двойка едновременни резонансни импулса със СКП (средно квадратична площ)  $A = \int_{t_i}^{t_f} \Omega f(t) dt = 2\pi$  [25]. Както и при V-системата, можем да компенсирате нежелани отклонения в експерименталните параметри посредством КИ. Последните се извеждат по същия начин както при V-система - развиваме  $P_{0 \rightarrow 2} = |U_{20}^{(n)}|^2$  в ред на Тейлър спрямо съответните параметри и нулираме коефициентите до възможно най-високия порядък. Възможна е и едновременна компенсация на грешки в ъгъла на смесване, отклонения в СКП и нежелан детюнинг, както е показано на Фиг. 9.

## Част 3. Нови приложения на композитни импулси при системи с две състояния

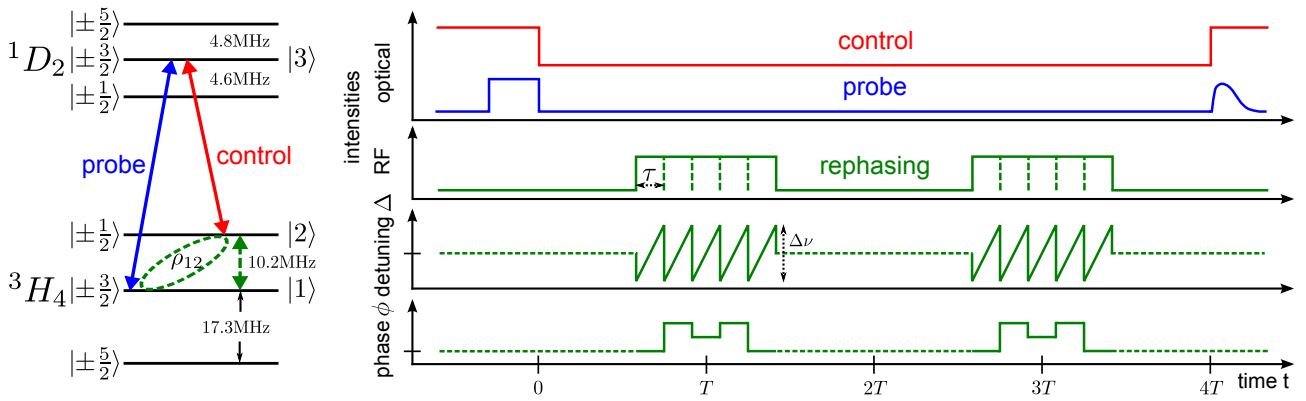
### Глава 6. Експериментално приложение на композитен адиабатен преход

В тази глава представяме първото експериментално приложение на композитен адиабатен преход (КАП) [30], при което прилагаме КАП за прехвърляне на заселеност (за рефазирание) на кохерентности на атом, т.е. кохерентни суперпозиции на две квантови състояния. Използваме концепцията за запазване на светлина чрез електромагнитно-индуцирана прозрачност (ЕИП) на средата [31] за оптично записване и последващо прочитане на атомни кохерентности [32]. В промеждутъка между процесите на запис и прочитане използваме КАП поредици от импулси за прехвърляне на заселеност и рефазирание на кохерентностите. Ефективността на прочитане се използва като пряк индикатор за ефективността на рефазирание (а оттам и за прехвърляне на заселеност). Експерименталните ни данни ясно показват по-доброто представяне на КАП в сравнение с конвенционалните единични  $\pi$  или РАП импулси.

**Теоретична основа** Разглеждаме квантова система с две състояния  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  (вижте също Фиг. 10 (ляво)), към която е приложено поле. Разглеждаме радиочестотен (РЧ) преход, тъй като преходът е между две хиперфинни състояния. Имайки предвид ограниченията на интензитета на полето и продължителността на импулсите, прехвърлянето на заселеност чрез  $\pi$  импулси става трудно и дори невъзможно в среда със значително нехомогенно разширяване (на спектралните линии). Освен това  $\pi$  импулсите често имат други дефекти: флуктуации в интензитета, продължителността, формата, носещата честота на полето и др.

Както е посочено в глава 2, бързият адиабатен преход (РАП) може да се използва за преодоляване на проблемите на  $\pi$  импулсите при прехвърляне на заселеност. В процеса на РАП, прилаганото поле обикновено (но не задължително) е със симетричен чърп  $\Delta(t)$  около честотата на преход. Ако се спазват адиабатните критерии, РАП осъществява ефективен пренос на разпределението на заселеността, но тъй като приложимият обхват на експерименталните параметри винаги е ограничен, ефективността на РАП обикновено е по-ниска поради наличието на диабатни каплинги. За да се намали този ефект и да се повиши ефективността, РАП се комбинира с КИ [30], което води до появата на композитния адиабатен преход (КАП). КИ се състоят от нечетен брой  $N = 2n + 1$  от обикновени РАП импулси с относителни фази помежду им, които се определят от Ур. (17).



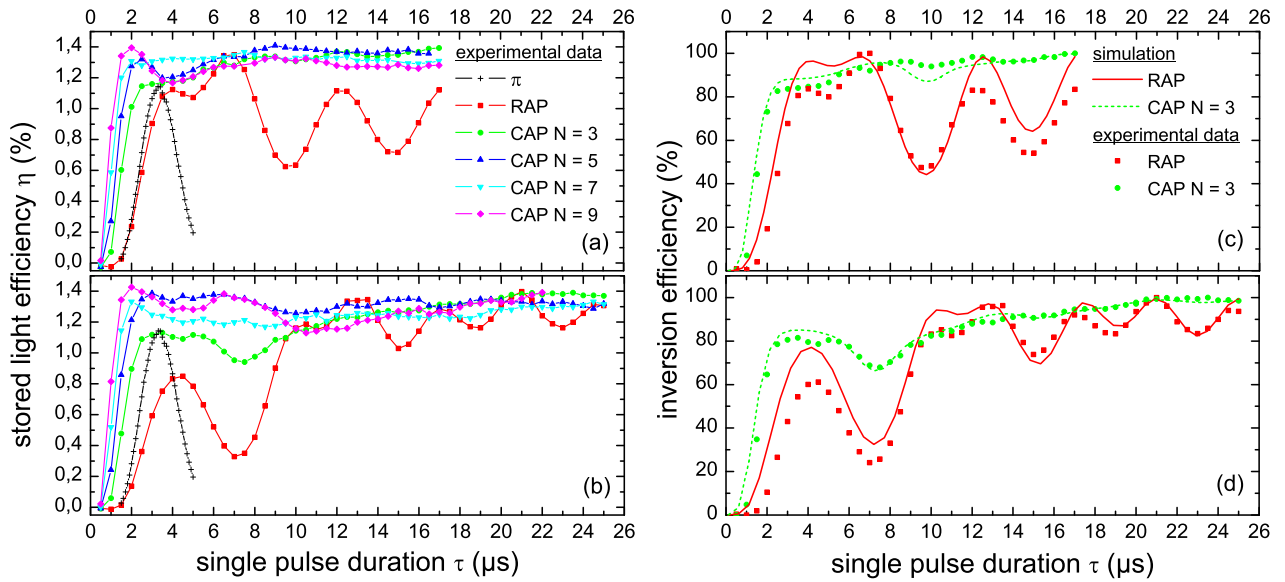


Фигура 10: (ляво) Хиперфинна структура на  $\text{Pr}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$  и каплинг схема за оптично възбуждане на атомни кохерентности чрез ЕИП (червена и синя, непрекъснати стрелки) и рефазирание чрез радиочестотни (РЧ) импулси (зелена стрелка с пунктир). Създава се кохерентност  $\rho_{12}$  между състояния  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ . (дясно) Схема на импулсите за съхраняване на светлина чрез ЕИП, включваща рефазирани РЧ поредици от импулси. Фигурата показва пример с КАП поредица с  $N = 5$  импулса, с общ обхват на чърпа  $\Delta\nu$ , който е симетричен около  $\omega_{12}$  и вариации във фазата  $\phi$ .

При експериментното приложение, прилагаме  $\pi$ -импулси, РАП и КАП за рефазирание на атомни кохерентности в среда с нехомогенно разширяване на линиите. Това е доста характерна ситуация, напр. при квантова памет с ЯМР чрез техники на фотонно ехо. При такива експерименти се създават атомни кохерентности в момент  $t = 0$  чрез широколентови процеси на възбуждане. Поради нехомогенността на честотата на преход в ансамбъла, атомните диполи дефазират. Прилагането на  $\pi$  импулс в момент  $T$  изравнява насочеността на атомните диполи в момент  $2T$ . Този процес води до добре познатото ехо на Хан [33].

Енергията на импулса на ехото е пряк индикатор за ефективността на рефазирание. Трябва да се отбележи, че често (както и в този експеримент) се прилага и втори рефазиращ импулс в момент  $3T$ , за да се получи идентично разпределение на кохерентностите в момент  $4T$  и началния момент. Такова рефазирание е възможно и с РАП [34, 35], като в този случай РАП има по-висока устойчивост от единичния  $\pi$  импулс. Като допълнение на рефазиранието чрез РАП, в този случай прилагаме КАП в процеса на рефазирание и сравняваме ефективността му с тази на  $\pi$  импулс и РАП.

