

РЕЦЕНЗИЯ

по процедура за придобиване на образователната и научна степен „доктор“
от докторант Христина Йорданова Белчева,
на дисертационен труд на тема:
„Приложения на методите на вариационния анализ“,
в научна област 4. Природни науки, математика и информатика,
професионално направление 4.5. Математика,
докторска програма „Изследване на операциите“,
катедра „Вероятности, операционни изследвания и статистика“,
Факултет по математика и информатика (ФМИ),
Софийски университет „Св. Климент Охридски“ (СУ).

Рецензията е изготвена от:
проф. дн Боян Георгиев Златанов,
Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“,
Факултет по математика и информатика,
Катедра „Математически анализ“.

Назначен съм за член на научното жури от Ректора на Софийския университет със заповед № РД-38-685/5.11.2025 г. На първото заседание на журито бях избран да изготвя и представя рецензията.

Ще започна с описание на представените документи за участие в процедурата.

Списък на представените документи по процедурата за придобиване на ОНС „доктор“:

1. Заявление за допускане до процедура за защита на дисертационен труд
2. Дисертационен труд
3. Автореферат на дисертационния труд (на български език)
4. Автореферат на дисертационния труд (на английски език)
5. Декларация съгласно нормативната уредба за придобиване на образователната и научна степен „доктор“
6. Справка за съответствие с минималните национални изисквания
7. Доклад за готовност за защита
8. Доклад от система за проверка за сходство / плагиатство
9. Протокол за потвърждаване на оригиналността от антиплагиатна система
10. Становище на научния ръководител относно дисертационния труд
11. Списък на публикуваните или приети за печат научни публикации, свързани с дисертационния труд
12. Доклад за удължаване решението на катедрения съвет
13. Извлечение от заповед за предварителна защита
14. Заповед за зачисляване в докторска програма
15. Удостоверение за успешно положени изпити по индивидуалния учебен план
16. Заповед за временно прекъсване на докторантурата
17. Вътрешна рецензия на дисертационния труд: протокол на Катедрения съвет № 7 (06.10.2025 г.); протокол от електронно гласуване (9–13 октомври 2025 г.)
18. Диплома за висше образование – образователно-квалификационна степен „магистър“

19. Диплома за висше образование – образователно-квалификационна степен „бакалавър“
20. Автобиография (формат Europass)
21. Професионална карта / профил
22. Удостоверение за идентичност на имена
23. Извлечение от заповед за насрочване на предварителна защита

1. Обща характеристика на дисертационния труд и представените материали

Дисертационният труд на тема „Приложения на методите на вариационния анализ“, с автор Христина Белчева, се състои от увод, означения и предварителни сведения, три глави, съдържащи оригинални научни резултати, обобщение, приноси, списък на публикациите по темата на дисертацията и библиография с 40 източника. Общият обем на труда е 62 страници добре структурирано научно изложение. Темата е съвременна и актуална с оглед на развитието на вариационния анализ и теорията на оптимизацията.

2. Данни и лични впечатления за кандидата

Христина Йорданова Белчева е родена на 18 септември 1995 г. в България и е завършила цялото си образование в силно конкурентна математическа среда. По време на обучението си в докторантура, Христина Белчева е сключила брак и е променила фамилията си; в представените публикации и в заповедта за зачисляване тя фигурира като автор с фамилията Топалова. Представен е и документ, удостоверяващ идентичността на едно и също лице с различни имена.

Тя е завършила Софийската математическа гимназия „Паисий Хилендарски“ (2009–2014), след което е придобила образователно-квалификационна степен „бакалавър“ по Приложна математика (2014–2018) и образователно-квалификационна степен „магистър“ по Изчислителна математика и математическо моделиране (2018–2020), и двете Софийски университет „Св. Климент Охридски“ (СУ). От февруари 2022 г. е редовен докторант в докторска програма „Операционно изследване“ към Факултета по математика и информатика на СУ. Тя демонстрира висока научноизследователска мотивация, професионална ангажираност в няколко научни проекта и активно участие в международни научни форуми, което свидетелства за висока академична зрялост и самостоятелност при провеждането на научни изследвания.

