

Автореферат

от

Иво МИХОВ

С научен ръководител Акад. проф. дфзн Николай В. Витанов

Автореферат представен на Физически факултет, Софийски университет като част от необходимите изисквания за научното звание „доктор“

30 юни 2025 г.

Автореферат: Ефекти на формата на импулса
върху динамиката на кюбита и отвъд – изследване
на квантовия контрол в процесори на IBM
Quantum

Иво Михов

30 юни 2025 г.

Абстракт

В тази работа изследваме ефектите на формата на импулса върху динамиката на кубита на свръхпроводникови процесори IBM Quantum, разкривайки влиянието на импулса върху вероятността за преход, разширяването на мощността и други оптични свойства. Извеждаме и валидираме аналитични изрази за множество стандартни модели за пренос на популация с константен детюнинг, което позволява по-точно калибриране на резонансната честота на кубита. Преобръщайки вековната спектроскопска парадигма за мощностно разширение, представяме първата експериментална демонстрация на новооткритите ефекти „мощностно свиване“ и „мощностно свръхразширение“. Накрая въвеждаме „равновероятностните модели“ — различни комбинации от честотата на Раби и формите на разстройване, които дават идентични вероятности за преход след импулса.

Спектралният анализ на петте стандартни форми на импулса показва, че намалява грешката при калибриране на резонанса с коефициент 4-7 в сравнение с формите, използвани в учебника на IBM Qiskit. Освен това, два аналитични модела, вдъхновени от синусоидалната обвивка, бяха изведени за клас оптимални обвивки на импулса с крайна продължителност и проверени върху реален кубит.

Мощностното свиване — обратното на общоприетия феномен мощностно разширение — беше експериментално демонстрирано с помощта на лоренцианови импулси, ефективно противодействайки на вековна парадигма в спектроскопията. Бе наблюдавано десетократно свиване между спектралната линия с площ π и площ 7π на квантов процесор на IBM. Използването на лоренцианови импулси с по-ниска експонента може да позволи мощностно свиване с до три порядъка. За допълване на инструментариума за манипулиране на спектралните линии, на трансмонна система бяха тествани два нови вида форми на импулса с цел демонстрация на друг нов феномен — мощностно свръхразширение. Регистрирахме свръхразширение на втората (с площ 3π) спектрална линия с коефициенти до 3,5 спрямо модела на Раби.

Еквивалентността на Делос-Торсън позволява да се опише динамиката на кубитите, използвайки променливата $\Theta(\sigma) = \Delta(t(\sigma))/\Omega(t(\sigma))$, вместо отделни Раби честота и детюнинг, което стои зад концепцията за равновероятностни модели. Те представляват множество двойки от различни честоти на Раби и детюнинги, които произвеждат идентична вероятност за преход след импулса. Измерваме равнините на възбуждане на по три модела от класовете Ландау-Майорана-Щюкелберг-Зинер (ЛМЩЗ), Алън-Ебърли-Хио (АЕХ) и „полу“-АЕХ, като не наблюдаваме разлика в равнините на възбуждане измежду моделите от един и същ клас.

Тези убедителни резултати потвърждават, че вместо дизайнерски решения, формите на импулсите са мощен контролен параметър, който позволява да се постигнат иначе недостъпни нива на прецизност и селективност в квантовите операции. Конкретно, безспорната демонстрация на мощностно свиване показва, че дори общоприетите схващания може да бъде преобрънати чрез подходящ избор на формата на импулса. Тъй като квантовите изчисления продължават да оспорват практическите физически ограничения, обширният квантов контрол ще бъде от решаващо значение за скорошното издигане на квантовите изчисления до ерата на резистентните към грешки квантови технологии.

Публикации свързани с дисертацията

- I. S. Mihov and N. V. Vitanov, “Pulse-shape effects in qubit dynamics demonstrated on an IBM quantum computer,” *Phys. Rev. A* 108, 042604 (2023).
- I. S. Mihov and N. V. Vitanov, “Defying Conventional Wisdom in Spectroscopy: Power Narrowing on IBM Quantum,” *Phys. Rev. Lett.* 132, 020802 (2024).
- I. S. Mihov and N. V. Vitanov, “Qubit dynamics driven by smooth pulses of finite duration,” *Phys. Rev. A* 110, 052609 (2024).
- I. S. Mihov and N. V. Vitanov, “Observation of power superbroadening of spectral line profiles on IBM Quantum,” arXiv:2506.08748 (2025).
- I. S. Mihov and N. V. Vitanov, “Demonstration of isoprobability models of qubit dynamics with time-dependent phase control on IBM Quantum,” arXiv:2506.19572 (2025).

(Първите три публикации са публикувани в рецензирани списания и съответстват съответно на Глава 5 (изследване на импулсните форми), Глава 6 (мощностно свиване) и отново Глава 5 (импулси с крайна продължителност). Последните две са предпечатни версии, свързани с Глава 6 (свръхразширение) и Глава 7 (равновероятностни модели).)

Участие в международни конференции, уъркшопи и школи

Авторът активно е разпространявал постигнатите резултати по време на докторантурата чрез участия във водещи международни форуми:

- Юни 2022 – 14-та European Conference on Atoms, Molecules and Photons (ESAMP14), Вилнюс, Литва – Постерна презентация.
- Юли 2022 – 27-ма International Conference on Atomic Physics (ICAP 2022), Торонто, Канада – Постерна презентация.
- Август 2022 – Control of Quantum Dynamics of Atoms, Molecules and Ensembles by Light (CAMEL17), Несебър, България – Доклад.
- Март 2023 – DPG Spring Meeting (SAMOP23: Atomic, Molecular, Quantum Optics and Photonics Section), Хановер, Германия – Постер.
- Юни 2023 – Control of Quantum Dynamics of Atoms, Molecules and Ensembles by Light (CAMEL18), Несебър, България – Доклад.
- Март 2024 – DPG Spring Meeting (SAMOP24), Фрайбург, Германия – Доклад.
- Юни 2024 – Control of Quantum Dynamics of Atoms, Molecules and Ensembles by Light (CAMEL19), Несебър, България – Доклад.
- Юли 2024 – International School of Physics “Enrico Fermi”, Course 214 on Quantum Computers and Simulators with Atoms, Варена, Италия – Доклад и постер.
- Ноември 2024 – European Quantum Technologies Conference (EQTC 2024), Лисабон, Португалия – Постер.
- Март 2025 – DPG Spring Meeting (SAMOP25), Бон, Германия – Постер.
- Май 2025 – Spring School on Superconducting Qubit Technology, Бенаск, Испания – Постер.
- Юни 2025 – Control of Quantum Dynamics of Atoms, Molecules and Ensembles by Light (CAMEL20), Несебър, България – Доклад.

Авторът се възползва от дискусиите със световната научна общност на тези форуми, получавайки ценна обратна връзка и насърчавайки бъдещи колаборации. Това включва представянето на най-новите резултати за равновероятностни модели (EQTC 2024 и събитията през пролетта на 2025 г.), ранните експерименти с форми на

импулси (CAMEL17/18, DPG 2023/24) и откриването на мощностното свиване (Варена и CAMEL19). Тези участия обогатиха както дисертацията, така и по-широката дискусия за квантовия контрол в свръхпроводниковите кюбити.

Глава 1

Въведение

1.1 Кюбитът и неговата роля в квантовите изчисления

Квантовите изчисления позволяват алгоритми с експоненциално и полиномиално ускорение в сравнение с класическите им аналози, като използват квантовомеханични свойства, като суперпозиция и квантово сплитане. Основният градивен елемент в квантовите изчисления е кюбитът — квантовият аналог на класическия бит.

Докато класическият бит винаги е в състояние 0 или 1, кюбитът може да съществува в линейна суперпозиция на двете състояния. Амплитудите на двете чисти състояния ни информират за вероятностите за измерване на 0 и 1 [1]. Измерването предизвиква „колапс“ на състоянието на суперпозиция до класически резултат, като вероятностите се определят от квадратите на амплитудите.

Полезно представяне на състоянието на кюбита е сферата на Блох, показана на Фиг. 1.1. Класическият бит може да се разглежда като специален случай, при който се заселват само полюсите.

Квантовият контрол изследва техники за промяна на физическото състояние на кюбита чрез електромагнитни импулси. Повечето взаимодействия с кюбитите са резонансни или почти резонансни, което изисква честотите на импулсите да съвпадат с енергията на прехода между състоянията на кюбита. Моделите за прехвърляне на заселеност, дефинирани с конкретна честота на Раби и детюнинг, играят основна роля в квантовия контрол и мотивират търсенето на точно решими модели за системи с две нива.

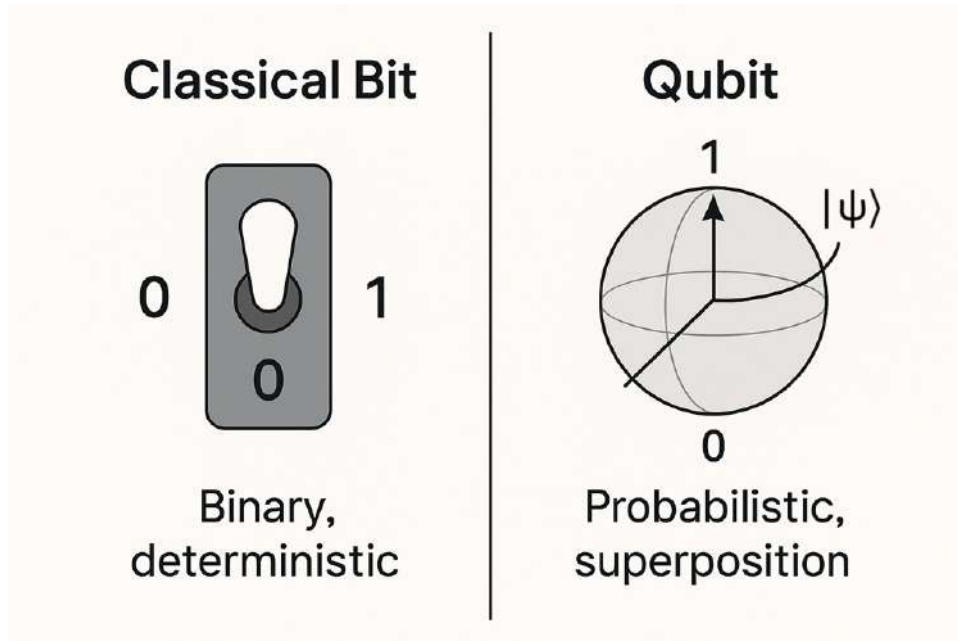
1.2 Историческо развитие на теорията за системи с две нива

1.2.1 Некохерентно и кохерентно възбуждане

Близо-резонансното възбуждане на система с две състояния първо е описано от Айнщайн чрез коефициенти, даващи скоростта на различните процеси [4]. За некохерентно лъчение с интензивни лъчи, популацията на възбуденото състояние клони към:

$$P_e(t) = \frac{1}{2} [1 - e^{-B\mathcal{F}(t)}], \quad \mathcal{F}(t) = \int_{-\infty}^t I(t') dt' \quad (1.1)$$

За разлика от него, кохерентното монохроматично лъчение произвежда синусои-



Фигура 1.1: Представяне на класически битове спрямо кубитови състояния върху сферата на Блох. Класическият бит (вляво) е ограничен до две състояния (0 или 1), докато кубитът (вдясно) може да съществува в континуум от суперпозиционни състояния върху повърхността на сферата, дадена от $|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ в общ вид, където α и β са (комплексни) амплитуди. Изображението е генерирано с помощта на ChatGPT o3, достъпен чрез Perplexity AI [2, 3].

дални осцилации на Раби:

$$P_e(t) = \frac{1}{2}(1 - \cos \Omega t),$$

където за времезависими полета Ωt се заменя с площта на импулса $A(t) = \int_{-\infty}^t \Omega(t') dt'$. Пълно прехвърляне на заселеността се наблюдава при площи, нечетни множители на π , докато площи, четни множители на π , връщат заселеността в първоначалното състояние.

1.2.2 Уравнение на Шрьодингер за система с две състояния

За квантова система, взаимодействаща с времезависими външни полета, взаимодействието се описва от:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(\mathbf{x}, t)\rangle = \hat{H}(\mathbf{x}, t) |\Psi(\mathbf{x}, t)\rangle. \quad (1.2)$$

За системи с две състояния с диполно взаимодействие $V(t) = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}(t)$, прилагането на приближението на въртящата се вълна дава:

$$i\dot{C}_0(t) = e^{-i\Delta t} \Omega(t) C_1(t), \quad (1.3a)$$

$$i\dot{C}_1(t) = e^{i\Delta t} \Omega^*(t) C_0(t), \quad (1.3b)$$

където $\Delta = \omega_{10} - \omega$ е детюнингът и $\Omega(t)$ е честотата на Раби.

При точен резонанс ($\Delta = 0$), решението дава вероятността за преход:

$$P_{0 \rightarrow 1} = \sin^2\left(\frac{A}{2}\right), \quad (1.4)$$

където $A = \int_{-\infty}^{\infty} \Omega(t') dt'$ е пълната площ на импулса.

1.3 Развитие на платформите за квантови изчисления

Теоретичните разработки за квантови изчисления се появяват в началото на 80-те години на миналия век чрез пионерската работа на Файнман и Дойч [5, 6]. Експерименталните изследвания започват през 90-те години на миналия век с първоначални демонстрации на кубити в системи, базирани на йонни капани и ядрено-магнитен резонанс [7, 8].

Технологичният напредък доведе до появата на различни платформи за квантови изчисления, включително свръхпроводникови вериги, фотонни платформи и квантови точки [1]. Скорошни нововъведения подобриха скалируемостта и устойчивостта им към грешки, доближавайки ни до квантово превъзходство [9]. Приложимостта на платформата зависи от конкретното приложение — свръхпроводниковите трансмони са подходящи за изчисления заради бързите гейтове, докато ултрастудените атоми са добри за квантови симулации, благодарение на здравата им решетъчна структура [10].