**Ефективност на КАП спрямо продължителността на импулса**  
 Разглеждаме зависимостта на ефективността на съхранението на светлина (т.е. ефективността на рефазирание) спрямо продължителността на РЧ импулси. Използват се правоъгълни импулси при максималната допустима мощност от източника на РЧ. Максималната Раби честота на РЧ импулси е  $\Omega_{\text{RF}} \approx 2\pi \times 145 \text{ kHz}$ . Това ни позволява да използваме  $\pi$  импулси с кратка продължителност от няколко  $\mu\text{s}$ .



Фигура 11: Ефективност на съхранението на светлина  $\eta$  при рефазирание с  $\pi$  импулси, РАП и КАП спрямо продължителността на един импулс. При КАП използваме поредици от  $N=3,5,7$  и  $9$  импулса. Раби честотата е  $\Omega_{\text{RF}} = 2\pi \times 145 \text{ kHz}$ . Всички импулси имат правоъгълна форма. (a) Експериментални данни при обхват на чърпа (за РАП и КАП) от  $\Delta\nu = 600 \text{ kHz}$ . (b) Експериментални данни при обхват на чърпа (за РАП и КАП) от  $\Delta\nu = 900 \text{ kHz}$ . Линиите върху експерименталните данни са единствено за удобство при разглеждане. (c)-(d) Симулации (непрекъснати/пунктирни линии) и съответните експериментални данни (пълни квадрати (РАП), пълни точки (КАП)) при обхвати на чърпа от  $\Delta\nu = 600 \text{ kHz}$  (c) и  $\Delta\nu = 900 \text{ kHz}$  (d). Трябва да се отбележи, че при симулациите показваме изчислената ефективност на прехвърлянето на заселеността, а не измерената ефективност на съхранението на светлина (които са пропорционални).

Трябва да се отбележи, че кратките правоъгълни импулси са добър избор за пренос на заселеност или рефазирание поради относително голямата си ширина на честотната лента, която може да покрие вариациите в носещата честота на полета и нехомогенното разширени на линиите на средата. Импулси с по-гладка форма биха били по-подходящи за РАП и КАП, обаче, тъй като при тях е по-лесно спазването на адиабатното условие. Ето защо сравнението на ефективността на РАП и КАП с  $\pi$  импулси с правоъгълна форма е сравнително консервативно. Измерванията на РАП и КАП са направени за два размера на обхвата на чърпа:  $\Delta\nu = 600 \text{ kHz}$  и  $900 \text{ kHz}$ . И в двата случая адиабатното условие е изпълнено задоволително. Разбира се, при промяна на продължителността на импулса при фиксиран обхват на чърпа, адиабатното условие  $\Omega_{\text{RF}}^2/R$  се променя.

Фигура 11 показва ефективността на съхранението на светлина  $\eta$  спрямо продължителността на един импулс при рефазирание с  $\pi$  импулси, РАП, както и поредици за КАП от  $N = 3,5,7$ , и  $9$  импулса при обхват на чърпа  $\Delta\nu = 600 \text{ kHz}$ (a) и  $\Delta\nu = 900 \text{ kHz}$ (b). Относителните фази на поредиците при КАП се получават от Ур. (17).

Следва да се отбележи, че при рефазиране чрез РАП се получават значителни осцилации на ефективността при промяна на продължителността на импулса. Това се дължи на факта, че адиабатният критерий е едва задоволително изпълнен. Както показват експерименталните данни, обаче, в този случай (вижте Фиг. 11 (а)) всички поредици при КАП имат както по-висока ефективност, така и по-голяма устойчивост от  $\pi$  импулсите и РАП. За сравнение, ако просто разгледаме  $N$  последователни РАП процеса, то дефектите на единичните процеси биха се мултиплицирали. Вместо това, подходящият избор на фазите на съставните импулси при КАП дава възможност за подобряване на ефективността.

## Глава 7. Универсални широколентови композитни импулси

Разглеждаме система с две състояния под въздействието на кохерентно поле при допускането, че продължителността на композитния импулс е по-малка от времето на декохерентност на системата. В този случай изменението на системата във времето се определя от уравнението на Шрьодингер,  $i\hbar\partial_t\mathbf{c}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{c}(t)$ , където векторът  $\mathbf{c}(t) = [c_1(t), c_2(t)]^T$  съдържа амплитудите на двете състояния. Хамилтонианът в приближение на въртяща се вълна (ПВВ) е:

$$\mathbf{H}(t) = (\hbar/2)\Omega(t) e^{-i\delta(t)}|1\rangle\langle 2| + \text{H.c.}, \quad (34)$$

като  $\delta(t) = \int_0^t \Delta(t')dt'$ , където  $\Delta = \omega_0 - \omega$  е детюинга между честотата на полето  $\omega$  и честотата на Бор  $\omega_0$ . Честотата на Раби  $\Omega(t) = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}(t)/\hbar$  показва каплинга между електричното поле  $\mathbf{E}(t)$  и диполния момент на прехода  $\mathbf{d}$ . Както  $\Omega(t)$ , така и  $\Delta(t)$  могат да зависят от времето в общия случай.

Както и в предните глави, динамиката на системата се описва от пропагатор  $\mathbf{U}$ , който в този случай параметризираме с четирите реални променливи на Stückelberg —  $p$  ( $0 \leq p \leq 1$ ),  $q = 1 - p$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  — като

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} e^{i\alpha}\sqrt{q} & e^{i\beta}\sqrt{p} \\ -e^{-i\beta}\sqrt{p} & e^{-i\alpha}\sqrt{q} \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Ако системата в началния момент е в състояние  $|1\rangle$  (или  $|2\rangle$ ), то  $p$  е вероятността за преход, а  $q$  вероятността да не се осъществи преход от едното състояние в другото. Постоянно фазово отместване  $\phi$  на Раби честотата,  $\Omega(t) \rightarrow \Omega(t) e^{i\phi}$ , се отразява в пропагатора  $\mathbf{U}(\phi)$  като  $\beta \rightarrow \beta + \phi$  в Ур. (35) [5]. Следователно, пропагаторът за КИ от  $n$  импулса, всеки с относителна фаза  $\phi_k$ , става

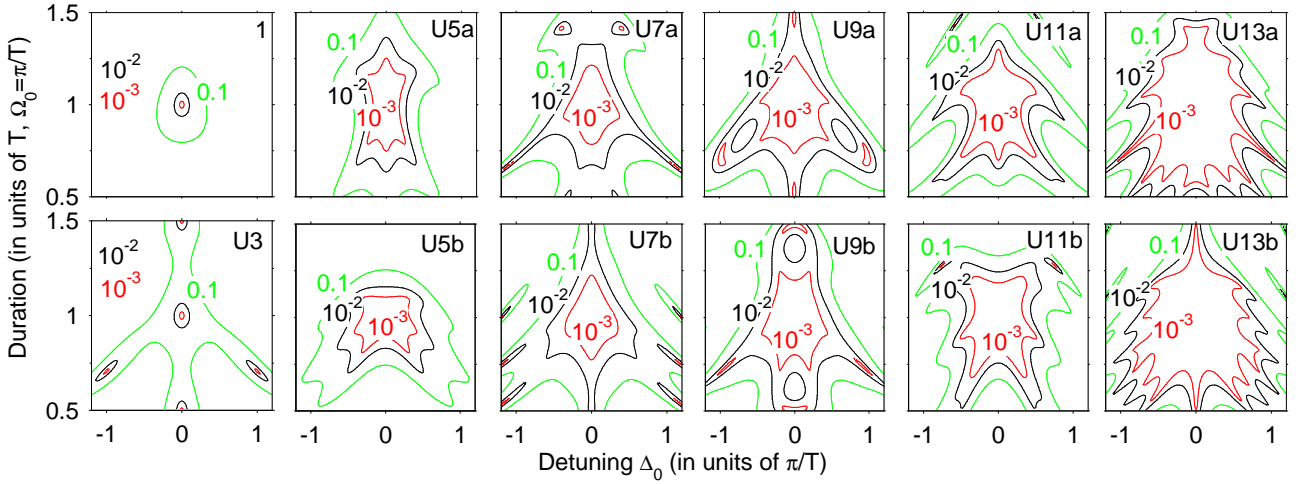
$$\mathbf{U}^{(n)} = \mathbf{U}(\phi_n) \cdots \mathbf{U}(\phi_2)\mathbf{U}(\phi_1), \quad (36)$$

Импулс	Фази
U3	$(0, 1, 0)\pi/2$
U5a	$(0, 5, 2, 5, 0)\pi/6$
U5b	$(0, 11, 2, 11, 0)\pi/6$
U7a	$(0, 11, 10, 17, 10, 11, 0)\pi/12$
U7b	$(0, 23, 10, 5, 10, 23, 0)\pi/12$
U9a	$(0, 0.635, 1.35, 0.553, 0.297, 0.553, 1.35, 0.635, 0)\pi$
U9b	$(0, 1.635, 1.35, 1.553, 0.297, 1.553, 1.35, 1.635, 0)\pi$
U11a	$(0, 0.574, 0.085, 0.378, 0.553, 1.105, 0.553, 0.378,$ $0.085, 0.574, 0)\pi$
U11b	$(0, 1.574, 0.085, 1.378, 0.553, 0.105, 0.553, 1.378,$ $0.085, 1.574, 0)\pi$
U13a	$(0, 9, 42, 11, 8, 37, 2, 37, 8, 11, 42, 9, 0)\pi/24$
U13b	$(0, 33, 42, 35, 8, 13, 2, 13, 8, 35, 42, 33, 0)\pi/24$
U25a	$(0, 5, 2, 5, 0, 11, 4, 1, 4, 11, 2, 7, 4, 7, 2, 11, 4, 1, 4, 11,$ $0, 5, 2, 5, 0)\pi/6$
U25b	$(0, 11, 2, 11, 0, 5, 4, 7, 4, 5, 2, 1, 4, 1, 2, 5, 4, 7, 4, 5,$ $0, 11, 2, 11, 0)\pi/6$

Таблица 1: Фази на универсалните широколентови КИ, където броят на съставните импулси  $n$  е отбелязан в името на съответния КИ. Порядък  $j_{\max} = 0$  за  $n = 3$ ,  $j_{\max} = 1$  за  $n = 5$  to  $11$ ,  $j_{\max} = 2$  за  $n = 13$  и  $j_{\max} = 4$  за  $n = 25$ .