Познавам кандидатката лично от нейните изяви на научни семинари и конференции, както и от неформални научни дискусии. Имам много добри впечатления от нейните презентационни умения, научни интереси и силна мотивация

за по-нататъшно развитие в областта и непрекъснато усъвършенстване. Тя демонстрира самостоятелност, професионална отговорност и искрен ентузиазъм към задълбочени математически изследвания.

3. Съдържателен анализ на научните и научноприложните постижения на кандидата, съдържащи се в представения дисертационен труд и публикациите към него, включени по процедурата

Дисертационният труд представлява последователен и оригинален принос към съвременната теория на вариационния анализ – динамично развиваща се област, която интегрира методи от оптимизацията и негладкия анализ. Основните постижения на дисертацията са свързани със създаването и развитието на методи на пертурбациите (смущенията), които гарантират съществуването, устойчивостта и непрекъснатостта на силни минимума за оптимизационни задачи в неизпъкнали множества в безкрайномерни пространства.

Ключова концептуална иновация е въвеждането на усилено понятие за равномерна епи-сходимост, формулирано чрез условията (1.4) и (1.5) в Определение 1.2.1. Класическата епи-сходимост, макар и добре позната и широко приложима, често не гарантира устойчивостта на силните минимизатори. Усъвършенствената версия, разработена от автора, позволява постигането на такава устойчивост без предположение за изпъкналост, което представлява съществен концептуален пробив. Тази нова структура служи като обединяваща основа за всички последващи резултати.

Въз основа на това усилено понятие за сходимост (равномерна епи-сходимост), авторът установява общ вариационен принцип за силни минимума в пълни метрични пространства (Теорема 1.3.1). За разлика от множество класически принципи, които осигуряват само приближен минимум или разчитат в значителна степен на изпъкналост, този резултат гарантира действително достигане на минимум след малки смущения. Конструирването на подходящо пространство на смущенията (Определение 1.1.1) е съществен елемент на метода и е проведено с яснота и математическа строгост.

Съществен акцент в дисертацията е теоремата за едновременни смущения (Теорема 1.4.1), която показва, че може да се избере една-единствена смущаваща функция така, че всеки елемент на равномерно епи-сходяща функционална редица да достига силен минимум, като същевременно минимизаторите са сходящи към минимизатора на граничната функция. Това води до елегантен и мощен аналитичен механизъм със значими приложения в динамичната оптимизация и теорията на чувствителността.

В Глава 2 разгледаните техники се обобщават за параметрично зависими оптимизационни задачи чрез въвеждане на пространство на смущенията върху произведението $P \times X$ (Определение 2.1.1). За осигуряване на устойчивост в тази сложна среда авторът разработва понятието за равномерна епи-непрекъснатост (условия (2.1) и (2.2)), което на практика разширява равномерната епи-сходимост към фамилии от функции, индексирани с параметри. Това води до основна параметрична теорема за устойчивост (Теорема 2.4.3), която твърди, че за гъсто G_δ -множество от смущения съществуват силни минимизатори за смутените задачи върху гъсто G_δ -множество от параметри, като е налице и непрекъснатост на минимизаторите.

Едно от най-значимите приложения е в геометрия на банаховите пространства: авторът доказва теорема от тип Стечкин за добре поставеност (Теорема 2.5.4) на операторите на метрична проекция в сепарабилни банахови пространства. Резултатът показва, че след подходящо еквивалентно пренормиране метричната проекция става добре поставена върху предварително зададено гъсто подмножество. Този резултат е оригинален и със самостоятелна научна стойност, като предоставя нови възможности в теорията на пренормирането и устойчивостта на изпъкналите проекции.