1.4 Принос на докторската работа

Тази докторска работа изследва най-съвременни техники за управление на импулси за свръхпроводникови кубити на квантов хардуер на IBM, представяйки няколко забележителни приноса:

1.4.1 Ефекти на формата на импулса в поведението на кубита

Phys. Rev. A 108, 042604 (2023) [11]

- Експериментално моделиране на спектралния профил на пет често срещани форми на импулса на свръхпроводникови трансмони
- Конструирание и валидация на ново аналитично решение за импулси с форма на хиперболичесен секант на квадрат чрез предположението на Розен-Зинер
- Количествена оценка, показваща превъзходството на разглежданите аналитични модели пред лоренциановите криви с подобрене на точността от 4 до 7 пъти
- Демонстрация на висока кохерентност на кубитите, позволяваща дизайн на гейтове, съобразен с формата на импулса

1.4.2 Мощностно свиване IBM Quantum

Phys. Rev. Lett. 132, 020802 (2024) [12]

- Първо експериментално наблюдение на мощностно свиване — намаляване на ширината на спектралната линия с увеличаване на площта на импулса

- Десетократно свиване на спектралната линия, постигнато чрез внимателно подрязване на крилата
- Аналитичен анализ, определящ правила за запазване на свиването
- Обща теоретична рамка, свързваща мощностното свиване с експонентата на затихване на опашката

1.4.3 Гладки импулси с крайна продължителност

Phys. Rev. A 110, 052609 (2024) [13]

- Въвеждане на линейно намаляващи импулси с крайна продължителност, съчетаващи краткост със спектрална чистота
- Две допълващи се аналитични приближения, съчетаващи режим на линейност с режим на адиабатност
- Експериментално потвърждение, показващо минимизирани опашки и слабо мощностно разширение
- Компромисно решение за формата на импулса, постигащо висока ефективност по отношение на площта и времето

1.4.4 Мощностно свръхразширение на спектралния профил

arXiv:2506.08748 (2025) [14]

- Допълване на теорията за спектралните ефекти чрез установяване на мощностно свръхразширение
- Въвеждане на видове импулси, позволяващи фино управление на степента на спектрално разширение
- Анализ от гледна точка на свръхадиабатната еволюция
- Експериментална демонстрация, откриваща нови възможности в спектроскопията

1.4.5 Равновероятностни модели чрез фазов контрол

arXiv:2506.19572 (2025) [15]

- Идентифициране на 16 равновероятностни модела, използвайки принципа на еквивалентност на Делос-Торсън
- Въвеждане на фазовата модулация като алтернатива на директното вариране на детюинга
- Експериментална проверка на три класа модели върху квантов хардуер на IBM
- Демонстрация на динамично фазово анулиране за резистентни към грешки гейтове

1.5 План на автореферата

Този автореферат е организиран по следния начин:

Глава 1 е въведение в мотивацията за квантови изчисления и концепциите за квантово управление.

Глава 2 е преглед на свързани изследвания в областта на формирането на импулси, аналитичните модели и потискането на изтичане към състояния, неучастващи в изчисленията.

Глава 3 предоставя теоретична основа за управление на кубити и информация за съвременните свръхпроводникови кубити.

Глава 4 представя експерименталната методология зад експериментите на процесори на IBM Quantum и контрола с Qiskit Pulse.

Глава 5 показва извеждане на модели за пренос на заселеност и експериментални демонстрации.

Глава 6 дава общ преглед на новите явления мощностно свиване и свръхразширение.

Глава 7 показва извеждане на алтернативни двойки Раби честота и детюнинг, базирани на принципа на Делос-Торсън, и демонстрира еквивалентността на изведените модели.

Глава 8 представя обобщение и бъдещи насоки на изследване.

Глава 2

Обзор на литературата

2.1 Решими и приближени модели за поведението на системи с две нива

Теорията на квантовия контрол разчита в голяма степен на модели с аналитични решения, тъй като те предоставят ключова информация за поведението на системата и зависимостите на параметрите. Макар че съществуват множество квантови модели, само някои са точно решими, включително моделът на Розен-Зинер (РЗ) [16], моделът на Ландау-Майорана-Щюкелберг-Зинер (ЛМЩЗ) [17], моделът на Раби [18] и моделът на Демков [19, 20]. Моделите, позволяващи само приблизителни решения, включват гаусовия [21] и синусоидалния модел [13].

2.1.1 Точно решими модели

Модел на Розен-Зинер (форма на хиперболичесен секанс)

Моделът на Розен-Зинер (РЗ), въведен от Розен и Зинер през 1932 г., е един от първите точно решими времезависими двустепенни квантови системи [16]. Отличителна черта е, че ширината на спектралната линия на прехода остава непроменена при площи $\pi, 3\pi, \dots, (2n + 1)\pi$, дори по време на пълно прехвърляне на заселеността.

Важни допълнения на модела включват диабатни взаимодействия без пресичане на нивата [22], асиметризиранни профили на Раби честотата [23, 24] и точни варианти с много състояния [25]. Скорошни приложения на модела обхващат атомно-молекулно преобразуване в Бозе-Айнщайнова кондензация [26], протоколи за зареждане на квантови батерии [27] и кубитни ротации в свръхпроводникови вериги с висока точност. Продължаващата актуалност на модела демонстрира голямото му значение в квантовия контрол.

Модел на Ландау-Майорана-Щюкелберг-Зинер (ЛМЩЗ) и негови обобщения

Моделът ЛМЩЗ, решен независимо през 1932 г. от четирима учени [17], описва пресичане на нива с линеен детюнинг $\Delta(t) = \beta t$. Първоначалната формулировка за безкрайно време по-късно е усъвършенствана от Витанов и Гарауей с крайния ЛМЩЗ модел [28].

Ранните обобщения са разглеждали дисипация [29], разпад на нива [30] и атомни сблъсъци [31]. Съвременните изследвания се фокусират върху обобщения на модела

в системи с много състояния [32, 33], неермитови разширения [34] и протоколи за бързо постигане на адиабатност [35, 36]. Експерименталните реализации включват топологичен трансфер на състояния във фотонни решетки [37] и прецизна спектроскопия в масиви с квантови точки [38].

Много приложения на квантовата информация са съсредоточени върху Ландау-Зинеровите гейтове, като последните постижения във фазово-модулираните импулси и неадиабатната интерференция на Щюкелберг постигат бърз и универсален контрол [39, 40].

Модел на Раби

Моделът на Раби, решен от Раби през 1937 г. [18], описва система от две нива с константна честота на Раби и детюнинг. Въпреки своята простота, той продължава да участва в теоретични разработки, включително разширения извън приближението на въртящата се вълна [41, 42] и анизотропни двуфотонни генерализации [43]. Скорошни трудове изследват квантовите фазови преходи [44] и схеми за квантов контрол, подпомогнати от машинно обучение [45, 46].

2.1.2 Често срещани приближени методи

Метод на Дихне-Дейвис-Печукас (ДДП) за гаусови импулси

Приближението ДДП, формулирано от Дихне (1960) и развито от Дейвис и Печукас (1976) [47, 48], предоставя рамка за изчисляване на вероятностите за неадиабатни преходи при избегнати пресичания. Скорошни подобрения включват интегриране със свръхадиабатни техники [49] и приложения към нелинейни задачи от типа Ландау-Майорана-Щюкелберг-Зинер [50].

Продължения на предположението на Розен-Зинер

Първоначално предложена от Розен и Зинер през 1932 г. [16], хипотезата добива широка популярност благодарение на работата на Робискоу през 70-те и 80-те години [51, 52] и на обширните изследвания на Робинсън [53–55]. Робинсън въвежда корекции, които значително повишават точността и разширяват приложимостта към негладки форми на импулси. Скорошни изследвания потвърждават хипотезата върху експериментални данни от квантовите процесори на IBM [11].

2.2 Напреднали техники за избор на формата на импулса

2.2.1 DRAG гейтове и потискане на изтичането

Техниката DRAG (Derivative Removal by Adiabatic Gate), въведена от Motzoi et al. през 2009 г. [56], елиминира изтичането на популация към неучастващи в изчислението нива при слабо ахармонични кубити чрез добавяне на корективен квадратичен компонент, пропорционален на времевата производна на импулса. Експериментални потвърждения показват изтичане под 0,1% [57], а оптимизираните реализации достигат точност 99,76% [58]. Скорошна теоретична работа на Тончев и др. демонстрира, че композитни импулси могат да намалят изтичането с няколко порядъка повече от DRAG [59].

2.2.2 Композитни импулси и приложения

Композитните импулси – последователности от радиочестотни импулси, предназначени да компенсират експериментални несъвършенства – водят началото си от работата на Хан върху спиновото ехо (1950) [60] и от поредиците за обръщане на заселеността на Левит и Фрийман от 1979 г. [61]. През 80-те години областта се развива бързо [62, 63], а Левит формулира всеобхватна теория по темата [64].

Съвременните постижения на Витанов и Торосов обхващат поредици с произволно висока точност [65], адиабатни преходи с висока точност [66] и двойни композитни π -импулсни поредици с безпрецедентна прецизност [67]. Експерименталната демонстрация през 2022 г. на квантовите компютри на IBM [68] бележи масовото им приложение към практическите квантови технологии. Скорошни разработки включват ротационни гейтове със свръхвисока точност [69] и тесноспектърни двукюбитни гейтове за потискане на кръстосаните смущения [70].

2.2.3 Фазово-модулирани импулси

Скорошна работа на Кузманович et al. демонстрира контрол на кюбити чрез модулация на фазата на Раби честотата вместо чрез времезависим детюнинг [39], постигайки точност на прехвърляне на популацията над 99,9% и устойчивост спрямо детюнинг от ± 40 МХц. Приложенията включват квантови сензори [71] и адресиране на отделни атоми, потискайки кръстосани смущения [72].

2.3 Експериментални разработки върху свръхпроводникови кюбити

2.3.1 Квантови изчисления през облака

Средата за програмиране Qiskit позволява изпълнение на квантови вериги върху облачно достъпни квантови процесори от IBM [73]. Някои разработки са показани тук:

Квантови алгоритми: вариационна квантова оценка чрез собствени стойности (VQE) за квантова химия [74, 75], търсене по Гроувър с анализ на шума [76], алгоритъм за приблизителна квантова оптимизация (QAOA) за 27-кюбитни системи [77] и квантови разходки [78].

Характеризация на системата: измервания на квантовия обем (quantum volume) [79], оценяване на грешки чрез случайни гейтове (randomized benchmarking) [80] и квантова томография на състоянието (quantum state tomography) [81].

Специализирани приложения: проверка на еквивалентността на квантови вериги [82], квантово “steering” управление [83], протоколи за споделяне на тайни [84] и квантови батерии [85].

Qiskit Pulse на IBM Quantum

Qiskit Pulse позволява програмиране на ниво импулси, вместо чрез абстрактни гейтове и вериги [86]. Основните приложения включват калибриране на cross-resonance гейтове, което постига точности, съпоставими със стандартните реализации, транспилация, съобразена с импулсите, която намалява грешките с 50% и про-

дължителността с 52% [87], както и динамично разплитане (dynamical decoupling) за избягване на грешки [88–90]. Сред по-развитите методи за контрол са дигиталният оптимален стабилен контрол [91] и оптимизация чрез дълбоко обучение с утвърждение [92]. В [93] са използвани достъпните по-високи състояния на свръхпроводниковия процесор за изграждане на кютрит, с който успешно са симулирани неутрино осцилации.

Глава 3

Теория

3.1 Квантови системи с две нива

Ако работим в естествени единици ($\hbar = c = 1$), уравнението на Шрьодингер за квантови системи се дава чрез:

$$i \frac{d}{dt} \mathbf{c}(t) = \mathbf{H}(t) \mathbf{c}(t), \quad (3.1)$$

където $\mathbf{c}(t) = [c_1(t), c_2(t)]^T$ е векторът на състоянията. След приближението на въртящата се вълна, хамилтонианът за две нива придобива формата:

$$\mathbf{H}(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\Delta(t) & \Omega(t) \\ \Omega(t) & \Delta(t) \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

където $\Delta(t) = \omega(t) - \omega_0$ е детюнингът и $\Omega(t)$ е честотата на Раби.

За константни параметри, пропагаторът е:

$$\mathbf{U}(T, 0) = \begin{pmatrix} \cos(T\Omega_r) - \frac{i\Delta_0}{\Omega_r} \sin(T\Omega_r) & \frac{i\Omega_0}{\Omega_r} \sin(T\Omega_r) \\ \frac{i\Omega_0}{\Omega_r} \sin(T\Omega_r) & \cos(T\Omega_r) + \frac{i\Delta_0}{\Omega_r} \sin(T\Omega_r) \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

където $\Omega_r = \sqrt{\Omega_0^2 + \Delta_0^2}$. Вероятността за преход е:

$$\mathcal{P}_{0 \rightarrow 1} = \frac{\Omega_0^2}{\Omega_0^2 + \Delta_0^2} \sin^2(T\Omega_r). \quad (3.4)$$

3.2 Адиабатна еволюция

Адиабатните състояния са собствени състояния на времезависимия хамилтониан. Трансформацията от диабатния до адиабатния базис е:

$$\mathbf{C}(t) = \mathbf{R}(\vartheta_1(t)) \mathbf{A}_1(t), \quad (3.5)$$

където

$$\mathbf{R}(\vartheta_1) = \begin{bmatrix} \cos \vartheta_1 & \sin \vartheta_1 \\ -\sin \vartheta_1 & \cos \vartheta_1 \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

с $\vartheta_1(t) = \frac{1}{2} \arctan \frac{\Omega(t)}{\Delta}$.

Адиабатният хамилтониан става:

$$\mathbf{H}_1(t) = \begin{pmatrix} \varepsilon_-(t) & -i\dot{\vartheta}_1(t) \\ i\dot{\vartheta}_1(t) & \varepsilon_+(t) \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

където ε_{\pm} са собствените стойности. Адиабатното условие е

$$\underbrace{\sqrt{\Omega^2(t) + \Delta^2(t)}}_{\varepsilon_1(t)} \gg \underbrace{\frac{|\Omega(t)\dot{\Delta}(t) + \dot{\Omega}(t)\Delta(t)|}{\Omega^2(t) + \Delta^2(t)}}_{|\dot{\vartheta}_1(t)|}. \quad (3.8)$$

3.3 Свръхадиабатна еволюция

Свръхадиабатните бази си от по-висок ред се получават чрез повторна диагонализация на хамилтониана. Полученото свръхадиабатно условие от втори ред е:

$$\underbrace{\sqrt{4\dot{\vartheta}_1^2(t) + \varepsilon_1^2(t)}}_{\varepsilon_2(t)} \gg \underbrace{\frac{|2\ddot{\vartheta}_1(t)\varepsilon_1(t) + 2\dot{\vartheta}_1(t)\dot{\varepsilon}_1(t)|}{4\dot{\vartheta}_1^2(t) + \varepsilon_1^2(t)}}_{|\dot{\vartheta}_2(t)|}, \quad (3.9)$$

където всички адиабатни променливи си имат свръхадиабатни аналози:

$$\begin{aligned} \vartheta_1(t) &\rightarrow \vartheta_2(t), \\ \varepsilon_1(t) &\rightarrow \varepsilon_2(t), \\ \mathbf{A}_1(t) &\rightarrow \mathbf{A}_2(t), \\ \mathbf{H}_1(t) &\rightarrow \mathbf{H}_2(t), \\ \eta_1 &\rightarrow \eta_2. \end{aligned} \quad (3.10)$$

3.4 Свръхпроводникови кубити

3.4.1 Архитектурата трансмон

Трансмононият кубит е развит от кутията с купърова двойка, за да се потисне заряден шум. Неговият хамилтониан е:

$$\mathcal{H}_T = 4E_C n^2 - E_J \cos \phi, \quad (3.11)$$

където $E_C = \frac{e^2}{2C}$ е зарядната енергия, $E_J = \frac{I_c \Phi_0}{2\pi}$ е енергията на Джозефсън, n е редуцираният заряд и ϕ е редуцираният магнитен поток.

За малки ϕ , с развитие на косинуса се получава:

$$E_J \cos \phi \approx E_J - \frac{E_J}{2} \phi^2 + \frac{E_J}{24} \phi^4, \quad (3.12)$$

където квартичният член осигурява анхармоничност за селективен контрол, когато $E_J/E_C \gtrsim 50$.