където, както и в общия случай,  $\phi_1, \dots, \phi_n$  са контролни параметри.

Целта ни е да прехвърлим цялата заселеност от състояние  $|1\rangle$  в състояние  $|2\rangle$  когато се прилага *напълно неизвестен* импулс. Освен това, бихме искали да сме устойчиви на изменение на параметрите на импулса: неговата Раби честота, продължителност, на евентуален детюнинг, динамично Щарково отместване, нежелан чърп и др. Единственото изискване е динамиката на заселеността да е ограничена до системата с две състояния, да няма процеси на декохерентност при действието на КИ и  $q < 1$  (което съответства на ненулево възбуждане от страна на единичния импулс). Математически, целта ни е да максимизираме вероятността за преход  $P^{(n)} = |U_{21}^{(n)}|^2$ . Не правим никакви допускания относно съставните импулси на КИ, което ни дава основание да използваме термина “универсални” – тези КИ компенсират *всеки* дефект, свързан с взаимодействието. Единственото ни допускане е, че съставните импулси са еднакви и че можем да контролираме относителните им фази  $\phi_k$ .



Фигура 12: Неточност спрямо продължителност на съставния импулс и наличие на постоянен детюнинг  $\Delta_0$  за единичен правоъгълен импулс и универсален КИ с фази от Таблица 1.

### Извеждане

За извеждане на фазите на КИ разглеждаме елемента на пропагатора  $U_{11}^{(n)}$  на КИ от  $n$  импулса, който може да се развие в ред спрямо  $q$ ,

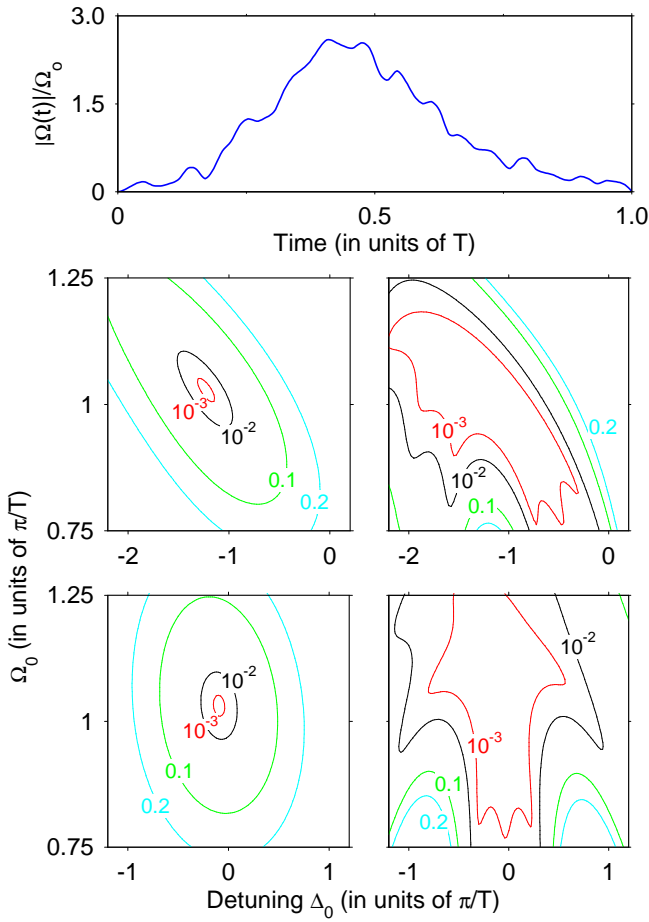
$$U_{11}^{(n)} = \sum_{j=1}^n c_{nj} q^{j/2}, \quad (37)$$

където коефициентите  $c_{nj}$  зависят единствено от фазите  $\phi_k$  и  $\alpha$ . Избираме такива фази, за които коефициентите  $c_{nj}$  са нула за всяко  $\alpha$  до възможно най-високия им порядък  $j_{\max}$ . Обикновено задачата има повече от едно решение, поради което избираме това, които минимизира и сумата на абсолютните стойности на коефициентите от следващия порядък  $j_{\max} + 1$  (или  $j_{\max} + 2$  ако коефициентите от порядък  $j_{\max} + 1$  се нулират). Използваме симетрични поредици, при които фазите изпълняват анаграмното условие  $\phi_{n+1-k} = \phi_k$  ( $k = 1, 2, \dots, (n-1)/2$ ); такива симетрични КИ автоматично нулират всички  $c_{nj}$  за четни  $j$ . Вероятността за преход на симетричните КИ, които нулират всички коефициенти до порядък  $j_{\max}$ , е:

$$P_2^{(n)} = 1 - |U_{11}^{(n)}|^2 \sim 1 - \mathcal{O}(q^{j_{\max}+2}). \quad (38)$$

Следователно, тъй като  $q < 1$ , можем да направим неточността на КИ възможно най-малка като нулираме  $c_{nj}$  до възможно най-голям порядък  $j$ , използвайки по-дълги КИ.

В Таблица 1 са показани няколко симетрични КИ. За всеки брой  $n$ , има две поредици: тези с етикет “а” се представят малко по-добре при вариации в площта на импулса, докато тези с етикет “б” имат по-добра ефективност при нежелан детюнинг. Фигура 12 показва действието на универсалните КИ от

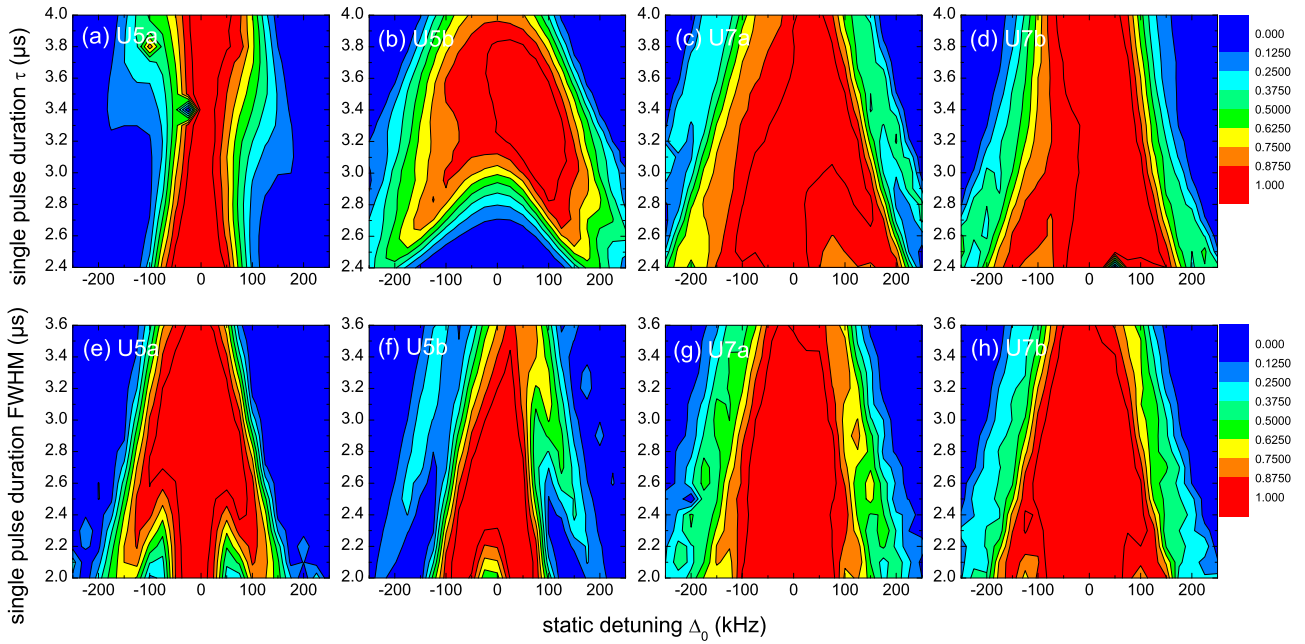


Фигура 13: Неточност когато големината на честотата на Раби по време на всеки импулс има произволна форма, макар и една и съща за всеки импулс, форма (показана в горната рамка) за: един импулс (лява колона) и U5a композитен импулс с фази, описани в Таблица 1 (дясна колона), където  $T$  е продължителността на всеки (съставен) импулс. Среден ред: детюнигът е  $\Delta(t) = \Delta_0 + C(t - t_i^{(k)}) + 0.1\Omega(t - t_i^{(k)})^2$  for  $t \in [t_i^{(k)}, t_f^{(k)}]$ ,  $C = 0.05\pi/T$  е линеен чърп, а елементът  $0.1\Omega(t - t_i^{(k)})^2$  е включен за моделиране на Щарково отместване. Долен ред: детюнигът е  $\Delta(t) = \Delta_0$ , а  $\omega = 6\pi/T$ , т. е. приближението на въртящата се вълна не е валидно далече от резонанс

Таблица 1. Ясно се вижда, че ефективността на прехвърлянето на заселеност нараства значително при по-дълги поредици.