В Глава 3 авторът пренася разработените методи на смущения в рамките на редични пространства на Орлич ℓ_M , които представляват важно обобщение на класическите пространства ℓ_p . Получен е вариационен принцип, съобразен със задачи за минимизация с ограничения (Теорема 3.2.2), който гарантира съществуването на минимизатори при подходящи смущения. Освен това се установяват структурни ограничения за гладкост чрез резултати за несъществуване на гладки камбановидни-функции (Твърдения 3.4.1–3.4.3) при определени аналитични условия върху функцията на Орлич. Тези резултати свързват вариационното поведение с геометричната гладкост на функционалните пространства и представляват задълбочен и нетривиален принос.

В обобщение, дисертационният труд се отличава с високо ниво на математическа строгост, вътрешна съгласуваност и силно концептуално единство. Убедително е показано, че принципите на смущенията – когато бъдат подходящо разширени – могат да служат като стабилна аналитична рамка, приложима към широк клас оптимизационни задачи, включително върху неизпъкнали множества в безкрайномерни пространства. Получените резултати демонстрират ясен потенциал за бъдещи приложения и в други области на математиката.

Публикуването на основните резултати в рецензирани научни списания потвърждава тяхната оригиналност, коректност и научна значимост. Дисертацията успешно разширява теоретичните основи на съвременния вариационен анализ и

въвежда нови методологични подходи, които могат да послужат като основа за бъдещи научни проби.

4. Аprobация на резултатит

а) Дисертационният труд се основава на три научни публикации, всички индексирани в базата данни Web of Science – една в списание от кватил Q1 и две в списания от кватил Q2. Това носи общо 195 точки по показателите от група Г (при минимално изискване от 30 точки). В рамките на процедурата е представен и дисертационен труд, който удовлетворява показател А и носи 50 точки. Настоящата кратка оценка потвърждава, че представеният за защита дисертационен труд отговаря на минималните национални изисквания за присъждане на образователната и научна степен „доктор“. Следва да се отбележи също, че и трите публикации са индексирани и в базата данни SCOPUS. Тематиката на изследването е напреднала и силно специализирана, поради което е разбираемо, че към настоящия момент не могат да се очакват цитирания за публикации от периода 2024–2025 г. Освен това авторът е предпочел да публикува резултатите си в неплатени (non-APC) списания (т.нар. diamond или традиционни абонаментни списания), които обичайно работят със значително по-дълги срокове за рецензиране и публикуване. Като пример може да се посочи една от приетите статии със следната хронология: Получена: 31 октомври 2023 г.; Приета: 17 юли 2024 г.; Публикувана онлайн: 31 юли 2024 г. и все още неокончателно публикувана. Тази публикационна стратегия ясно демонстрира стремеж към избор на висококачествени и строго рецензирани научни издания, за разлика от ускореното публикуване, улеснено чрез такси за обработка на статии.

б) Резултатите от дисертационния труд са широко апробирани чрез серия от научни доклади, представени както на национални, така и на международни научни форуми. Кандидатката е докладвала своите изследвания на Пролетните научни сесии на Факултета по математика и информатика през 2023 и 2024 г. в София, където е представила резултати, свързани с методи на смущения в редични пространства на Орлич и с едновременни смущения на равномерно епи-сходящи редици от функции. Същата линия на изследване е представена и на 16-th International Workshop on Well-Posedness of Optimization Problems and Related Topics, проведен в Боровец през 2023 г., както и на Международната конференция Optimization: Challenges and Applications в Аликанте, Испания, през май 2024 г., и по време на Седмицата на математиката и информатиката в Дюни през септември 2024 г., което осигурява широка международна видимост на резултатите. Следващият етап от изследванията – свързан с параметрични фамилии и общата непрекъснатост на силни минимума – е представен

на 4-тата Международна конференция по вариационен анализ и оптимизация, проведена в Сантяго, Чили, през януари 2025 г. Освен това авторът участва активно в докторантски образователни инициативи и е била поканена да изнесе научни доклади, свързани с дисертационния труд, в рамките на докторанска школа в София и в Аизу, Япония през 2025 г., посветени на резултати за непрекъснатост при параметризираните задачи за минимизация и техните приложения. Тези научни изяви потвърждават последователното развитие на кандидатката като млад изследовател и показват признанието на нейните приноси в рамките на специализираните академични общности. Като цяло представените доклади убедително демонстрират, че научните постижения на дисертационния труд са били задълбочено комуникирани пред специалисти във вариационния анализ, оптимизацията и функционалния анализ, като по този начин са изпълнени най-високите стандарти за апробация на докторска дисертация.