3.4.2 Алтернативни архитектури

Други дизайни за свръхпроводникови кубити включват:

- Поточни кубити: Използват посоката на постоянния ток като изчислителна база
- Флуксониум: Повишена анхармоничност чрез масиви от съединения на Джо-зефсън
- Ексмон: Плоски трансмони, оптимизирани за двумерна свързаност
- Котешки кубити: Състояния с противоположна фаза и време на обръщане на кубита (bit-flip) от десетки секунди

3.4.3 Имплементацията на IBM Quantum

IBM използва трансмони с фиксирана честота в архитектурата circuit QED, като процесорите ѝ се скалират от 127-кубитната система Eagle до 433-кубитната Osprey. Дизайнът поставя акцент върху кохерентността чрез оптимизирани съотношения E_J/E_C и оформени микровълнови импулси, които ограничават изтичането към високи енергийни нива.

Глава 4

Методология

Всички експерименти бяха проведени върху свръхпроводящите процесори IBM Quantum, достъпни чрез облака. Тези процесори са изградени от трансмони с фиксирана честота, свързани към резонатори за измерване на състоянието. За това изследване използвахме устройствата `ibm_perth`, `ibmq_manila`, `ibmq_quito`, `ibm_kyiv` и `ibm_sherbrooke`, като избирахме единични кубити с висока кохерентност. Типичните честоти на кубитите бяха в диапазона 4–5 ГХц, а времената на кохерентност T_1, T_2 – от порядъка на десетки микросекунди, което гарантираше, че продължителностите на импулсите (десетки до стотици наносекунди) са много по-къси от T_1, T_2 и така декохерентните ефекти по време на всеки импулс са ограничени.

Имплементация на импулсите: Формите на импулсите бяха програмирани чрез интерфейса за управление на ниво импулси Qiskit Pulse. Всеки контур $f(t)$ бе дискретизиран и зареждан като поредица от амплитуди и фази към контролния канал на кубита. Критична стъпка беше калибрацията: дефинираме площ на импулса (често измерване в единици π), която съответства на номиналния ъгъл на ротация върху сферата на Блох при резонансно взаимодействие. Например, площ π напълно обръща състоянието на кубита ($0 \rightarrow 1$) при резонанс. Чрез промяна на амплитудата (честота на Раби Ω) реализирахме площи от π до 7π .

Всяко измерване на спектрална линия се състои от вариране на честотата на движещия импулс около резонанса на кубита. Детюнингът $\Delta = \omega_{\text{drive}} - \omega_{01}$ бе променян в обхват (напр. ± 180 МХц); за всяка стойност подавахме импулс с определена форма към кубита (първоначално в $|0\rangle$) и измервахме вероятността за преход. Повтаряйки процеса за различни константни честоти, изграждахме профил на възбуждане $P_{0 \rightarrow 1}(\Delta)$, описващ спектралния отговор на съответната форма. За всяка точка бяха осреднявани хиляди повторения, а измерванията бяха корегирани за грешки при измерването, когато беше възможно. За ограничаване на систематичните грешки преди всяка форма на импулса бяха пускани калибрационни импулси; данните бяха сравнявани едва след изваждане на базови отмествания (за вземане предвид изтичането към по-горни нива и паразитни възбуждания).

Анализ на данните: Измерените спектрални линии се приближаваха както с лоренцианови функции (за сравнение), така и с предвидените вероятности за преход на аналитични модели в случаите, когато съществуват. Например, за правоъгълен импулс се използва формулата за модел на Раби, за `sech` – формулата на Розен–Зинер и т.н. Качеството на приближението бе оценявано чрез средна абсолютна грешка (MAE), а разминаванията от точния модел се инспектираха за систематични отклонения. Прилагахме също „индекс на назубряне“ (OFI), за да гарантираме, че

допълнителни параметри не подобряват изкуствено приближението чрез назубряне на конкретните данни. Записвахме ключови хардуерни параметри (резонансна честота, анхармоничност и др.); ефектите от отрязване на импулса бяха внимателно отчетени при форми с принципно безкрайна опашка (напр. sech). Съобразихме се с времевата синхронизацията и дискретизацията (2/9 нс резолюция на генератора на произволни вълнови форми), които могат леко да изкривят целевата форма.

Наред със спектралните линии, проведохме и Раби-осцилации извън резонанс за проследяване на динамиката във времето при различни форми (вкл. многоимпулсни секвенции за сложни профили). Тези времеви експерименти потвърдиха явления като изтичане към по-високи нива или отклонения от идеалното поведение на система с две нива.

В обобщение, методологията съчета гъвкавостта на импулсния контрол на ИВМ със стриктен анализ, за да сравни теоретичните модели за импулсните форми с реалното представяне на квантовия хардуер. Тази синергия позволи откриването и валидацията на няколко нови ефекта и методи за контрол, обобщени по-долу.

4.1 Параметри на процесорите на IBM Quantum

Експ. #	Дата	Система	Кюбит	T_1 (мкс)	T_2 (мкс)	Грешка при изм.
1	26.05.23 г.	ibm_perth	0	166.7	91.3	2.65%
2	27/04/23 г.	ibmq_quito	0	62.2	82.7	7.14%
3	08/12/23 г.	ibm_kyoto	2	305.2	58.1	0.29%
4-5	03.06-24.08.23 г.	ibmq_manila	0	148-166	57-117	2-3%
6-10	Ное-Дек 24 г.	ibm_sherbrooke	46	256-394	288-697	0.6-2%
11	29.12.24 г.	ibm_kyiv	14	388	376	0.32%

Таблица 4.1: Параметри на квантовите процесори на ИВМ: кохерентни времена (T_1 , T_2) и грешки при измерване.

Експ. #	Описание
1-2	Често срещани и крайни форми на импулса
3	Сравнение на синусов срещу правоъгълен импулс
4-5	Ефекти на мощностно свиване
6-10	Мощностно свръхразширение (квадратични и импулси с четна експонента)
11	Равновероятностни модели

Таблица 4.2: Легенда на експериментите във връзка с параметрите от горната таблица.

Експериментите обхващаха периода 2023–2024 г. и бяха проведени върху няколко устройства на ИВМ, като времената на кохерентност варираха от десетки до стотици микросекунди, а грешките при измерване — от <1% до >7%. Всички кюбити имаха отрицателна анхармоничност, типична за трансмонната архитектура.

Глава 5

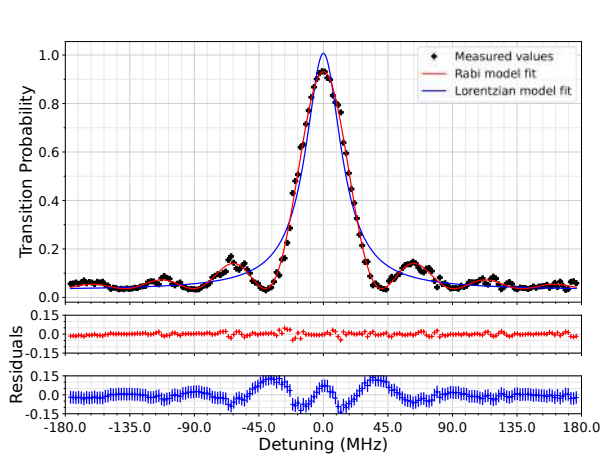
Аналитични форми на импулса за подобрена калибрация на кубита

В тази глава докладваме резултатите от два експеримента: първият валидира пет широко прилагани аналитични модела за прехвърляне на популация в (кюбитна) система с две нива при оформени импулси, а вторият разработва два подобни приблизителни модела, предназначени за синусоидални импулсни форми, и ги потвърждава експериментално върху хардуера на IBM Quantum. Анализът на стандартните импулсни форми предполага константен детюнинг $\Delta(t) = \Delta_0$ и разглежда пет импулсни профила: правоъгълен импулс (модел на Раби), хиперболичен секанс (модел на Розен–Зинер), експоненциален импулс (модел на Демков) и два импулса без точни решения (гаусов и квадрат на хиперболичен секанс). Точни аналитични формули за вероятността на преход са налични за първите три модела, докато случаите на гаусовия и sech^2 се третират съответно с добре утвърдените приближения на Дихне–Дейвис–Печукас (ДДП) и хипотезата на Розен–Зинер с корекцията на Робискоу. Тези аналитични инструменти дават явни изрази за популацията на възбуденото състояние на кубита като функция на времето. Например, моделът на Раби (константен импулс) води до стандартни осцилации на Раби:

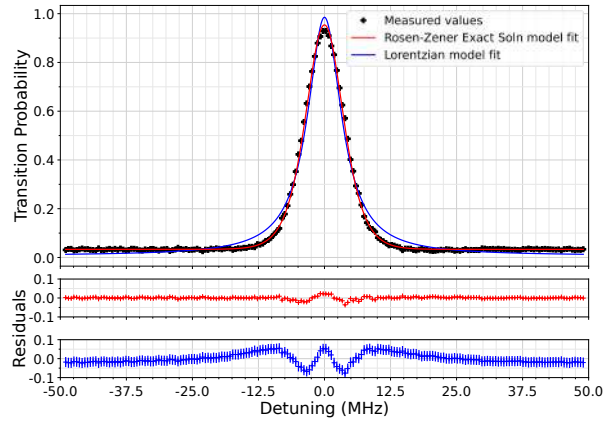
$$P_{0 \rightarrow 1}(t) = \frac{\Omega_0^2}{\Omega_0^2 + \Delta^2} \sin^2 \left(\frac{1}{2} \sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2} t \right), \quad (5.1)$$

където Ω_0 е амплитудата на честотата на Раби на импулса. По аналогия, моделът на Розен–Зинер дава точна формула за $P_{0 \rightarrow 1}(t)$, която съдържа хиперболични функции и се отличава с факторизирана зависимост от амплитудата на импулса и детюнинга. Експоненциалният модел на Демков също има аналитично решение, изразено чрез Беселови функции. За гаусовия и за sech^2 импулс се използват приблизителни изрази, получени съответно чрез метода на ДДП и хипотезата на Розен–Зинер. Всички модели предполагат, че площта на импулса $\int_{-\infty}^{\infty} \Omega(t) dt$ е фиксирана (обикновено π за пълна инверсия) и че импулсите започват и завършват при нулева амплитуда (при нужда се отрязват безкрайните „опашки“). За да се спази това условие експериментално, безкрайните импулсни форми (напр. sech , гаусиана) се отрязват симетрично в точки, където амплитудата става пренебрежимо малка ($\approx 0,1\%$ от максимума).

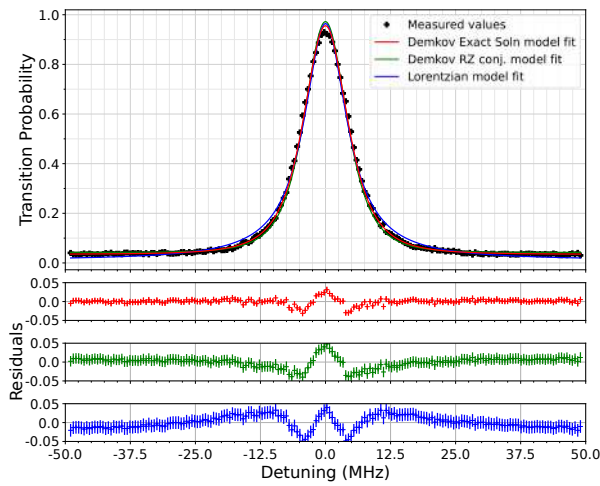
Продължаваме с експериментална валидация на тези модели за форми на импулса върху свръхпроводников кюбит. Профилите на вероятността за преход бяха измервани, като първоначално подготвихме кубита в състояние $|0\rangle$, след което прилагаме импулс от определена форма при константен детюнинг Δ (т.е. леко



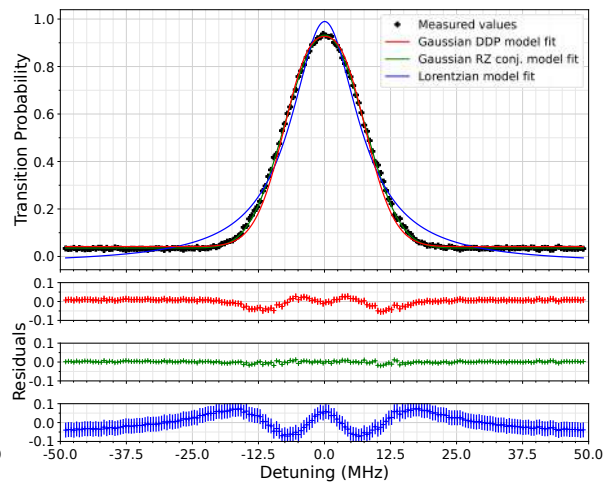
(а) Профил на прехода на модела на Раби.



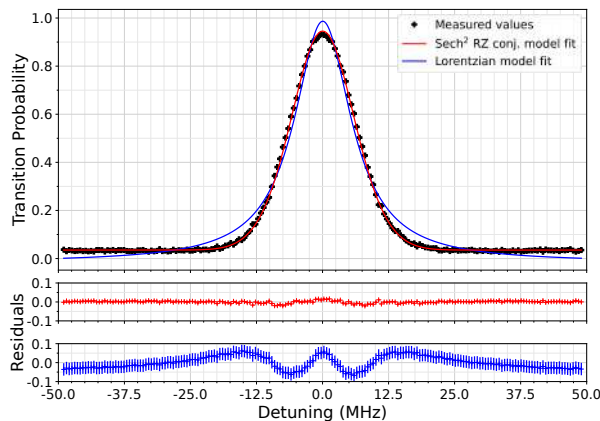
(б) Профил на прехода на модела на Розен-Зинер.



(в) Профил на прехода на модела на Демков.



(г) Профил на прехода на гаусовия модел.



(д) Профил на прехода на модела на хиперболичния секанс.

Фигура 5.1: Профил на прехода за пет различни модели: измервания (черни кръстове), приближение чрез съответната аналитична формула (червено) и чрез лоренцианова крива (синьо) за сравнение. Модели на Демков (с) и гаусианата (d) са приближени и с трети метод, базиран на хипотезата на Розен-Зинер (зелено).