Почти всички нерезонансни КИ в литературата са изведени въз основа на определени допускания за формата на съставните импулси. Повечето от тях са за правоъгълни импулси. Други имат за изискване Раби честотата да е четна функция на времето, а детюнигът да има друга симетрия - напр. да е константен или да е антисиметрична (нечетна) функция на времето [30]. Тези допускания опростяват пропагатора на системата, тъй като  $\alpha$  и/или  $\beta$  стават нула или  $\pm\pi/2$ . В такива случаи могат да се изведат и по-ефективни от универсалните КИ, които компенсират грешки в определен параметър (напр. Раби честотата). Тези импулси, обаче, обикновено не работят когато съответните допускания не са изпълнени и в този смисъл не са универсални.

Универсалността на тези КИ е показана на Фиг. 13, където е приложена универсална поредица от импулси с произволно избрана форма. В симулацията са включени и произволно избран линеен чърп и е моделирано Щарково отместване. Поредицата U5a запазва своя устойчив профил на възбуждане по отношение на грешки в Раби честотата и детюнига дори в случай на непрецизно приложено поле. Освен това, фигурата показва, че КИ запазва своята ефективност дори когато приближението на въртяща се вълна не е в сила.



Фигура 14: Ефективност на съхранението на светлина  $\eta$  (т.е. ефективност на рефазиране) спрямо нежелан статичен детюнинг  $\Delta_0$  и продължителността на единичен импулс  $\tau$  за различни поредици от рефазирани импулси. Времето на съхранение е  $600 \mu\text{s}$ . Горен ред: (a)-(d) правоъгълни импулси. Долен ред: (e)-(h) импулси с форма на Гаусиан. Фазите и наименованията на отделните импулси са определени в Таблица 1.

### Експериментално приложение

Разглеждаме зависимостта на ефективността на съхранението на светлина (т.е. ефективността на рефазиране) в експеримента, описан в Глава 6, като използваме универсални ширококолентови импулси, вместо РАП и КАП. Използват се правоъгълни импулси и импулси с форма на Гаусиан при максималната допустима мощност от източника на РЧ. Максималната Раби честота на РЧ импулси е  $\Omega_{\text{RF}} \approx 2\pi \times 145 \text{ kHz}$ . Това ни позволява да използваме  $\pi$  импулси с кратка продължителност от няколко  $\mu\text{s}$ .

Фигура 14 показва ефективността на съхранението на светлина  $\eta$  спрямо наличието на нежелан статичен детюнинг и продължителността на един импулс за универсални КИ с фази и наименования, определени в Таблица 1. Както се вижда, ефективността на рефазиране съответства на теоретичните симулации, показани на Фиг. 12. Освен това, експерименталните данни потвърждават, че универсалните ширококолентови импулси увеличават ефективността си при нарастване на броя на импулсите, както за правоъгълни, така и за импулси с форма на Гаусиан.

# Част 4. Аналогии на техники за кохерентен контрол в други физични системи

## Глава 8. Точни аналитични модели за промяна на поляризацията на светлина

Разглеждаме електромагнитна вълна, движеща се в посока  $z$  през анизотропна диелектрична среда без загуби, зависими от поляризацията. Поляризацията на светлината се описва от Стокс вектора  $\mathbf{S}(z) = [S_1(z), S_2(z), S_3(z)]^T$ , който се изобразява върху сферата на Поанкаре, показана на Фиг. 15. Изменението на поляризацията се определя от следното уравнение на въртящия момент за Стокс вектора [36–45]:

$$\frac{d}{dz}\mathbf{S}(z) = \Omega(z) \times \mathbf{S}(z), \quad (39)$$

където  $\Omega(z) = [\Omega_1(z), \Omega_2(z), \Omega_3(z)]^T$  са компонентите на вектора на двойно лъчепречупване на средата. Компонентите на Стокс вектора могат да се запишат като комбинации на две комплексни променливи  $s_n(z)$  ( $n = 1, 2$ ) [46]:

$$S_1(z) = s_1^*(z)s_2(z) + s_1(z)s_2^*(z), \quad (40a)$$

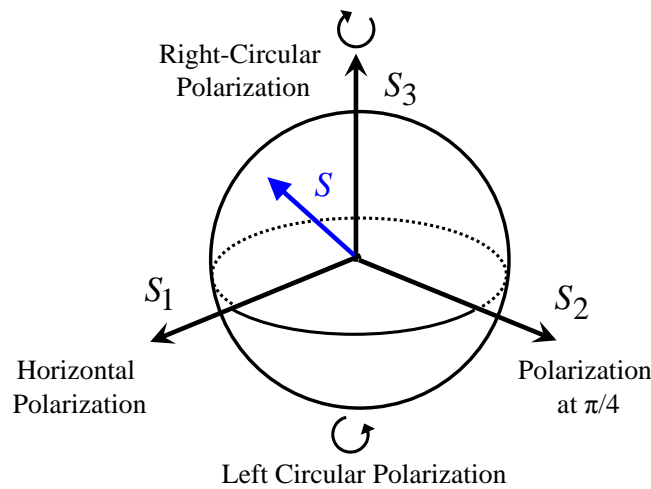
$$S_2(z) = -i[s_1^*(z)s_2(z) - s_1(z)s_2^*(z)], \quad (40б)$$

$$S_3(z) = |s_1(z)|^2 - |s_2(z)|^2. \quad (40в)$$

Времевата зависимост на тези нови променливи се определя от уравнението,

$$2i\frac{d}{dz}\mathbf{s}(z) = \mathbf{H}(z)\mathbf{s}(z), \quad (41)$$

$$\mathbf{H}(z) = \Omega_1(z)\boldsymbol{\sigma}_1(z) + \Omega_2(z)\boldsymbol{\sigma}_2(z) + \Omega_3(z)\boldsymbol{\sigma}_3(z), \quad (42)$$



Фигура 15: Изображение на Стокс вектора върху сферата на Поанкаре.



където  $\mathbf{s}(z) = [s_1(z), s_2(z)]^T$  и  $\mathbf{H}(z)$  са ермитови матрици, които съответстват на Хамилтониана на квантова система с две състояния, където  $\boldsymbol{\sigma}_n$  са матриците на Паули. Матрицата на еволюцията (пропагаторът) за променливите  $s_1(z)$  и  $s_2(z)$  се параметризира с четири реални параметъра  $a, b, c, d$ :

$$\begin{bmatrix} s_1(z_f) \\ s_2(z_f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a + ib & c + id \\ -c + id & a - ib \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(z_i) \\ s_2(z_i) \end{bmatrix}, \quad (43)$$

където  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1$ . “Вероятността за преход” в задачата за системата с две състояния е  $p = c^2 + d^2$ , докато  $a^2 + b^2 = 1 - p$  дава “вероятността за връщане в началното състояние”. Изменението на Стокс вектора се определя от  $\mathbf{S}(z_f) = \mathbf{U}(z_f, z_i)\mathbf{S}(z_i)$ , където

$$\mathbf{U}(z_f, z_i) = \begin{bmatrix} a^2 - b^2 - c^2 + d^2 & -2(ab + cd) & 2(ac - bd) \\ 2(ab - cd) & a^2 - b^2 + c^2 - d^2 & 2(ad + bc) \\ -2(ac + bd) & -2(ad - bc) & a^2 + b^2 - c^2 - d^2 \end{bmatrix}. \quad (44)$$

Въз основа на това решение могат да се изведат условията за някои основни случая на манипулация на поляризацията на светлина: (i) За трансформация на дясно кръгово поляризирана в ляво кръгово поляризирана светлина е необходимо  $a = b = 0$ , т.е. вероятност за преход  $p = 1$  при съответната квантова система с две състояния. (ii) За трансформация на дясно кръгово поляризирана в линейно поляризирана светлина (и обратно) е необходимо  $a^2 + b^2 = c^2 + d^2 = 1/2$ , което съответства на вероятност за преход от  $p = 1/2$ .