в) Това е първата процедура на кандидатката за академично развитие, поради което не е възможно някой от представените резултати или публикации да повтаря такива от предходни процедури. Всички научни приноси са новополучени и се представят за първи път в рамките на подобна оценителна процедура.

г) Освен това дисертационният труд е преминал проверка чрез официално одобрен софтуер за установяване на сходства, като изготвеният доклад потвърждава оригиналността на получените резултати. В нито един от представените дисертационни материали и свързаните с тях публикации не е установено наличие на плагиатство.

Не съм установил наличие на „плагиатство“ в трудовете на кандидатката по смисъла на Закона за развитие на академичния състав в Република България.

5. Качества на автореферата

Авторефератът на дисертационния труд представя ясно, точно и добре структурирано научните приноси, използваната методология и основните резултати. Всички съществени определения, теоретични постижения и приложения са коректно отразени и правилно отнесени към съответните глави на дисертацията. Основните теореми са ясно открити, а логическата последователност на изследването е лесна за проследяване.

Авторефератът съдържа:

- кратка мотивация и въведение в изследователската област
- добре организирано обобщение на приносите от трите глави
- пълен списък на публикациите, на които се основава дисертационният труд

- подробна документация на научните изяви и разпространението на резултатите
- декларация за оригиналност, потвърждаваща авторските приноси

Освен това терминологията е използвана коректно и последователно, а стилът на изложение съчетава научна прецизност с добра достъпност за по-широката общност в областта на оптимизацията и вариационния анализ. Структурата напълно съответства на формалните изисквания на Софийския университет за автореферат на дисертационен труд. В заключение, авторефератът коректно и професионално отразява както обхвата, така и дълбочината на научните резултати, представени в дисертацията.

6. Критични бележки и препоръки

Наблюдават се дребни печатни грешки, които са единични като появяване. Не оказват влияние върху научната стойност и четенето на труда, поради което няма да ги коментирам.

Авторът е избрал да не поставя библиографски цитати непосредствено след номерацията на определенията или теоремите, а да въвежда съответния теоретичен контекст и литературни източници в предходните обяснителни абзаци. Този стилистичен избор не намалява нито научната стойност, нито яснотата на изложението, тъй като всички източници са коректно цитирани в текста и читателят е адекватно насочен към съответната литература. Освен това дисертационният труд е написан в стил, съответстващ на трите публикувани статии на автора, което осигурява единно представяне на научните резултати. Следователно структурата и начинът на цитиране отговарят на утвърдените стандарти за математическо изложение и не засягат научната строгост или коректността на получените резултати.

Кандидатката се насърчава да разшири разработените методи на смущения в направления, свързани с практически оптимизационни модели и операторна теория.

7. Заключение

След като се запознах с представените в процедурата дисертационен труд и придружаващите го научни трудове и въз основа на направения анализ на тяхната значимост и съдържащи се в тях научни и научноприложни приноси, **потвърждавам**, че представеният дисертационен труд и научните публикации към него, както и качеството и оригиналността на представените в тях резултати и постижения, отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за приложението му и съответния Правилник на СУ „Св. Климент Охридски“ за придобиване от кандидата на образователната и научна степен „доктор“ в научната област 4. Природни науки,

математика и информатика и професионално направление 4.5. Математика В частност кандидатът удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените по конкурса научни трудове.

Въз основа на гореизложеното, **препоръчвам** на научното жури да присъди на **Христина Йорданова Белчева** образователна и научна степен „доктор“ в научна област 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика (Изследване на операциите).

18.12 2025 г.

Изготвил рецензията:

(проф. дн Боян Златанов)