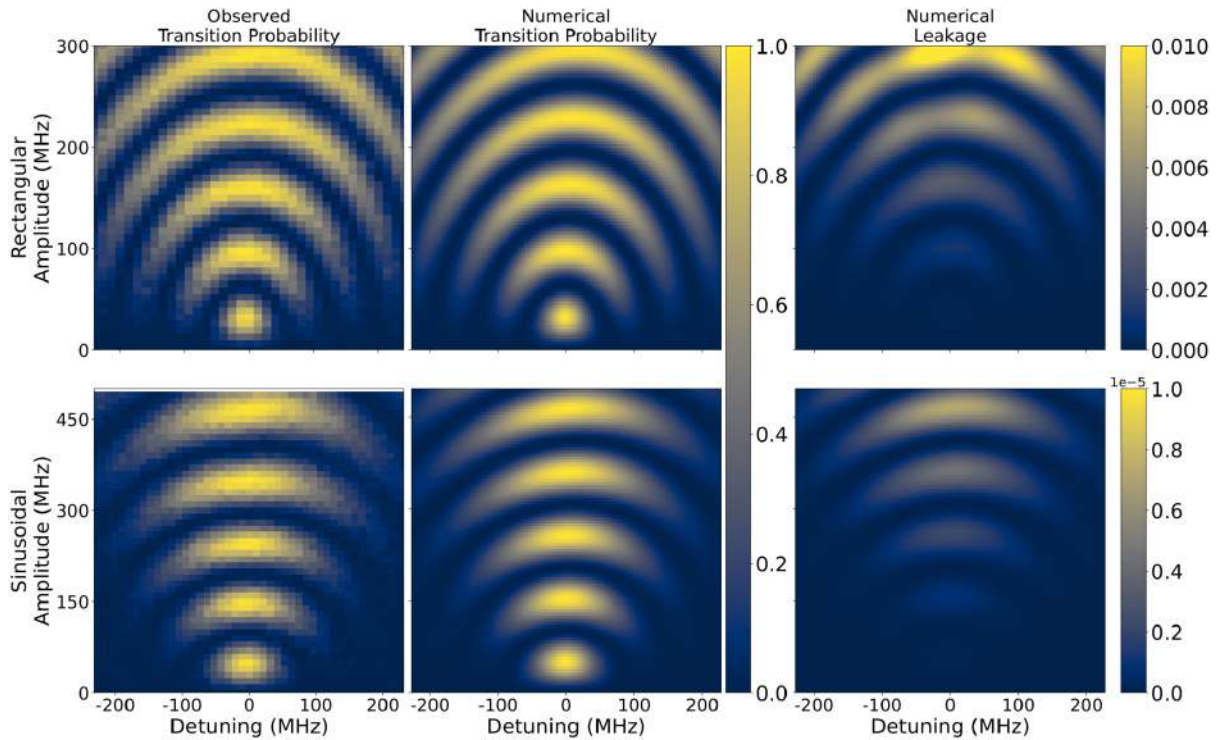
варирахме честотата на импулса близо до резонанса) и измервахме вероятността $P_{0 \rightarrow 1}$ кубитът да бъде измерен във възбуденото състояние. Тези експериментални профили бяха сравнявани с аналитичните предсказания на моделите на `ibm_perth`. Фиг. 5.1 обобщава резултатите за петте импулсни форми: във всеки случай експерименталните данни (точки) показват отлично съгласие с изведената формула (плътни червени криви), докато простото лоренцианово приближение (синьо) не успява да улови важни особености. Например данните за правоъгълния импулс (модел на Раби) проявяват характерни странични пикове, които лоренциановата крива не може да възпроизведе, а точната формула на Раби описва прецизно (Фиг. 5.1a). Трето приближение, базирано на хипотезата на Розен–Зинер (в зелено), е показано на графиките за експоненциалния и гаусовия импулс (Фиг. 5.1b и 5.1r). По подобен начин експериментът със sech -импулса (Фиг. 5.1b) показва, че аналитичното решение на Розен–Зинер (което отчита дългите „опашки“ на импулса) съвпада почти идеално с измерения линейен профил, включително „плоското“ плато и бавно затихващите опашки, докато лоренциановото приближение се отклонява значително. Количествено, използването на правилния модел силно намалява грешката на приближението – например, в случая на Розен–Зинер средната абсолютна грешка се подобрява приблизително пет пъти спрямо стандартните лоренцианови форми, използвани в учебника на IBM Qiskit.

Това води до много по-прецизна оценка на резонансната честота на кубита: стандартното отклонение на намерения резонанс спада от десетки килохерци при лоренцианово приближение до само ≈ 10 кХц при модела на Розен–Зинер. Всъщност, при всички изследвани импулсни форми аналитичните (или коректно приближените) модели дават значително по-остри и точни преходни профили, като намаляват грешката в калибрацията на резонансната честота с коефициент 4–7 спрямо стандартния лоренцианов подход. Това показва, че вземането предвид на реалната динамика на импулсната форма може драстично да подобри точността на калибрацията и на контрола на кубита.

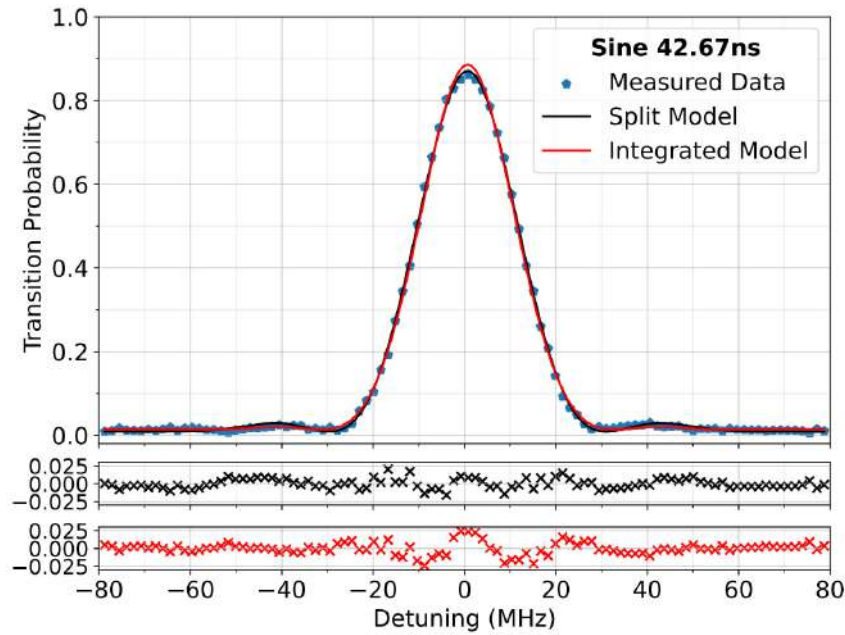
Освен петте модела, описани по-горе, изследването въвежда и анализира синусоидална импулсна форма като пример за „оптимален“ импулс с крайна продължителност. Синусоидалната обвивка $\Omega(t) \propto \sin(\pi t/T)$ за $t \in [0, T]$ започва и завършва плавно при нулева амплитуда (без нужда от отрязване) и има линейно начално нарастване (нулева втора производна близо до $t = 0$), което минимизира неadiaбатния „тласък“ в краищата. Тези свойства позволиха извеждането на два приблизителни модела за системи с две нива, които предсказват вероятността за преход при прилагане на синусоидалната форма, както и за още пет импулсни форми, всяка симетрично отрязана, за да изпълни изискванията на моделите. Моделите бяха експериментално валидирани чрез сравнение на техните предсказания с измервания на спектралната линия върху `ibmq_quito`.

Нашите експерименти потвърдиха, че синусоидалният импулс наистина може да служи като по-добра алтернатива на традиционния правоъгълен импулс. На Фиг. 5.2 са сравнени „равнините на възбуждане“ (двуизмерни графики на крайната вероятност $P_{0 \rightarrow 1}$ като функции на детюнинга и амплитудата на импулса) за правоъгълни и синусоидални импулси с еднаква продължителност. Синусоидалното възбуждане на кубита генерира много по-тъсна спектрална линия и забележимо отслабва ефекта на „мощностно разширение“: ширината на преходната линия расте само като $\propto \sqrt{\Omega_0}$ при синусов импулс, докато в правоъгълния случай нараства линейно с Ω_0 (квадратично по-слабо разширяване). В измерените равнини резонансната линия на синусоидал-

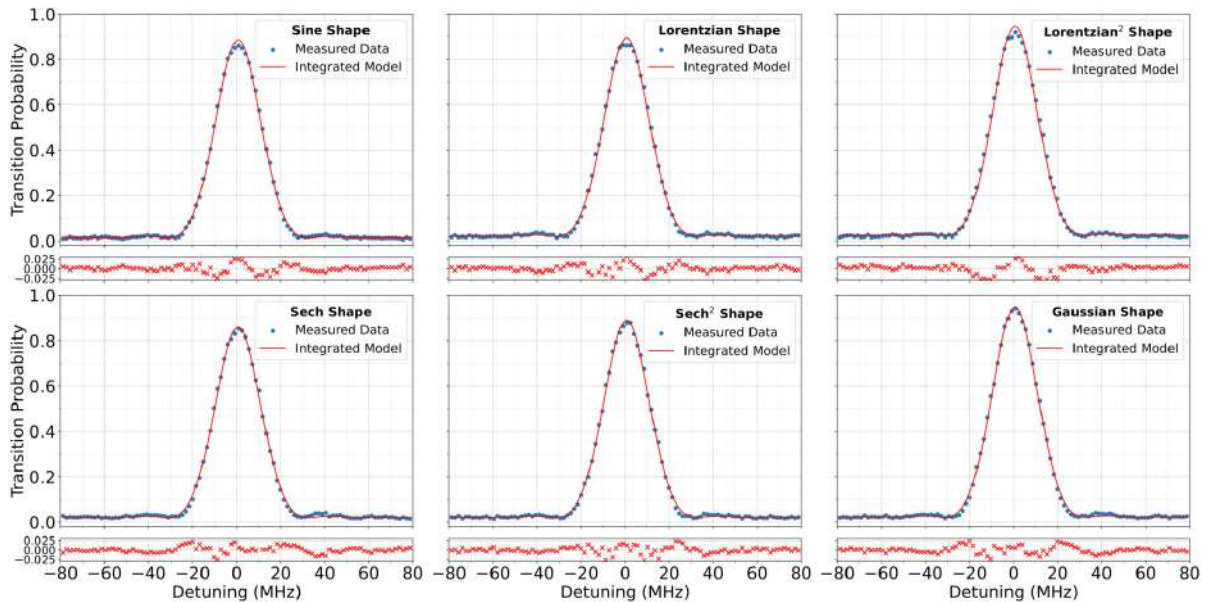
ния импулс е явно по-компактна (по-висок, по-остър пик) в сравнение с широкия отклик на правоъгълния импулс, въпреки че и двата имат една и съща продължителност и площ. Освен това синусоидалната форма драстично намалява изтичането към неучастващи състояния: симулации с много нива показват, че възбуждането със синусов импулс намалява изтичането с 3–4 порядъка спрямо правоъгълен импулс (виж десните панели на Фиг. 5.2). Причината е, че гладката синусоидална вълна избягва резките ръбове на правоъгълния импулс и така силно потиска възбуждането до по-високи енергийни нива (странични преходи). Въпреки това, за да се постигне желаната ротация (площ на импулса) със синусоидална форма, трябва да се компенсира нейният по-малък „коэффициент на запълване“ — синусовата вълна заема само $2/\pi \approx 64\%$ от площта на правоъгълен импулс със същата продължителност. На практика това налага увеличаване на продължителността или на максималната амплитуда с около 57%, за да може синусовият импулс да реализира π -ротация. Следователно, чрез правилен избор на импулсна форма (и прилагане на подходящите теоретични модели) може значително да се повиши прецизността при контрол на кубита. Валидността на двата приблизителни модела беше потвърдена върху свръхпроводников кубит, като резултатите за синусоидалния и останалите пет импулса са изобразени на Фиг. 5.3 и Фиг. 5.4. Демонстрираните модели и съгласието им с експеримента подчертават, че формата на импулса не е просто техническа подробност, а мощен контролен параметър: например, спектралният анализ на тези оформени импулси подобрява точността на калибриране на честотата на кубита приблизително с 4–7 пъти спрямо лоренциановия метод. Работата в тази глава полага основите за оформяне на взаимодействащите импулси с цел прецизно контролиране на вероятностите за преход, подготвяйки почвата за новите спектрални ефекти, разгледани в следващата част от това изследване.



Фигура 5.2: Сравнение на равнините на възбуждане и скорости на изтичане за правоъгълен (горен ред) и синусоидален (долен ред) импулс. Фигурата показва наблюдаваните вероятности за преход (лява колона) и числени симулации на вероятностите за преход (средна колона), както и изтичането към по-високи енергийни нива (дясна колона). Числените симулации са съобразени с `ibm_kyoto` – квантовия процесор на IBM Quantum, използван за получаване на равнините на възбуждане в лявата колона. Съответното изтичане към по-високи нива, показано в крайната дясна колона, е значително по-ниско при синусоидалния импулс, като цветната скала варира от 0 до 10^{-2} за горния ред и от 0 до 10^{-5} за долния.



Фигура 5.3: Измереният профил на преходната линия за синусоидалния контур на импулса ($T = 42,67$ нс) е изобразен (сини шестоъгълници) заедно с приближения, базирани на разделеното приближение (в червено) и на интегрираното приближение (в зелено). Разминаванията на двата модела са показани в тънките оси под графиката.



Фигура 5.4: Измерените профили на преходните линии (сини шестоъгълници) са изобразени заедно с приближения, базирани на интегрираното приближение (в зелено) за шестте измерени импулсни форми с $\tau = T = 42,67$ нс. Горен ред (отляво надясно): синус, лоренциана, лоренциана²; Долен ред: sech, sech² и гаусиана. Разминаванията на двата модела са показани в тънките оси под всяка графика.

Глава 6

Мощностно свиване и свръхразширение

Тук изследваме два нови феномена на спектрална манипулация, възможни благодарение на специално оформяне на импулсите: мощностно свиване (power narrowing) и мощностно свръхразширение (power superbroadening). Тези ефекти представляват две противоположни отклонения от обичайното мощностно разширение, наблюдавано при системи с две нива.

При конвенционално непрекъснато вълново (continuous-wave) възбуждане увеличаването на мощността на импулса (честота на Раби Ω_0) води до разширяване на спектралната линия и съответно до по-нисък Q -фактор – добре познатия ефект мощностно разширение. В тази глава демонстрираме експериментално, че чрез подходящ подбор на импулсната обвивка тази тенденция може да бъде обърната или подсилена – т.е. да се постигнат по-тесни линии при по-висока мощност (мощностно свиване) или пък разширяване отвъд обичайния лимит (мощностно свръхразширение).

Предлагаме теоретично обяснение на явленията в контекста на адиабатна и свръх-адиабатна еволюция и представяме експериментални доказателства, получени на свръхпроводниковите квантови процесори на IBM – `ibmq_manila` и `ibmq_sherbrooke`.