### Модели с точни аналитични решения

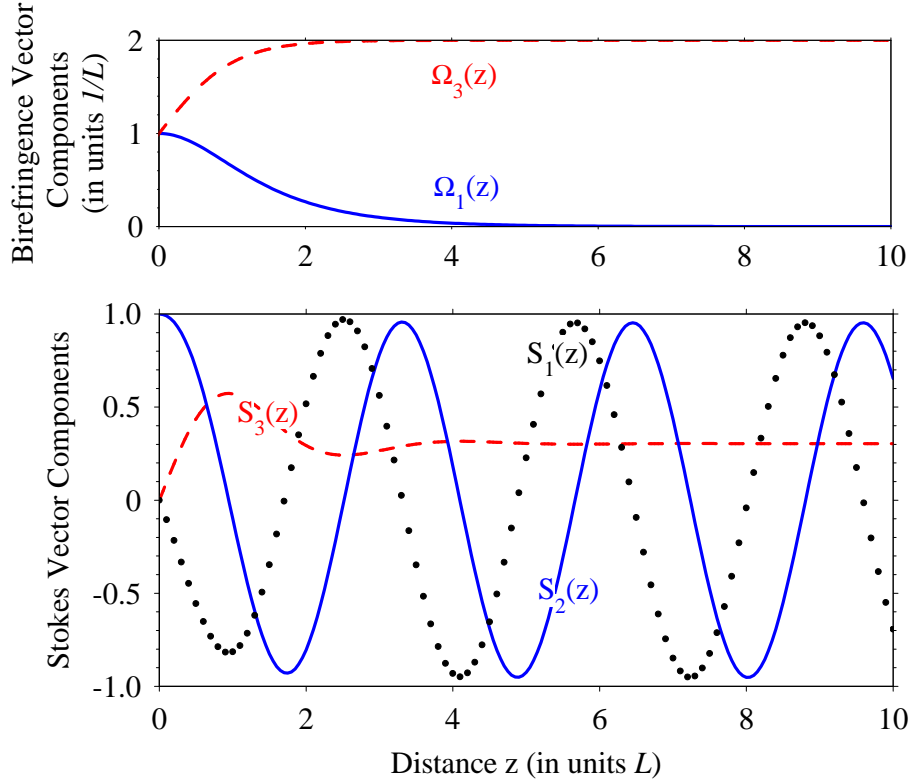
Уравнение (44) позволява директното използване на известните точни аналитични решения на квантови системи с две състояния за извеждането на точни аналитични решения за изменението на поляризацията на светлината преминаваща през среда с двойно лъчепречупване, напр. едномерен (резонансен) модел, популярният Ландау-Зинер модел [47, 48] (в крайната му форма), гъвкавият модел на Демков-Кюнике (ДК) [49, 50] (също в крайната му версия). Компонентите на вектора на двойно лъчепречупване при крайния ДК модел са:

$$\Omega_1(z) = \Omega_0 \operatorname{sech}(z/L), \quad (45a)$$

$$\Omega_2(z) = 0, \quad (45б)$$

$$\Omega_3(z) = \Delta_0 + B_0 \tanh(z/L), \quad (45в)$$

за  $z_i \leq z \leq z_f$ , а  $\Omega_k = 0$  ( $k = 1, 2, 3$ ).



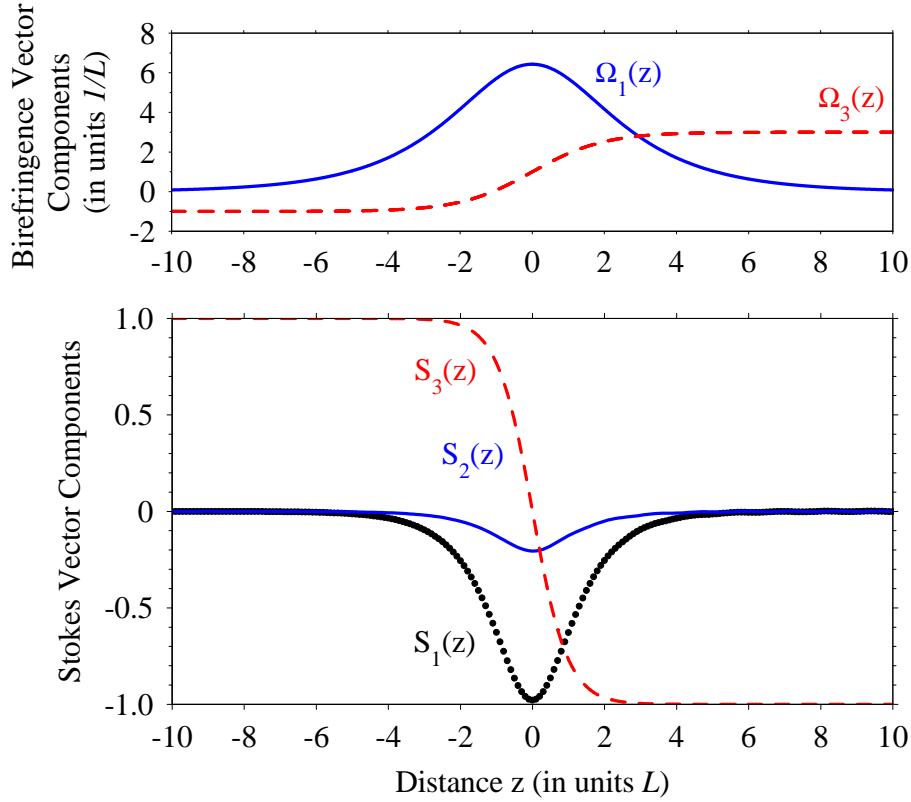
Фигура 16: Трансформация на линейна поляризация,  $\phi = \pi/4$ , с вектор на двойно лъчепречупване, съответстващ на модела на Демков-Кюника с  $\Omega_0 = 1/L$ ,  $\Delta_0 = 1/L$ ,  $B_0 = 1/L$  и  $z_i = -10L$  (Ур. (46)).

Параметрите на пропагатора за този модел за всяко  $z_i$  и  $z_f$  са:

$$a + ib = e^{i\frac{\Phi(z_f, z_i)}{2}} [F_1(z_f)F_1^*(z_i) + \frac{|\alpha|^2 2^{-4\Im(\beta)}}{|1 - \nu|^2} \times F_2(z_f)F_2^*(z_i)\xi(z_f)^{1-\nu}\xi(z_i)^\nu] \quad (46a)$$

$$c + id = \frac{-i\alpha 2^{2i\beta}}{1 - \nu} e^{i(\frac{\Phi(z_f, z_i)}{2} - \Phi_0)} \times [F_2(z_f)F_1(z_i)\xi(z_f)^{1-\nu} - F_1(z_f)F_2(z_i)\xi(z_i)^{1-\nu}] \quad (46b)$$

където  $\alpha = \Omega_0 L/2$ ,  $\beta = B_0 L/2$ ,  $\delta = \Delta_0 L/2$ ,  $\lambda = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} - i\beta$ ,  $\mu = -\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} - i\beta$ ,  $\nu = \frac{1}{2} + i(\delta - \beta)$ ,  $\Phi_0 = \int_{z_i}^0 \Omega_3(z') dz'$  и  $\Phi(z, z_i) = \int_{z_i}^z \Omega_3(z') dz'$ . При това,  $F_1(z) \equiv F(\lambda, \mu, \nu, \xi(z))$  и  $F_2(z) \equiv F(\lambda + 1 - \nu, \mu + 1 - \nu, 2 - \nu, \xi(z))$  са хипергеометрични функции, където  $\xi(z) = [\tanh(z/L) + 1]/2$ . Формулите за елементите на пропагатора за всяко  $z_i$  са обобщение на тези, изведени от [51] за специалния случай когато  $z_f = -z_i$  и  $\beta = 0$  (краен модел на Розен-Зинер).



Фигура 17: Трансформация на дясно кръгово поляризирана светлина в ляво кръгово поляризирана при вектор на двойно лъчепречупване, съответства на модела на Демков-Кюнике с параметри, които удовлетворяват адиабатното условие (47):  $\Omega_0 = 5/L$ ,  $\Delta_0 = 0$ ,  $B_0 = 5/L$  (Ур. (46)).

### Бърза адиабатна еволюция на Стокс вектора

В границата на голяма ротационна мощност (съответстваща на голяма площ на импулса в квантовата физика), когато е изпълнено адиабатното условие за ДК модела:

$$\int_{z_i}^{z_f} |\Omega(z)| dz \gg 1, \quad \Omega_0 \geq B_0 \geq \frac{1}{L}. \quad (47)$$

еволюцията на Стокс вектора на поляризацията става адиабатна. При ДК модела се наблюдава “пресичане на ниво” и следователно е точно решим модел на РАП [1, 2, 52, 53]. По отношение на манипулацията на поляризацията на светлината, РАП е широколентова техника за устойчиво адиабатно преобразуване на поляризацията, която е приложима за широк обхват от честоти. Освен това, РАП е устойчив на изменения в дължината на пропагиране, ротационната мощност и други параметри. Устойчивостта по отношение на изминатата дължина е демонстрирана на Фиг. 17. Тази фигура показва, че Стокс векторът е доста устойчив на промени в  $z$  при  $z \rightarrow +\infty$  за разлика от предходната фигура, където той осцилира с изменението на  $z$ .

## Глава 9. Композитни кристали за сумиране на честоти

В тази глава използваме аналогия на техниката на композитните импулси при процеса на сумиране на честоти (ПСЧ). Този метод е важна алтернатива на вече утвърдените адиабатни техники [54], тъй като се нуждае от много по-малък интензитет и дължина на нелинейния кристал. Друго важно предимство на композитните кристали е, че при приложение в нелинейния режим (намаляваща напompваща вълна) при тях се запазват основните характеристики на линейния случай (в приближение на ненамаляваща напompваща вълна).

ПСЧ се описва в приближение на бавнопроменяща се амплитуда [54–56] със следните симетрични свързани вълнови уравнения:

$$i \frac{d}{dz} B_1 = \tilde{\Omega} B_2^* B_3 \exp[-i\phi(z)], \quad (48a)$$

$$i \frac{d}{dz} B_2 = \tilde{\Omega} B_1^* B_3 \exp[-i\phi(z)], \quad (48б)$$

$$i \frac{d}{dz} B_3 = \tilde{\Omega} B_1 B_2 \exp[i\phi(z)], \quad (48в)$$

където  $\phi(z) = \int \Delta k(z) dz$  е общата акумулирана фаза, определяща се от параметъра на ефективното фазово несъответствие  $\Delta k = \Delta k_0 - \Delta k_\Lambda$  [54]. Последният представлява разликата между дисперсионното фазово несъответствие  $\Delta k_0 = k_1 + k_2 - k_3$  и изкуственото фазово несъответствие  $\Delta k_\Lambda = 2\pi/\Lambda$ , където  $\Lambda$  периода на модулация на сегментите на деленията и може да се променя по протежение на дължината на пропагиране [54]. Освен това,  $\tilde{\Omega} = -4\pi i \chi^{(2)} \omega_1 \omega_2 \omega_3 / (c \sqrt{k_1 k_2 k_3})$  е каплинг коефициент,  $z$  е позицията по протежение на оста на пропагиране,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_3$  са честотите, съответно, на напompващата вълна, входния сигнал и получените вълни,  $k_1$ ,  $k_2$  and  $k_3$  са съответните им вълнови числа, а  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  са съответните амплитуди. Накрая,  $c$  е скоростта на светлината във вакуум, а  $\chi^{(2)}$  квадратичната нелинейност на кристала.

Обикновено, трите свързани нелинейни уравнения (48) се опростяват като се приеме, че входната напompваща вълна е много по-силна от входния сигнал и следователно амплитудата на първата може да се смята за постоянна (приближение на ненамаляваща напompваща вълна) във времето: ( $B_1 = \text{const}$ ). Извършваме следните замествания  $\Omega = 2\tilde{\Omega} B_1$ ,  $\Lambda(z) = 2\pi/(\Delta(z) + \delta(z))$ ,  $A_2 = B_2 \exp[i\phi(z)/2]$  and  $A_3 = B_3 \exp[-i\phi(z)/2]$ , при което

$$i \partial_z \mathbf{A}(z) = \mathbf{H}(z) \mathbf{A}(z), \quad \mathbf{A}(z) = [A_2(z), A_3(z)]^T \quad (49a)$$

$$\mathbf{H}(z) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\Delta k(z) & \Omega^*(z) \\ \Omega(z) & \Delta k(z) \end{bmatrix}. \quad (49б)$$

Чрез еднозначно съответствие на зависимостта от координатата  $z$  и времето  $t$ ,  $z \rightarrow t$ , Ур. (49) се превръща в традиционното уравнение на Шрьодингер за система с две състояния [1, 2, 52, 57]. Изменението на двете вълни се описва с пропагатора  $\mathbf{U}$ , който свързва стойностите на амплитудите в началната и крайната точка:  $z_i$  и  $z_f$ :

$$\mathbf{A}(z_f) = \mathbf{U}(z_f, z_i)\mathbf{A}(z_i), \quad \mathbf{U}(z_f, z_i) = \begin{bmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{bmatrix} \quad (50)$$

където  $a$  и  $b$  са комплексните параметри на Cayley-Klein ( $|a|^2 + |b|^2 = 1$ ). Ако първоначално  $A_3(z_i) = 0$ , то  $p = |b|^2 = 1 - |a|^2$  представлява ефективността на ПСЧ. В случая на фазово съответствие, което отговаря на резонансно възбуждане в квантовата физика,  $\Delta k = 0$ , а ефективността на ПСЧ е  $p = \sin^2(S/2)$ , при което  $S = \int_{z_i}^{z_f} \Omega(z)dz$ . Следователно, пълното прехвърляне на енергия от сигнала към изходящата вълна се осъществява при  $S = \pi$  или нечетноратно на  $\pi$  [43, 54–56].

В случай на фазово несъответствие, Ур. (49) се решава лесно за  $\Omega(z) = \text{const}$  и  $\Delta k(z) = \text{const}$ , което съответства на добре познатия Раби модел в квантовата оптика. При това, обаче, ефективността на ПСЧ е чувствителна както към вариации в  $S_e = L\sqrt{\Omega^2 + \Delta k^2}$  ( $L = z_f - z_i$ ), така и към фазовото несъответствие. Чувствителността към тези грешки може да се намали значително ако заменим единичния кристал с поредица от много локални периоди на модулация на кристала с квази фазово несъответствие (композилен кристал).

### Квази универсални композитни кристали

Разглеждаме кристал с квази-фазово съответствие с  $N$  отделни сегмента. Във всеки сегмент  $j$  контролираме дължината на периода на модулация  $L_j$  и  $\delta(t) = \delta_j$ . В приближение на ненамаляваща напмпваща вълна, задачата става линейна и общата матрица на еволюцията е произведение на  $N$  пропагатора (от ляво надясно),

$$\mathbf{U}^{(N)} = \mathbf{U}(L_N, \delta_N) \dots \mathbf{U}(L_2, \delta_2) \mathbf{U}(L_1, \delta_1). \quad (51)$$

Нашата цел е да конструираме поредици, които съответстват на универсалните ширококолентови композитни импулси за квантови системи с две състояния, описани в глава 7 [58], като използваме сегменти с две различни дължини,  $L_o$  и  $L_e$ . Тези поредици са устойчиви на отклонения във всеки експериментален параметър. В този случай използваме  $\gamma_j$  и  $L_j$  като контролни параметри, съответстващи на всеки сегмент на КИ, вместо постоянно фазово отместване на  $\Omega$ , подобно на [58].

Избираме  $\Delta k(z) = \Delta k_0$  за някаква определена честота, т.е. имаме точно фазово съответствие за тази честота при  $\delta_j = 0$ . Поредицата има нечетен

КИ	Фази $(\varphi_1, \varphi_3, \dots, \varphi_{2n+1})$
U3	$(0, 1, 0)\pi/2$
U5	$(0, -1, 2, -1, 0)\pi/6$
U7	$(0, -1, 10, 5, 10, -1, 0)\pi/12$
U9	$(0, -0.37, -0.65, -0.45, 0.30, -0.45, -0.65, -0.37, 0)\pi$
U13	$(0, 9, 42, 11, 8, 37, 2, 37, 8, 11, 42, 9, 0)\pi/24$

Таблица 2: Фази  $\varphi_{2m-1}$  на универсалните композитни кристали, където броят на сегментите  $n$  е включен в съответното име на КИ.

брой сегменти, т.е.  $N = 2n - 1$ , а дължината на  $j$ -тия сегмент е:

$$L_j = \begin{cases} L_o, & j = 2m - 1 \ (m = 1, 2, \dots, n), \\ L_e, & j = 2m \ (m = 1, 2, \dots, n - 1), \end{cases} \quad (52)$$

където  $L_o$  и  $L_e$  се избират, така че  $S = \Omega_0[nL_o + (n - 1)L_e] = N\pi$ , т.е. да се постигне максимална ефективност на ПСЧ в случай на фазово съответствие при композитния кристал. По-долу описваме как се изчисляват дължините на четните и нечетните сегменти.

Като следваща стъпка, дефинираме  $\delta(z) = \gamma(z)/L_e$  и избираме  $\gamma(z) = \gamma_j = \text{const}$  във всеки  $j$ -ти сегмент на кристала. Освен това,

$$\gamma(z) = \begin{cases} \gamma_{2m-1} = 0, & j = 2m - 1, \ m = 1 \dots n, \\ \gamma_{2m}, & j = 2m, \ m = 1 \dots n - 1. \end{cases} \quad (53)$$

Подходящият избор на  $\gamma_{2m-1} = 0$  осигурява, че  $\varphi(z) \equiv \int_0^z \delta_0(z') dz' \equiv \varphi_{2m-1}$  е константа в нечетните сегменти. Композитният пропагатор добива следния вид:

$$\mathbf{U}^{(N)} = \mathbf{U}_o(0) \mathbf{U}_e(\gamma_{2n}) \dots \mathbf{U}_e(\gamma_2) \mathbf{U}_1(0). \quad (54)$$

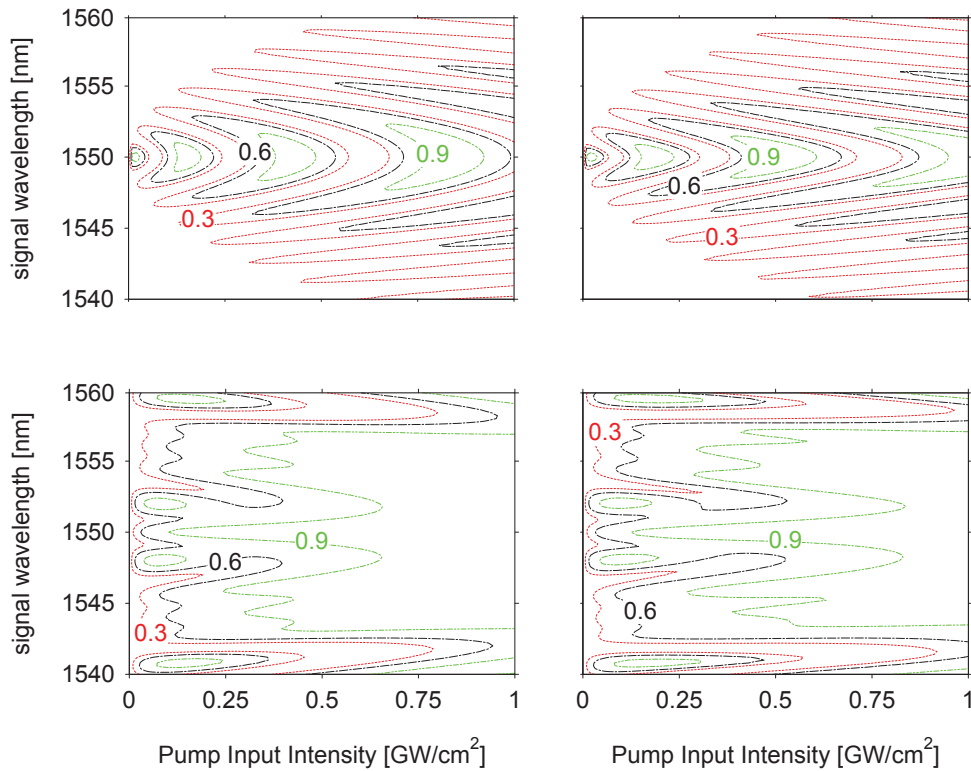
Избираме  $\gamma_{2m}$  и  $L_e$  така че

$$\mathbf{U}(L_e, \gamma_{2m}) \rightarrow \begin{bmatrix} e^{-i\gamma_{2m}} & 0 \\ 0 & e^{i\gamma_{2m}} \end{bmatrix}, \quad (55)$$