6.1 Мощностното свиване от гледната точка на адиабатния базис

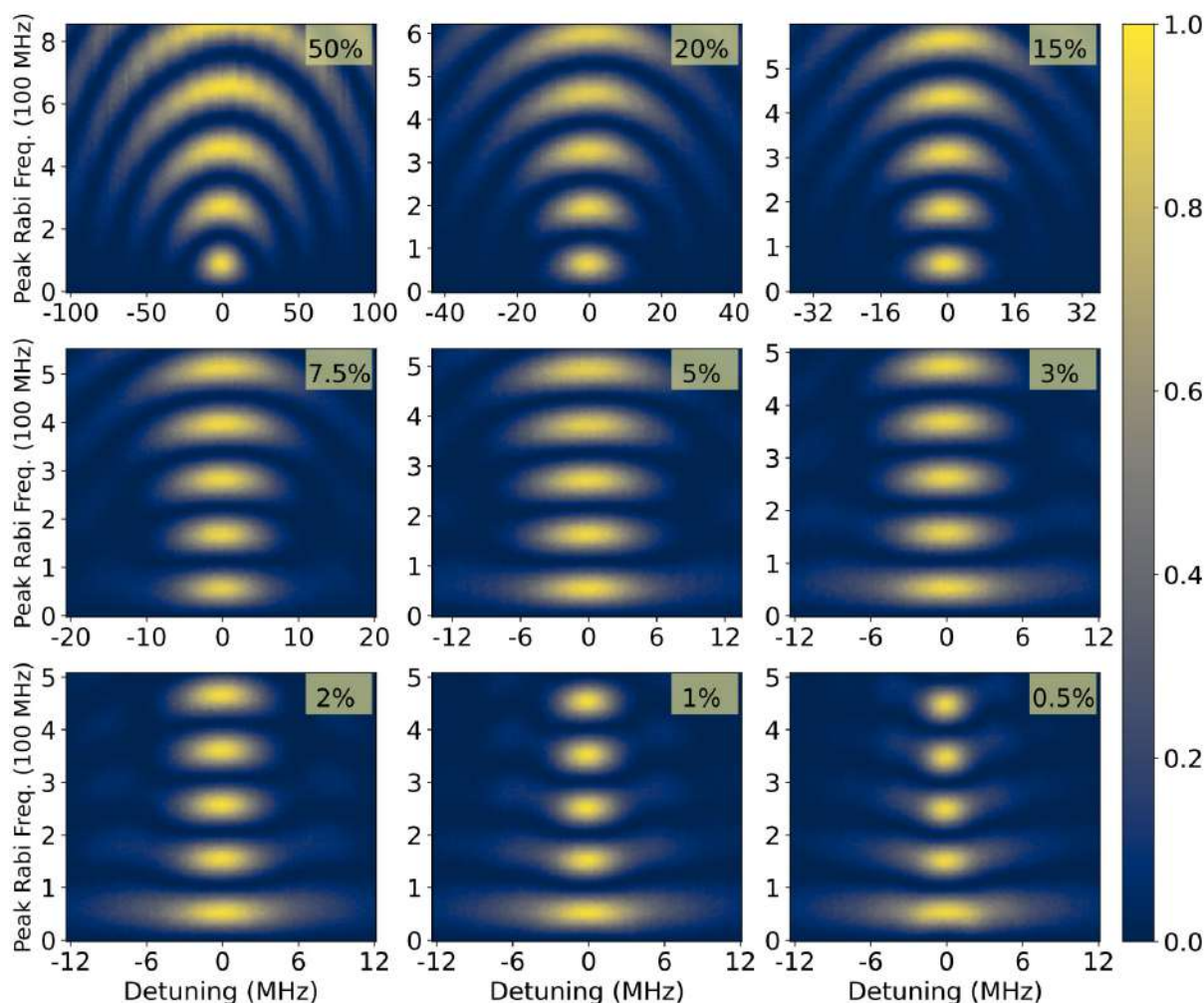
При постоянен детюнинг (без пресичане на нива) перфектната адиабатна еволюция води до нулево крайно прехвърляне на заселеност (системата адиабатно се връща в $|0\rangle$). Следователно всяко ненулево крайно възбуждане показва нарушение на адиабатността в някакъв момент по време на импулса. Свързваме широчината на спектралната линия с условието за адиабатна еволюция. Адиабатното условие е $\varepsilon(t) \gg |\dot{\vartheta}(t)|$, където $\varepsilon(t) = \sqrt{\Omega(t)^2 + \Delta^2}$ е мигновеното енергийно разделение, а $\vartheta(t) = \frac{1}{2} \arctan[\Omega(t)/\Delta]$ е ъгълът на смесване. Интуитивно това изисква импулсът да се променя бавно в сравнение с неадиабатната свързка $\dot{\vartheta}(t)$ на кубита. За даден детюнинг Δ това условие е най-вероятно да се наруши в момента t_m , когато импулсът се изменя най-бързо (максимално $|\dot{\vartheta}|$). Ако неравенството се наруши, настъпват неадиабатни преходи и остава остатъчно възбуждане; ако е изпълнено за всички t , системата се връща в основното състояние (без възбуждане). Следователно диапазонът на детюнингите, за които адиабатният критерий се изпълнява (приблизително $|\Delta| \lesssim \Delta_b$ за някакъв праг Δ_b), определя полуширината на спектралната линия.

Оценка за този праг се получава, като превърнем адиабатното условие в равенство при $t = \pm t_m$. Полученото Δ_b като функция на Ω_0 зависи от контура на импулса $f(t)$. Трябва да отбележим, че при правоъгълен импулс полуширината $\Delta_{1/2}$ на спектралната линия нараства линейно с амплитудата на задвижването, $\Delta_{1/2} \propto \Omega_0$ (линейно мощностно разширение), докато при sech -импулс (модел на Розен–Зинер) $\Delta_{1/2}$ е независима от Ω_0 (липсва разширение). По-общо, ако опашките на импулса намаляват като $f(t) \sim 1/|t|^\lambda$ за големи $|t|$, теорията предсказва обратно скалиране на полуширината с амплитудата: $\Delta_{1/2} \tau \propto (\Omega_0 \tau)^{-1/(\lambda-1)}$. Следователно за импулсна форма със степен λ увеличаването на амплитудата всъщност стеснява спектралната линия ($d\Delta_{1/2}/d\Omega_0 < 0$). Колкото по-малка е λ , толкова по-изразен е ефектът на мощностно свиване. Импулс от тип „лоренциана на степен“ $L^n(t)$ със степен $n \leq 1$ е отличен кандидат за мощностно свиване, тъй като полиномно спадащите му опашки спадат с показател $\lambda = 2n$. За сравнение, импулси с експоненциално затихващи опашки (напр. sech , гаусов) не проявяват свиване. Тези теоретични аргументи създават предпоставки за проектиране на импулси, които нарушават обичайната тенденция на мощностно разширение и позволяват постигане на по-висока спектрална резолюция при по-голяма мощност.

За да реализираме експериментално мощностното свиване, използваме семейство лоренцианови импулси с различна тежина на опашките. По-конкретно, формите на управляващите импулси се задават като лоренцианови функции на степен $L^n(t)$ – по същество лоренцианова крива, повдигната на степен n , която при $n < 1$ има по-тежка опашка (по-бавно затихване). С намаляване на n се доближаваме до идеалното поведение на опашката в контекста на мощностното свиване, макар това да удължава значително продължителността на импулса. На практика крилата на импулса трябва да се „отрежат“ в някакъв краен момент $\pm t_c$, което въвежда внезапен скок в амплитудата. Фиг. 6.1 показва как това отрязване внася ефект на линейно мощностно разширение, като лоренцианов импулс с $n = 1$ се секва в девет различни точки: прекъсванията добавят принос под формата на δ -функция към $\dot{\vartheta}(t)$, поражайки допълнителен термин за вероятността на преход

$$P_c \approx \frac{\Omega_c^2}{\Omega_c^2 + \Delta^2} [1 - P_{0 \rightarrow 1}(\Delta)].$$

Този артефакт от отрязването има собствено уширение (скалиращо с амплитудата на скока при секването Ω_c) и може да възпрепятства свиването, ако импулсът се отреже твърде рано. Ето защо в експеримента t_c се избира така, че $\Omega(t_c)$ да е много малка, минимизирайки P_c . С тези съображения провеждаме системно изследване на шест импулса $L^n(t)$ (с различни n) на квантов процесор на ИВМ, измервайки спектралния профил при различни площи на импулса (напр. $\pi, 3\pi, 7\pi$). Резултатите, обобщени на Фиг. 6.2, потвърждават мощностното свиване при всички тествани форми. С увеличаване на площта от π до 7π ширината на линията намалява за всеки импулс L^n – в ярък контраст с референтния правоъгълен случай ($n = 0$), при който линията се разширява. По-силно изразеният модел на свиване при по-ниски лоренцианови експоненти се вижда на Фиг. 6.3, където спектралните линии за $\pi, 3\pi$ и 7π са начертани за всяка от шестте форми. Стесняването е умерено при импулси с относително къси опашки (напр. $n = 2$, само $\sim 20\%$ по-тясно при 7π спрямо π), но става драматично при импулси с по-дълги опашки. Например стандартният лоренцианов импулс ($n = 1$) показва около 2.9-кратно намаляване на FWHM между π и 7π , а още по-бавнозатихваща форма ($n = 0,6$) постига над десетократно стесняване на спектрал-



Фигура 6.1: Равнини на възбуждане (вероятност за преход спрямо детюинга Δ и макс. честота на Раби Ω_0) за лоренцианов импулс, отрязан в граничните моменти $\pm t_c$, при които амплитудата на импулса $\Omega_c = \Omega_0 f(t_c)$ е процент от максималната стойност Ω_0 , посочена във всяка рамка.

ната линия (от π до 7π). Това експериментално наблюдавано „десетократно свиване“ на ширината на резонанса при висока мощност е силно потвърждение на мощностното свиване. То обръща вековната представа, че по-високата мощност непременно разширява линията – тук повече мощност води до по-остри спектрални линии. (В абсолютни стойности наблюдаваме стесняване на полуширината от около 20 МХц при π до ~ 2 МХц при 7π в случая $n = 0.6$.) Отбелязваме, че постигнатото свиване, макар и впечатляващо, е по-малко от идеално предсказваното поради неизбежното отрязване и лекото „изтичане“ при някои дълги опашки. Въпреки това импулсите тип „лоренциана на степен“ ясно демонстрират обръщане на уширяващия ефект – т.е. мощностно свиване – за първи път в система с две нива. Това явление има директни практически последици: по-тъсна линия при висока мощност позволява възпроизвеждане на бързи Раби-осцилации без загуба на спектрална селективност. Наистина трябва да отбележим, че импулсната форма с $n \approx 0.6$ (даваща силно свиване) може да постигне честотна резолюция почти съизмерима с Рамзи-интерферометрия, предлагайки реална алтернатива за високопрецизна спектроскопия на кубити.

6.2 Мощностно свръхразширение – свръхадиабатни ефекти

Също така изследваме импулси, които усилват мощностното разширение на спектралните линии повече от нормалното, като на практика „разтягат“ спектралния профил повече от правоъгълен импулс. Теоретичният анализ използва свръхадиабатната еволюция (адиабатно приближение от по-висок порядък). Дори един импулс да е адиабатен в обичайния смисъл, той може да нарушава свръхадиабатните условия и така да предизвиква допълнителни преходи.

Представяме два нови вида форми на импулса, специално проектирани да „чупят“ свръхадиабатността: квадратични импулси и импулси с четна експонента. Квадратичният импулс добавя парабола към константния импулс:

$$\Omega(t) = \Omega_0 \left\{ 1 + \beta \left[\left(\frac{t - T/2}{T/2} \right)^2 - 1 \right] \right\}. \quad (6.1)$$

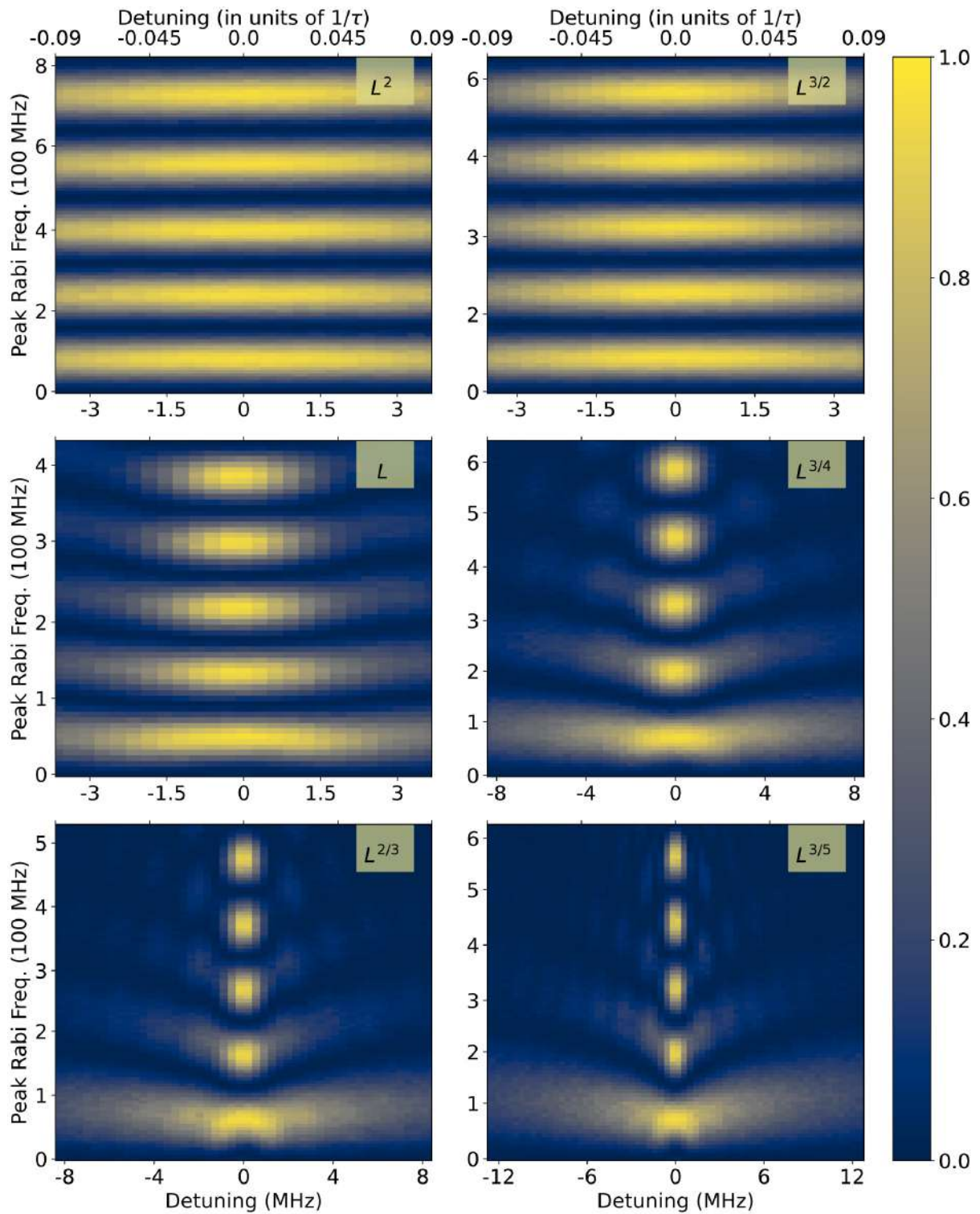
Параметърът β контролира формата на импулса – вдлъбнатата форма при $\beta < 0$ или изпъкналата при $\beta > 0$; при $\beta = 0$ се получава правоъгълният импулс, а при $\beta = 1$ амплитудата в центъра пада до нула, образувайки „двурога“ форма. Импулсът с четна експонента пък е вид импулс, при който