т.е.  $|\gamma_{2m}| \rightarrow \min$  (последното е необходимо, тъй като  $|\delta_{2m}| \rightarrow \min$ ). Стойностите на  $\varphi_{2m-1}$  съответстват на фазите на универсалните широколентови КИ, описани в Глава 7 и са дадени в Таблица 2, докато стойностите на  $\gamma_{2m}$  се изчисляват по формулата:

$$\gamma_{2m} = \varphi_{2m+1} - \varphi_{2m-1}. \quad (56)$$

Посредством числени симулации се установява, че съотношението  $L_e/L_o = 0.125$  е сравнително най-добро за ефективен ПСЧ за почти всички стойности на  $\gamma_{2m}$ . По-високите съотношения водят до резултат, който е доста различен



Фигура 18: Числена симулация на ефективността на ПСЧ спрямо входния интензитет на напмпващата вълна и дължината на вълната на сигнала. *Левни рамки*: ненамаляваща напмпваща вълна,  $|B_1|^2 = 100|B_2|^2$ ; *Десни рамки*: намаляваща напмпваща вълна,  $|B_1|^2 = 4|B_2|^2$ . Използване на композитни кристали за ПСЧ (най-долу) и стандартна периодично поляризирана структура, предназначена да постигне точно фазово съответствие при 1550 nm (горни рамки).

от този на съответстващите универсални КИ [58]. При по-ниски съотношения, от друга страна, се появяват нежелани осцилации на ефективността, поради високите стойности на  $\delta_{2m} = \gamma_{2m}/L_e$ .

*Симулация с калиев фосфат-титанов оксид*: Симулираме числено ПСЧ в реален кристал: калиев фосфат-титанов оксид (КТР). КТР има широк честотен обхват на прозрачност, висок праг на оптична повреда и др. [59, 60]. На Фиг. 18 са сравнени ефективността на ПСЧ на стандартен периодично модулиран кристал, проектиран за фазово съответствие при 1550 nm (горни рамки) и композитен КТР кристал (долните рамки) спрямо входната интензивност на входящата напмпваща вълна. Левите рамки се отнасят за линейния режим (ненамаляваща напмпваща вълна), а десните - за нелинеен режим (намаляваща напмпваща вълна). Както се вижда, композитният кристал се представя еднакво по-добре от единичния кристал както при линейния, така и при нелинейния режим.

## Основни приноси в дисертационния труд

1. В глава 4 (част 2) е показано как техниката на композитните импулси може да се използва за прецизна и устойчива манипулация на два вида многомерни квантови системи: системи със  $SU(2)$  динамична симетрия и такива, подлежащи на трансформация на Морис-Шор. Представени са редица примери, които показват, че използването на композитни импулси дава разнообразни възможности за кохерентен контрол на многомерни системи.
2. В глава 5 (част 2) е представена нова ефективна техника за автоматична компенсация на грешки при кохерентно възбуждане в многомерни системи. Техниката използва композитни импулси за динамично подтискане на нежелани преходи, като едновременно с това се осъществява устойчив контрол върху изолираната система с две състояния, т. нар. кубит. Методът е демонстриран за системи с три и четири състояния, свързани по подобие на латинските букви V,  $\Xi$  and Y.
3. В глава 6 (част 3) е представен резултата от първото експериментално приложение на композитен адиабатен преход (КАП). При експеримента се използва КАП с радиочестотни импулси за ефективен и устойчив пренос на заселеност за рефазирание на атомни кохерентности, т.е. кохерентни суперпозиции на две състояния. Използва се концепцията за съхранение на светлина чрез електромагнитно-индуцирана прозрачност на средата. Експериментът е осъществен от групата на проф. Томас Халфманн от ТУ Дармщадт, Германия с теоретичната подкрепа на автора на настоящата дисертация и неговия научен ръководител.
4. В глава 7 (част 3) са изведени нови широколентови универсални композитни импулси за ефективен и устойчив пренос на заселеност, които компенсират нежелани отклонения във *всеки* експериментален параметър и са приложими за импулси с произволна форма. Единствените направени допускания са, че се използва кохерентно възбуждане и че съставните импулси са еднакви (с изключение на фаза). Описана е процедурата за извеждане на фазите на тези импулси и са дадени примери за приложения при импулси с различна форма за компенсиране на нежелан детюнинг, Щарково отместване, чърп и др. Теоретичните симулации са потвърдени експериментално от групата на проф. Томас Халфманн от ТУ Дармщадт, Германия с теоретичната подкрепа на автора на настоящата дисертация и неговия научен ръководител.



5. В глава 8 (част 4) е използвана аналогията между математическото описание на динамиката на кохерентно възбуждане на система с две състояния и уравнението за изменението на Стокс вектора, описващ поляризацията на светлината. Представени са точни аналитични решения за различни модели за манипулация на поляризацията, включително модел в едно измерение, модел на Ландау-Зинер и модел на Демков-Кюнике в крайната им форма. Даден е пример за устойчиво, ахроматично манипулиране на поляризацията при подходящ избор на компонентите на вектора на двойно лъчепречупване, които съответстват на бърз адиабатен преход в система с две състояния.
6. В глава 9 (част 4) е разработена високоефективна, широколентова техника за сумиране на честоти чрез използването на композитни нелинейни кристали, приложима за широк обхват на експерименталните параметри. Техниката е важна алтернатива на установените в литературата адиабатни техники, тъй като изисква по-нисък интензитет и по-малки дължини на нелинейния кристал. Методът на композитните кристали е приложим и когато не е валидно приближението на ненамаляваща напompваща вълна.

# Библиография

- [1] L. Allen and J. H. Eberly, *Optical Resonance and Two-Level Atoms* (Dover, New York, 1987); C. Foot, *Atomic Physics* (Oxford, 2008); F. T. Hioe, Phys. Rev. A **30**, 2100 (1984).
- [2] N.V. Vitanov, M. Fleischhauer, B.W. Shore, and K. Bergmann, Adv. At., Mol., Opt. Phys. **46**, 55 (2001).
- [3] F. Bloch and I. I. Rabi, Rev. Mod. Phys. **17**, 237 (1945).
- [4] J.R. Morris and B.W. Shore, Phys. Rev. A **27**, 906 (1983).
- [5] B.T. Torosov and N.V. Vitanov, Phys. Rev. A **83**, 053420(7) (2011)
- [6] M.H. Levitt, Prog. Nucl. Magn. Reson. Spectrosc. **18**, 61 (1986).
- [7] A.M. Steane and D.M. Lucas, *Quantum Computation with Trapped Ions, Atoms and Light, in Scalable Quantum Computers: Paving the Way to Realization* (Wiley-VCH Verlag, Weinheim, FRG., 2005)
- [8] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2000).
- [9] M. H. Levitt, “Composite Pulses” in “*Encyclopedia of Nuclear Magnetic Resonance*”, (Eds. D. M. Grant and R. K. Harris, Wiley, 1996).
- [10] I. Roos and K. Mølmer, Phys. Rev. A, **69**, 022321 (2004).
- [11] S. Wimperis, JMR Series A **109**, 221-231 (1994).
- [12] R. Tycko, Phys. Rev. Lett. **51**, 775 (1983); R. Tycko, A. Pines, and J. Guckenheimer, J. Chem. Phys. **83**, 2775 (1985).
- [13] H. Häffner, C.F. Roos, and R. Blatt, Phys. Rep. **469**, 155 (2008).
- [14] C. Hill, Phys. Rev. Lett., **98**, 180501 (2007).
- [15] S. S. Ivanov and N. V. Vitanov, Phys. Rev. A **84**, 022319 (2011).
- [16] N. Rosen and C. Zener, Phys. Rev. **40**, 502 (1932).
- [17] M. Steffen, J. M. Martinis, and I. L. Chuang, Phys. Rev. B **68**, 224518 (2003)
- [18] F.T. Hioe, J. Opt. Soc. Am. B **4**, 1327-1332 (1987).
- [19] N.V. Vitanov and K.A. Suominen, Phys. Rev. A **56**, R4377 (1997).
- [20] E. Majorana, Nuovo Cimento **9**, 43 (1932).

- [21] A.A. Rangelov, N.V. Vitanov, and B.S. Shore, *Phys. Rev. A* **74**, 053402 (2006).
- [22] G.S. Vasilev, S.I. Ivanov, and N.V. Vitanov, *Phys. Rev. A* **75**, 013417 (2007).
- [23] E. S. Kyoseva, N. V. Vitanov, and B. W. Shore, *J. Mod. Opt.* **54**, S393 (2007).
- [24] N. V. Vitanov, *J. Phys. B* **33**, 2333 (2000); N. V. Vitanov, Z. Kis, and B. W. Shore, *Phys. Rev. A* **68**, 063414 (2003).
- [25] N.V. Vitanov, *J. Phys. B* **31**, 709 (1998).
- [26] E.S. Kyoseva and N.V. Vitanov, *Phys. Rev. A* **73**, 023420 (2006).
- [27] G.T. Genov, B.T. Torosov, and N.V. Vitanov, *Phys. Rev. A* **84**, 063413 (2011)
- [28] Y. Miroshnychenko, A. Gaëtan, C. Evellin, P. Grangier, D. Comparat, P. Pillet, T. Wilk, and A. Browaeys, *Phys. Rev. A* **82**, 013405 (2010).
- [29] R.G. Unanyan, M. Fleischhauer, B.W. Shore, and K. Bergmann, *Opt. Commun.* **155**, 144 (1998); H. Theuer, R.G. Unanyan, C. Habscheid, K. Klein, and K. Bergmann, *Opt. Express* **4**, 77 (1999).
- [30] B.T. Torosov, S. Guérin and N.V. Vitanov, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 233001 (2011).
- [31] M. Fleischhauer, A. Imamoglu, and J. P Marangos, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 633–673 (2005).
- [32] A. V Turukhin, V. S Sudarshanam, M. S Shahriar, J. A Musser, B. S Ham, and P. R Hemmer, *Phys. Rev. Lett.* **88**(2), 23602 (2001).
- [33] E. L. Hahn, *Phys. Rev.* **80**(4), 580 (1950).
- [34] S. Mieth, D. Schraft, T. Halfmann, and L. P. Yatsenko, *Phys. Rev. A* **86**(6), 063404 (2012).
- [35] M.. F. Pascual-Winter, R.. C. Tongning, R. Lauro, A.. Louchet-Chauvet, T.. Chanelière, and J.-L. Le Gouët, *Phys. Rev. B* **86**(6), 064301 (2012).
- [36] H. Kubo, R. Nagata, *Opt. Commun.* **34** (1980) 306.
- [37] H. Kubo, R. Nagata, *J. Opt. Soc. Am.* **71** (1981) 327.
- [38] H. Kubo, R. Nagata, *J. Opt. Soc. Am.* **73** (1983) 1719.
- [39] K.L. Sala, *Phys. Rev. A* **29** (1984) 1944.
- [40] G. Gregori, S. Wabnitz, *Phys. Rev. Lett.* **56** (1986) 600.
- [41] M.V. Tratnik, J.E. Sipe, *Phys. Rev. A* **35** (1987) 2975.
- [42] A. A. Rangelov, U. Gaubatz and N. V. Vitanov, *Opt. Commun.* **283** (2010) 3891.
- [43] R.W. Boyd, *Nonlinear Optics* 3rd. ed., Academic, New York, 2007.
- [44] F. Bloch, *Phys. Rev.* **70** (1946) 460.
- [45] R. Feynman, F. Venon, R. Hellwarth, *J. Appl. Phys.* **28** (1957) 49.

- [46] A.A. Rangelov, N.V. Vitanov, B.W. Shore, J. Phys. B 42 (2009) 055504.
- [47] L.D. Landau, Physik Z. Sowjetunion 2 (1932) 46.
- [48] C. Zener, Proc. Roy. Soc. Lond. A 137 (1932) 696.
- [49] Yu.N. Demkov, M. Kunike, Vestn. Leningr. Univ. Fiz. Khim. 16 (1969) 39; F.T. Hioe, C.E. Carroll, Phys. Rev. A 32 (1985) 1541; J. Zakrzewski, Phys. Rev. A 32 (1985) 3748; K-A. Suominen, B.M. Garraway, Phys. Rev. A 45 (1992) 374.
- [50] N.V. Vitanov, J. Phys. B 27 (1994) 1351.
- [51] N.V. Vitanov, S. Stenholm, Opt. Commun. 127 (1996) 215.
- [52] N. V. Vitanov, T. Halfmann, B. W. Shore, and K. Bergmann, Annu. Rev. Phys. Chem. **52**, 763 (2001).
- [53] B.W. Shore, Acta Phys. Slovaca 58 (2008) 243.
- [54] H. Suchowski, G. Porat and A. Arie, to be published, Lasers and Photonics Reviews (2013).
- [55] B. E. A. Saleh and M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics* (John Wiley & Sons, New Jersey, 2007).
- [56] A. Yariv and P. Yeh, *Photonics: Optical Electronics in Modern Communications* , 6th ed. (Oxford University Press, New York, 2007).
- [57] B. W. Shore, *The Theory of Coherent Atomic Excitation* (Wiley, New York, 1990).
- [58] G. T. Genov, D. Scaft, N. V. Vitanov, and T. Halfmann, to be published, (2013).
- [59] D. N. Nikogosyan, *Nonlinear Optical Crystals* (Springer, New York, 2005).
- [60] S. Emanuelli, and A. Arie, Appl. Opt. **42**, 6661 (2003).

## Списък с публикациите, използвани в дисертацията

1. G. T. Genov, A. A. Rangelov and N. V. Vitinov,  
*Propagation of light polarization in a birefringent medium: Exact analytic models*,  
Opt. Comm. **284**, 2642 (2011).
2. G. T. Genov, B. T. Torosov and N. V. Vitinov,  
*Optimized Control of Multistate Quantum Systems by Composite Pulse Sequences*,  
Phys. Rev. A **84**, 063413 (2011).
3. G. T. Genov and N. V. Vitinov,  
*Dynamical Suppression of Unwanted Transitions in Multistate Quantum Systems*,  
Phys. Rev. Lett. **110**, 133002 (2013).
4. D. Schraft, G. T. Genov, N. V. Vitinov and T. Halfmann  
*Experimental implementation of Composite Adiabatic Passage*,  
Phys. Rev. A, accepted for publication (2013).
5. G. T. Genov, D. Schraft, N. V. Vitinov and T. Halfmann  
*Universal composite pulses*,  
(to be submitted).
6. G. T. Genov, A. A. Rangelov and N. V. Vitinov,  
*Efficient and broadband sum frequency generation in composite crystals*,  
(to be submitted).

## Списък с независими цитирания

- **Статия 1:**  
P. Siddons, C. Adams, I. G. Hughes, J. Phys. B **45**, 124009 (2012)
- **Статия 2:**  
B. Shore, J. Mod. Opt., 837205 (2013)
- **Статия 3:**  
D. Daems, A. Ruschhaupt, D. Sugny, S. Guerin, Phys. Rev. Lett. **111**, 050404 (2013)  
B. Shore, J. Mod. Opt., 837205 (2013)

## Списък с приноси на конференции и школи

1. Control of Quantum Dynamics of Atoms, Molecules and Ensembles by Light (CAMEL IX) Workshop, 16 – 21 юни 2013 г., Несебър, България (доклад).
2. Gordon Research Conference Quantum Science (GRC), 12 – 17 август 2012 г., Истън, Масачузетс, САЩ (постер).
3. 23th International Conference on Atomic Physics (ICAP), 23 – 27 юли 2012 г., Париж, Франция (постер).
4. Shortcuts to Adiabaticity Workshop (SIA), 16 – 20 юли 2012 г., Билбао, Испания (постер).
5. 19th Central European Workshop on Quantum Optics (CEWQO), 2 – 6 юли 2012 г., Синая, Румъния (постер).
6. Control of Quantum Dynamics of Atoms, Molecules and Ensembles by Light (CAMEL VIII) Workshop, 25 – 29 юни 2012 г., Несебър, България (доклад).
7. Summer School and Conference FASTQUAST, 3 – 9 юни 2012 г., Чичли, Великобритания (доклад).
8. Summer School and Conference FASTQUAST, 29 август – 2 септември 2011 г., Оксфорд, Великобритания (постер).
9. Young European Physicists Meeting (YEP), 18 – 23 юли 2011 г., Тулуза, Франция (организатор).
10. 18th Central European Workshop on Quantum Optics (CEWQO), 30 май – 3 юни 2011 г., Мадрид, Испания (постер).
11. Control of Quantum Dynamics of Atoms, Molecules and Ensembles by Light (CAMEL VII) Workshop, 4 – 8 юли 2011 г., Несебър, България (доклад).
12. IRC-CoSiM семинар, 29 – 30 април 2011 г., Трявна, България (доклад).
13. Работна среща FASTQUAST, 9 – 10 септември 2010 г., Касел, Германия (доклад).
14. 22th International Conference on Atomic Physics (ICAP), 25 – 30 юли 2010 г., Кеърнс, Австралия (постер).
15. 10th Quantum Communication, Measurement and Computation Conference (QCMC), 19 – 23 юли 2010 г., Брисбейн, Австралия (постер).
16. 10th European Conference on Atoms Molecules and Photons (ECAMP), 4 – 9 юли 2010 г., Саламанка, Испания.
17. Control of Quantum Dynamics of Atoms, Molecules and Ensembles by Light (CAMEL VI) Workshop, 29 юни – 2 юли 2010 г., Варна, България (постер).