$$\Omega(t) = \Omega_0 \left(\frac{t - T/2}{T/2} \right)^{2P} \quad (6.2)$$

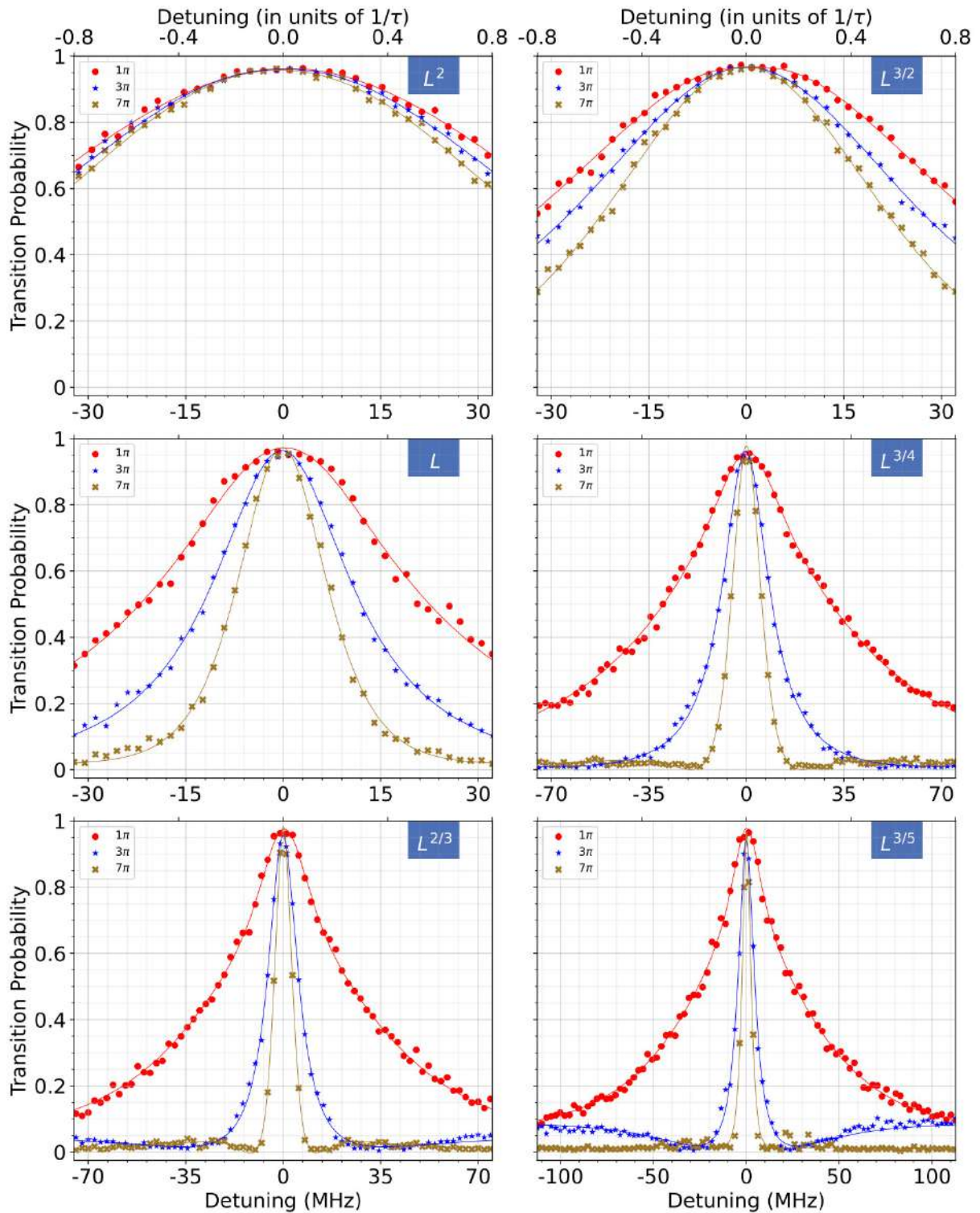
за цяло число P . При $P = 0$ импулсът е правоъгълен, докато за големи P се появяват два тесни пика в краищата на импулса. И двата вида са проектирани така, че амплитудата в средата на импулса да е нулева или минимална (или по конструкция, или за определени стойности на β), което силно променя поведението им в адиабатния базис. Учудващо е, че две импулсни форми, които изглеждат сходни по основни метрики, могат да се държат много различно в свръхадиабатния режим. Например квадратичен импулс с $\beta = +1$ (вдлъбнат, с „дълбока яма“ по средата) и такъв с $\beta = -1$ (изпъкнал) имат огледални първа и втора производна по абсолютна стойност (те представляват просто огледални спрямо определена стойност на Ω_0 форми). Би се очаквало адиабатното им поведение да е еднакво. Свръхадиабатният анализ обаче разкрива ключова разлика: импулсът с $\beta = +1$ нарушава свръхадиабатното условие, докато импулсът с $\beta = -1$ не го нарушава. С други думи, вдлъбнатата квадратична форма отваря допълнителен неадиабатен канал, където изпъкналата форма е адиабатна. Това е илюстрирано на Фиг. 6.4, където е показана „свръхадиабатната връзка“ за различни импулси: квадратичният с $\beta = +1$ и представителен ЕЕ-импулс ($P = 3$) показват съществен пик в свръхадиабатната връзка, който позволява преходи далеч от резонанса, докато връзката на квадратичния импулс с $\beta = -1$ остава ниска (свръхадиабатното условие е спазено). Експерименталните резултати подкрепят този анализ. Реализирахме няколко квадратични импулса (от $\beta = -1$ до $+1$) и импулси с четна степен (от $P = 0$ до 3) на 127-кюбитния процесор на IBM и измерихме техните равнини на възбуждане. Резултатите (Фиг. 6.5a и 6.6a) показват постепенно по-силно разширение и усложняване на интерференционните „ресни“ в спектъра, когато се преминава от адиабатни към импулси, които нарушават суперадиабатността. Например вторият максимум на възбуждане, получен с квадратичен импулс при $\beta = +1$, обхваща приблизително 100 МХц по детюнинг, докато при стандартния правоъгълен импулс ($\beta = 0$) той е само около 30 МХц –

увеличение на ширината с фактор ~ 3.3 . За сравнение, квадратичният импулс с $\beta = -1$ дава много по-тясна втора линия (ширина ~ 20 МХц). При $\beta = +1$ се появяват множество „ресни“ (осцилационни интерференционни шарки) около уширения пик, което показва наличието на няколко интерференционни пътя, отворени от свръхадиабатната свързка. Импулсите от вида с четна експонента демонстрират подобна тенденция: с увеличаването на P спектрите развиват повече ресни, а страничните пикове се уширяват допълнително (илюстрирано на Фиг. 6.6a). В крайна сметка тези импулси реализират „свръхразширение“ – втората спектрална линия (а и по-високите) става няколко пъти по-широка, отколкото при нормални импулси. Наблюдаваме коефициенти на свръхразширение до около $3.5\times$ за втората линия (напр. импулси с четна степен спрямо правоъгълен импулс), в съгласие с горния квадратичен пример.

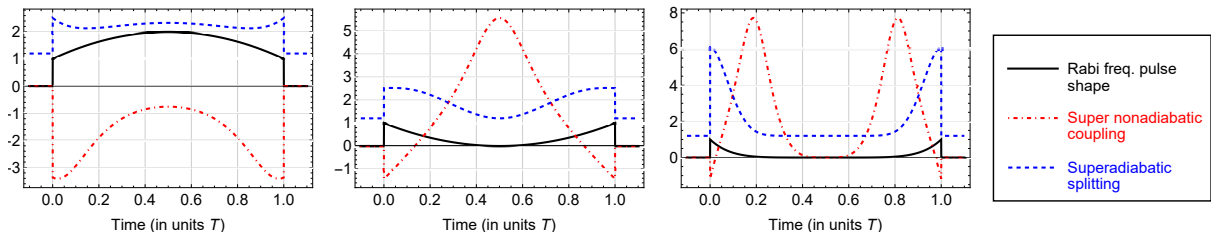
Отбелязваме и няколко важни приложения на усиленото разширение на спектралната линия. Целенасоченото разширяване на прехода може да бъде полезно на редица места в квантовия контрол – например при лазерно охлаждане или при инженеринг на бърз адиабатен преход в уширен спектър. Новите импулсни форми по този начин разширяват набора от инструменти за контрол на спектрални линии, като позволяват да се настройва не само основната ширина на линията (чрез мощностно свиване), но и по-високите спектрални особености. Демонстрациите за свиване при висока мощност и за „свръхразширение“ взети заедно реализират двупосочен контрол върху спектралните свойства на кубита, невъзможен досега. Особено експериментът за мощностно свиване служи като доказателство, че дори дълбоко утвърдени парадигми могат да бъдат преобърнати чрез изобретателно оформяне на импулса. Това отваря пътя към по-гъвкави техники за квантов контрол – в зависимост от нуждите, може да се избират импулсни форми, които или изострят даден преход за висока прецизност, или го разширяват, за да покрият по-широка честотна лента, при това без да се влияе на динамиката на кубита. Описаните резултати представляват първите експериментални наблюдения на тези ефекти и подчертават основната теза на главата: импулсната форма е мощен контролен параметър в квантовата динамика, а не просто дизайнерски избор.



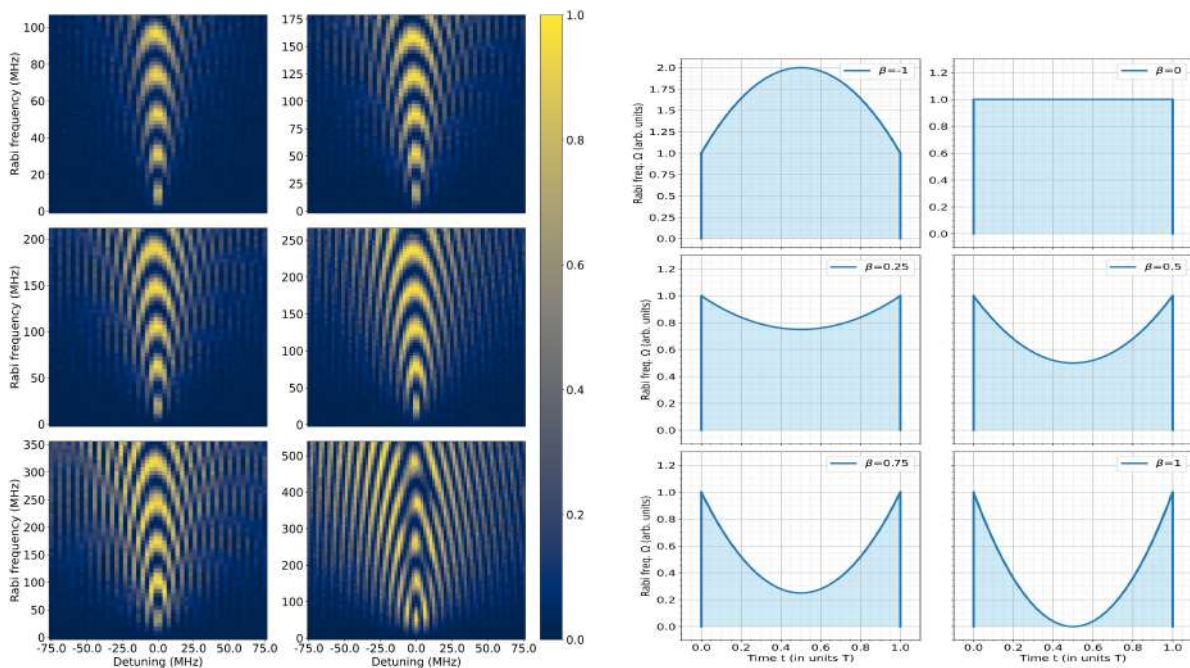
Фигура 6.2: Равнини на възбуждане (вероятност за преход спрямо детюинга Δ и макс. честота на Раби Ω_0) за различни форми на импулса $L^n(t)$, със степен n указана във всяка рамка.



Фигура 6.3: Вероятност за преход като функция на детюинга за шест различни импулсни форми $L^n(t)$. Данните са приближени с функция, представляваща сума от хиперболичесен секанс и лоренцианова крива.



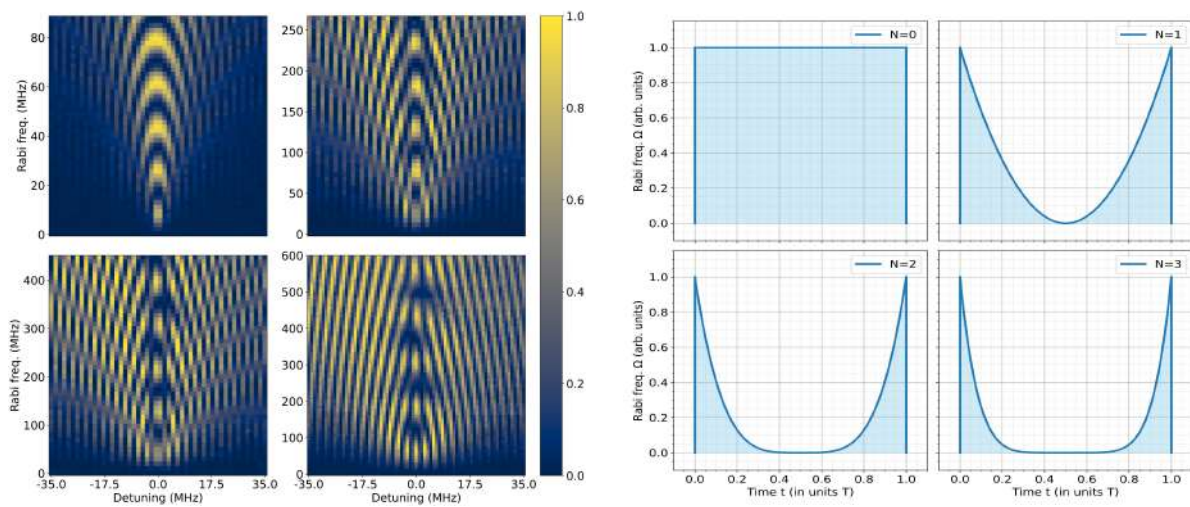
Фигура 6.4: Свръх-неадиабатната свързка (coupling) и свърхадиабатното разделение (splitting) са показани за три различни импулсни форми: (отляво надясно) квадратичен импулс с $\beta = -1$, квадратичен импулс с $\beta = 1$ и импулс с четна степен с $P = 3$.



(а) Илюстрация на равнините на възбуждане (вероятността за преход като функция на амплитудата на честотата на Раби и детюнинга) за квадратични импулсни форми с променящ се профил при шест различни стойности на β : -1, 0, 0.25, 0.5, 0.75 и 1.

(б) Илюстрация на квадратичните импулсни форми с променящ се профил при шест различни стойности на β : -1, 0, 0.25, 0.5, 0.75 и 1.

Фигура 6.5: Илюстрация на равнините на възбуждане (вляво) с легенда на използваната квадратична импулсна форма (вдясно).



(а) Илюстрация на равнините на възбуждане (вероятност за преход като функция на амплитудата на честотата на Раби и детюнинга) за импулсни форми с четна експонента при четири различни стойности на P : 0, 1, 2 и 3.

(б) Илюстрация на импулсните форми с четна експонента при четири различни стойности на P : 0, 1, 2 и 3.

Фигура 6.6: Илюстрация на равнините на възбуждане (вляво) с легенда на използваната импулсна форма с четна експонента (вдясно).

Глава 7

Фазово модулирани равновероятностни модели

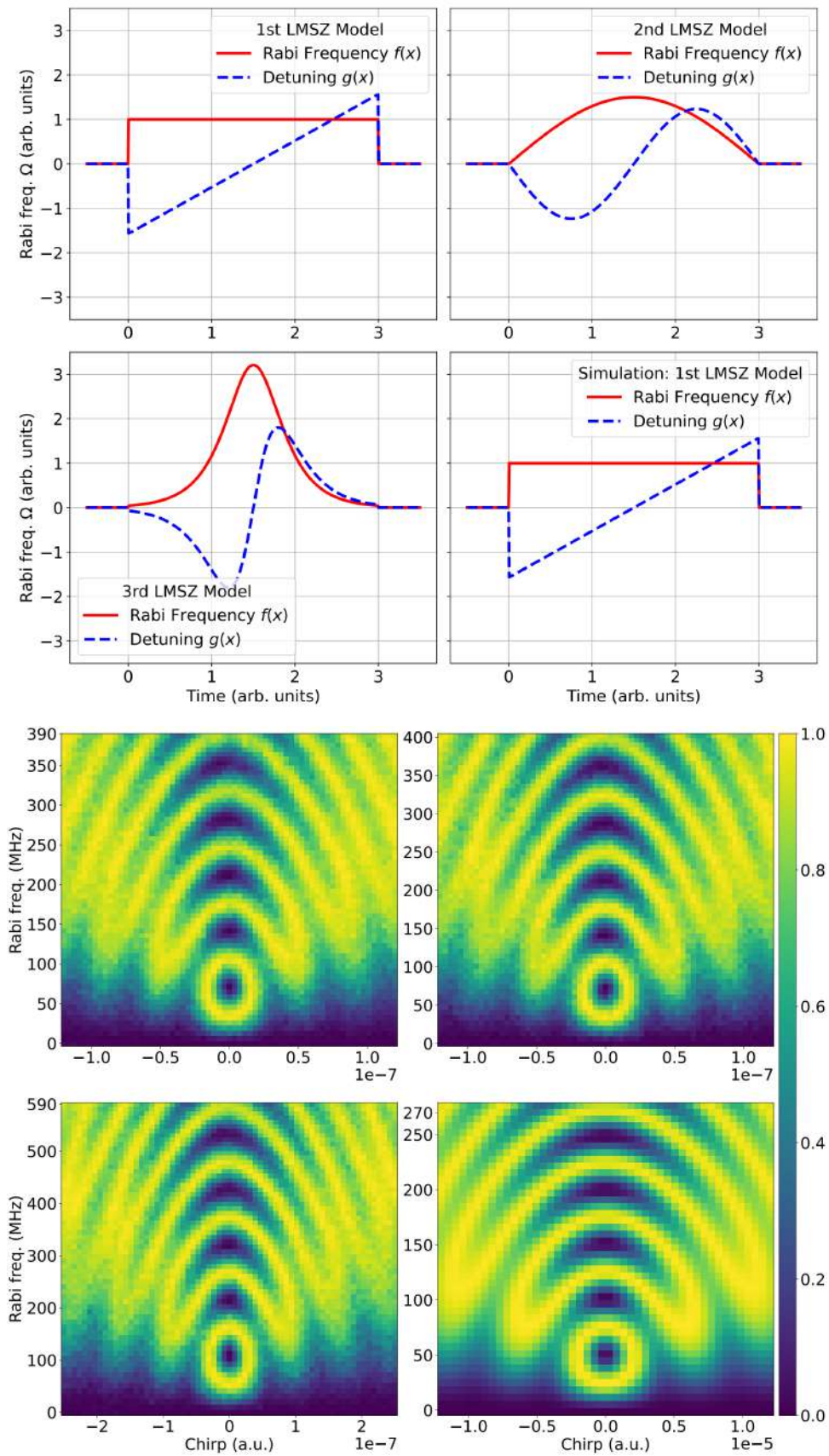
Тук въвеждаме концепцията за равновероятностни модели в системи с две нива – семейства от различни форми на контролния импулс (честота на Раби $\Omega(t)$ и детюнинг $\Delta(t)$), които въпреки това дават една и съща вероятност за преход $P_{0 \rightarrow 1}(t)$ в кюбита. Тази идея се основава на теоретичен резултат, известен като еквивалентността на Делос–Торсън [28, 94]. Подходът на Делос–Торсън, разработен през 70-те години за задачи по многоканално разсейване, включва смяна на променливата в уравнението на Шрьодингер: вместо времето t за еволюционен параметър се използва площта под импулса. По-конкретно, дефинира се нова променлива $\sigma(t) = \int_0^t \Omega(t') dt'$, която измерва колко „площ“ е приложена до момента t . В тази σ -параметризация уравнението на Шрьодингер за две нива приема универсална форма с честота на Раби и времезависим детюнинг $\Theta(\sigma)$ (т. нар. функция на Щюкелберг), се дава от $\Theta(\sigma) = \Delta(t(\sigma))/\Omega(t(\sigma))$. Ключово е, че вероятността за преход остава същата при тази пренормировка – тя зависи само от вида на $\Theta(\sigma)$, а не от конкретните първоначални $\Omega(t)$ и $\Delta(t)$. Това теоретично прозрение позволява групирането на контролни модели в класове на еквивалентност, всеки охарактеризиран от една „генерираща функция“ $\Theta(\sigma)$. От всеки решим модел в даден клас могат да се породят множество алтернативни модели в същия клас: например, избирайки нова форма $f(x)$ за $\Omega(t)$ (със същата площ на импулса) и намирайки необходимия детюнинг $\Delta(t)$, който възпроизвежда първоначалната $\Theta(\sigma)$. Обратно, може да се започне от желан израз за детюнинга и да се изведе нужната форма на $\Omega(t)$. Всички такива двойки са динамично еквивалентни по отношение на вероятностите за преход. Ние използваме този принцип, за да конструираме и експериментално да потвърдим няколко класа равновероятностни модели на хардуера на IBM Quantum. Фокусирайки се върху три класа, извлечени от добре познати аналитични решения за системи с две нива, демонстрираме еквивалентността на Делос–Торсън:

- (i) класа Ландау-Майорана-Щюкелберг-Зинер (ЛМЩЗ),
- (ii) класа Алън-Ебърли-Хио (АЕХ) и
- (iii) класа „полу-АЕХ“ (пАЕХ) (вариант на АЕХ модела, прекъснат на средата на импулса). Всеки клас се характеризира с конкретна функционална форма на $\Theta(\sigma)$ и обхваща множество двойки $(\Omega(t), \Delta(t))$, които реализират същата Θ . По-специално, „крайният“ ЛМЩЗ клас се базира на стандартния модел на Ландау-Зинер, но е ограничен до крайно време на взаимодействие, така че импулсната площ да бъде крайна. Един представител на този клас е импулс с константна $\Omega(t)$ (плоско „плато“) и ли-

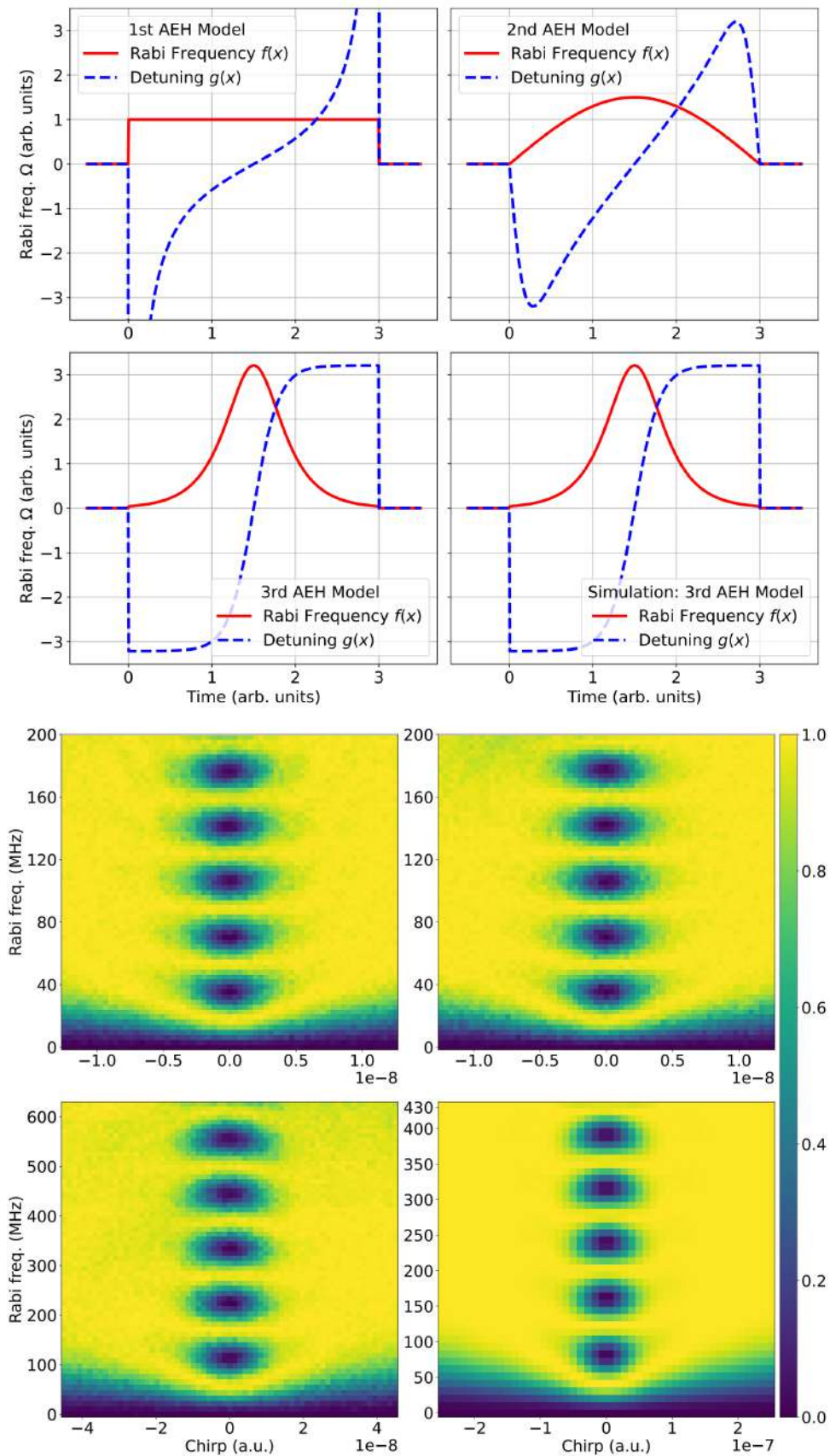
неен детюнинг ($\Delta(t) \propto t$), който възпроизвежда познатата ЛМЩЗ вероятност за преход (гладка стъпаловидна функция на детюнинга). Правоъгълната $\Omega(t)$ обаче може да бъде заменена с косинусоида или с форма на sech , като едновременно се коригира $\Delta(t)$ така, че комбинацията да дава същата $P_{0 \rightarrow 1}(\Delta)$, както първоначалният модел. Тези алтернативи принадлежат към същия ЛМЩЗ клас на еквивалентност. По аналогия, класът АЕХ произхожда от решението на Алън-Ебърли-Хио (с гладки амплитуда и детюнинг), а класът пАЕХ използва само първата половина от АЕХ импулса (прекъснат в средата), създавайки нов решим модел с различна форма на импулса, но наполовина по-къса продължителност на взаимодействието. Въпреки различията помежду им (някои модели използват постоянна амплитуда на задвижване, други – времезависими честотни разлики, различни обвивки на импулса и т.н.), всички членове на даден клас по конструкция споделят една и съща аналитична функция за вероятността на преход след пълното прилагане на импулса. За да потвърдим тази теория, представяме серия експерименти на квантови процесори на ИВМ, в които сравняваме различни модели във всеки клас. Директният контрол на произволен времезависим детюнинг $\Delta(t)$ не е възможен при трансмоновите кубити с фиксирана честота на ИВМ. Решението е да се използва времезависима фазова модулация на задвижващото поле, която симулира ефекта на желания профил на детюнинга. По-точно, задвижване с моментна фаза $\varphi(t) = \int_0^t \Delta(t') dt'$ в управляващия хамилтониан има същия ефект, както времезависим детюнинг $\Delta(t)$ във въртящата се картина. Използваме тази еквивалентност, за да реализираме търсените модели: амплитудата на импулса се оформя като $\Omega(t)$, а детюнингът $\Delta(t)$ се реализира чрез подходящо програмиране на фазата $\varphi(t)$ на импулса (възможност, налична в Qiskit Pulse). С този подход експериментално тествахме по три различни модела от всеки клас (общо 9) на 127-кюбитния свръхпроводников процесор `ibm_kyiv`. Фиг. 7.1, 7.2 и 7.3 показват измерените „равнини на възбуждане“ за избраните представители на класовете ЛМЩЗ, АЕХ и пАЕХ. Във всяка фигура, макар формите на $\Omega(t)$ и $\Delta(t)$ да се различават между отделните подграфики, получените двуизмерни профили съвпадат почти идеално в рамките на съответния клас. Така, при демонстрацията на ЛМЩЗ-класа единият модел използва импулс с постоянна амплитуда, вторият – косинусоидална $\Omega(t)$, а третият – sech -форма, като всеки е съчетан с различен детюнинг $\Delta(t)$ (линеен и др.). Експериментално измерените вероятности за преход като функция на детюнинга се оказаха практически идентични и за трите импулсни модела – в рамките на експерименталната грешка не се наблюдаваше никаква разлика нито в кривите на възбуждане, нито в сеченията с осцилациите на Раби. Същото се потвърди и за експериментите от класа АЕХ, проведени на същия процесор `ibm_kyiv`: три различни двойки импулси (от вида АЕХ) доведоха до еднакви финални вероятности за преход в широк диапазон от детюнинги. Това остана валидно въпреки съществените различия във формите на импулсите – единият с линеен детюнинг, другият със синусоидално честотно отклонение и т.н., при което бихме очаквали хардуерните особености да им влияят различно. Получените резултати на практика потвърждават еквивалентността на Делос–Торсън: вероятността за преход зависи единствено от функцията $\Theta(\sigma)$, а не от конкретните форми на $\Omega(t)$ и $\Delta(t)$, дори върху реален хардуер. Във всички случаи измерените равнини на възбуждане за моделите в рамките на даден клас бяха неразличими в пределите на експерименталния шум. Тази демонстрация бе успешна въпреки ограничението на кубитите с фиксирана честота, благодарение на умелото заменяне на $\Delta(t)$ с фаза върху честотата на Раби. По този начин бе експериментално потвърдена еквивалентността на

следимпулсните вероятности за преход за всички проверени представители на всеки клас, като концепцията за равна вероятност бе валидирана на реален квантов процесор.

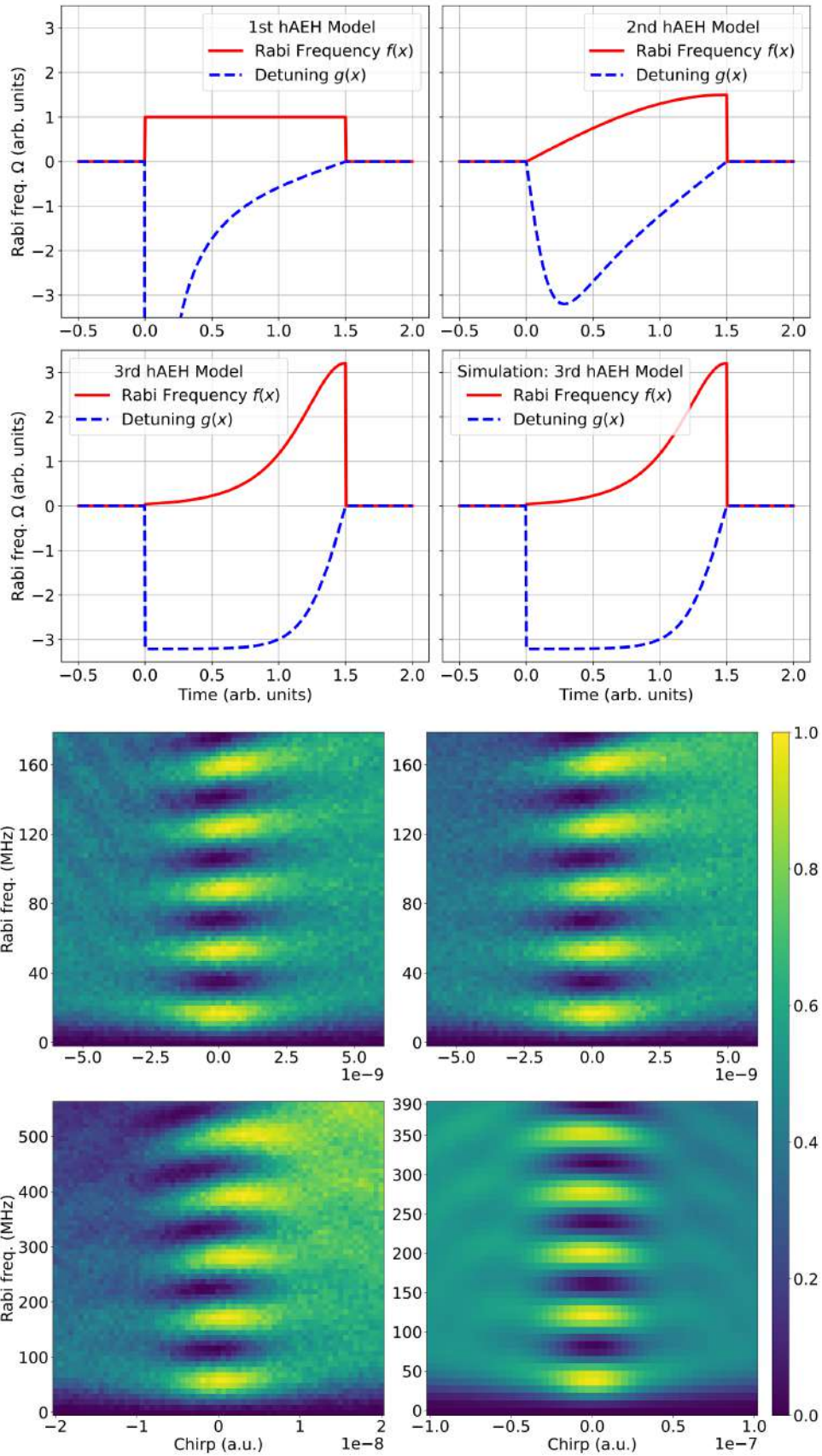
Отбелязваме също, че наличието на множество взаимозаменяеми форми на импулса и честотата е ценен ресурс за квантовия контрол: труден за реализация импулс може да бъде сменен с по-удобен за конкретния хардуер импулс от същия клас, без да се промени крайният резултат. Например оригиналният ЛМЩЗ-модел (внезапен правоъгълен импулс с линейно нарастващ детюнинг) съдържа резки прекъсвания както в $\Omega(t)$, така и в $\Delta(t)$ в началото и края на импулса. Такива скокове могат да породят експериментални проблеми (спектрално изтичане, звънене и др.). Чрез идеята за равна вероятност този ЛМЩЗ-импулс може да бъде заменен с гладък аналог – например гаусова или косинусоидална обвивка, съчетана с подходящо коригиран профил на детюнинга – който няма внезапни скокове, но води до същата крива на вероятността за преход. Така могат да се избегнат нежелани възбуждания или хардуерни нелинейности, като същевременно се запази търсеното прехвърляне на заселеност. По подобен начин импулси, които концептуално са безкрайни във времето или притежават дълги „опашки“ (и следователно изискват отрязване), могат да бъдат заменени с импулс с присъща крайна продължителност от същия клас, елиминирайки нуждата от отрязване и съпътстващите го грешки. Експериментите разкриха и фини разлики в изтичането и стабилността между еквивалентните модели: например в класа полу-АЕХ (пАЕХ) един конкретен модел (с много бързо взаимодействие) показва значително по-голямо изтичане към второто възбудено състояние на кубита при високи Раби-честоти в сравнение с другите модели от същия клас. Това се прояви като асиметрия в измерената равнина на възбуждане (пиковите се изместиха и отслабнаха) за този импулс, докато теорията (която предполага идеална система с две нива) предсказваше по-симетрични върхове. Любопитно е, че числените симулации не успяха напълно да възпроизведат наблюдаваното изтичане за този модел, което подсказва, че ефектът се дължи на фини специфични за хардуера динамики. Основният извод е, че въпреки че всички модели в един клас са еквивалентни в идеалната картина с две нива, те могат да се различават по вторични показатели, като изтичане или чувствителност към несъвършенства на импулса. Затова може да се избере „най-добрият“ модел в класа за конкретния хардуер – например този, който минимизира изтичането или грешките във времето – без да се влияе на изчислителния резултат. В обобщение, установихме нов концептуален подход, при който може да се проектира семейство аналитично решими управляващи импулси, които произвеждат идентична динамика в система с две нива, и след това свободно да се сменя между тези импулси „близнаци“ според практическите нужди. Експериментите на IBM Quantum валидираха тази концепция, като показаха, че няма наблюдавана разлика в резултатите от възбуждането на кубита при трите различни модела във всеки клас. Този резултат подчертава по-широкото послание на дисертацията: чрез използване на теоретични симетрии (като променливата на Делос-Торсън) и съвременни възможности за оформяне на импулси получаваме значителна свобода в контрола на кубитите без загуба на производителност. Концепцията за равновероятностните модели отваря път към оптимизация на квантовия контрол по начини, които преди това бяха недостъпни, когато се разглеждаше само една „канонична“ форма на импулса за всяка целева операция.



Фигура 7.1: Горے: честотата на Раби (ЧР) $f(t)$ и детюнингът $g(t)$ за класа модели ЛМСЗ – горе вляво: първата двойка с постоянна ЧР, горе вдясно: с косинусоидална ЧР, долу вляво: с хиперболически секанс ЧР, а долу вдясно: симулация с постоянна ЧР. Долу: съответните равнини на възбуждане (числена симулация в долния десен панел).



Фигура 7.2: Горے: честотата на Раби (ЧР) $f(t)$ и детюнингът $g(t)$ за класа модели АЕХ – горє вляво: първата двойка с постоянна ЧР, горє вдясно: с косинусидална ЧР, долу вляво: с хиперболичесен секанс ЧР, а долу вдясно: симуляция с хиперболичесен секанс ЧР. Долу: съответните равнини на възбуждане (числена симуляция в долния десен панел).



Фигура 7.3: Горے: честотата на Раби (ЧР) $f(t)$ и детюнингът $g(t)$ за класа модели полу-АЕХ – горе вляво: първата двойка с постоянна ЧР, горе вдясно: с косинусоидална ЧР, долу вляво: с хиперболичесен секанс ЧР, а долу вдясно: симулация с хиперболичесен секанс ЧР. Долу: съответните равнини на възбуждане (числена симулация в долния десен панел).

Глава 8

Заклучение

Ефективният квантов контрол е незаменима част от практическото квантово изчисление. Свързани области като квантови сензори и спектроскопия също се възползват от подходи за квантов контрол, които използват пълните възможности на квантовата система. Оформянето на импулсите позволява създаването на устойчиви квантови гейтове в свръхпроводникови кубити, като намалява изтичането към неучастващи в кубита състояния и минимизира взаимното влияние между съседни кубити. Потискането на грешките в гейтовете е ключово за постигането на квантово изчисление, толерантно към грешки. За да се повиши точността на гейтовете и да се подобрят квантовите алгоритми, се прилагат техники като DRAG, модели за пренос на заселеност (Ландау-Майорана-Шюкелберг-Зинер, Демков-Кунике и др.) и композитни импулси за управление на взаимодействията между кубитите. DRAG-гейтът е стандартът за еднокубитни операции върху трансмонови кубити и е основният гейт, използван в IBM Quantum. Моделите за пренос на заселеност се прилагат за конструиране на устойчиви гейтове, методи, базирани на пресичане на енергийни нива, както и за приложения, които разчитат на адиабатна еволюция. Друга често използвана контролна техника е фазовата модулация, която подпомага методи за потискане на грешки, например композитни поредици от импулси. Композитните импулси са важен инструмент за намаляване на чувствителността към шум в честотата на Раби и детюннга, за контрол на спектралните свойства на кубита и, напоследък, за предотвратяване на изтичане към нежелани състояния. В една любопитна развръзка скорошна работа на Кузманович и др. използва фазова модулация, за да въведе индиректно времезависим детюннг, осигурявайки взаимозаменяемост между двете контролни техники, които обикновено имат различна физическа реализация [39]. Освен това оформянето на импулси и фазовата модулация се прилагат едновременно, за да реализират динамично разплитане – техника за квантов контрол, която удължава времената на живот на кубитите и позволява изпълнението на дълги квантови алгоритми. През последните години някои организации направиха своя квантов хардуер достъпен чрез облака. IBM беше първата, която предостави отдалечен достъп до своите устройства, малко след като създаде онлайн платформата IBM Quantum и въведе контролния пакет за Python Qiskit. Други институции последваха примера, но за разлика от IBM изискват платен абонамент за ползване на услугите им. За съжаление, от февруари 2025 г. облачният достъп до IBM се ограничи само до абстрактния пакет на високо ниво на Qiskit, базиран на квантови вериги, след прекратяването на модула Qiskit Pulse, който позволяваше програмиране на ниско ниво. Преди това множество изследователи използваха трансмон-системите на IBM

за разработване на нови квантови техники и демонстрации на квантови алгоритми. Различни квантови концепции – динамично разплитане, оформяне на импулси на база DRAG и оптимален контрол, произволен бенчмарк (randomized benchmarking), алгоритъм за приблизителна квантова оптимизация (QAOA), търсене на Гровър, модели за пренос на заселеност и други – бяха подложени на обстойни експерименти и тестове.

8.1 Обобщение на ключови открития

В началото на това изследване изведохме и валидирахме изрази за няколко модела за пренос на заселеност с постоянен детюнинг, които позволяват по-точна калибрация на резонансната честота на кубита. Във втората група експерименти изследваме подходи за оформяне на импулси, които променят поведението на ширината на спектралната линия на кубита при увеличаване на мощността на импулса, като създаваме алтернативи на обичайния ефект мощностно разширение. Тези подходи могат да се използват както за пълно обръщане, така и за усилване на мощностното разширение, реализирайки първата експериментална демонстрация на новите ефекти мощностно свиване и мощностно свръхразширение. Последната част от това изследване въвежда концепцията за равновероятностни модели – двойки различни форми на честота на Раби и детюнинг, които дават идентична вероятност за преход след импулса.

Изследването на импулсните форми може да се раздели на две части: първата включва експериментална валидация на три точни и два приближени аналитични модела, взети от литературата, а втората най-напред извежда два модела, подходящи за синусоидална форма на импулса, и след това валидира моделите за шест различни обвивки на импулса върху свръхпроводников трансмонов кубит. Анализът на петте често използвани импулсни форми (правоъгълен/Раби, гаусов, хиперболичен-секанс/Розен–Зинер, хиперболичен-секанс на квадрат и експоненциален/Демков) потвърждава, че моделите точно възпроизвеждат експерименталните наблюдения, като намаляват грешката при откриване на резонансната честота 4–7 пъти спрямо използваните в учебника на IBM Qiskit лоренцианови приближения. Синусоидалният модел беше експериментално и числено потвърден да показва намалено мощностно разширение спрямо модела на Раби. Освен това бяха изведени два аналитични модела за специален тип импулси с крайна продължителност и успешно тествани на реален кубит.

Спектралните ефекти на линията бяха изследвани и експериментално демонстрирани на квантов процесор на IBM Quantum. Първият феномен – мощностно свиване – демонстрира обрат на обичайното мощностно разширение, фактически преодолявайки вековна пречка пред спектроскопията с висока резолюция. Ефектът беше получен чрез импулс с форма лоренциана на степен, показващ десетократно свиване на спектралната линия от максимума при π до този при 7π в равнината на вероятността за преход. При преодоляване на експерименталните ограничения и възможност за изпълнение на по-дълги импулси, лоренциана на степен импулси с по-ниска експонента могат да покажат още по-драстично мощностно свиване с два, дори три порядъка. За да се допълни инструментариумът за манипулиране на спектралната линия, върху трансмонова система бяха анализирани още два вида импулсни форми, водещи до демонстрация на друг нов феномен – мощностно

свръхразширение. Този път беше наблюдавано разширяване на втория максимум (с площ 3π) с коефициенти до 3.5 спрямо Раби модела. По този начин оформянето на импулси осигурява широк контрол върху зависимостта на спектралната линия на кубита от Раби честотата.

Последната, но не по-малко важна идея, разработена в рамките на тази докторска дисертация, е концепцията за равновероятностни модели. Използваме еквивалентността на Делос-Торсън, при която смяна на променливата в уравнението на Шрьодингер за система с две нива на $\sigma(t) = \int_0^t \Omega(t') dt'$ позволява динамиката да се изрази чрез една-единствена функция $\Theta(\sigma) = \Delta(t(\sigma))/\Omega(t(\sigma))$ вместо чрез Раби честотата и детюнинга поотделно. Това подсказва, че множество различни двойки честота на Раби и детюнинг водят до една и съща заселеност в горното състояние след импулса. Три модела от всеки от класовете ЛМЦЗ, АЕХ и „полу“-АЕХ бяха приложени върху реален кубит и практически не показаха разлика в своите графики за вероятността за преход, начертани като функция на амплитудата на детюнинга и на честотата на Раби.

8.2 Потенциал на работата в контекста на модерния квантов контрол

Тези резултати имат редица дълбоки последици за квантовите изчисления и квантовия контрол. Способността чрез оформяне на импулси точно да се предсказват и управляват профилите на преходите на кубита подобрява възможността ни да изградим квантови гейтове с висока точност — основните градивни елементи на квантовите алгоритми.

Повишената точност при определяне на точния резонанс има непосредствени отражения върху квантовите изчисления. Прецизното знание за резонансната честота е задължително за операциите с кубити с висока точност, тъй като дори незначителни грешки в калибрацията се натрупват в дълги квантови вериги. Освен явните калибрационни предимства, нашата работа с често използвани импулсни форми разкрива фини физични свойства, които често се пренебрегват. Например аналитичните модели успешно предсказват нерезонансни възбуждания и осцилационно поведение в „крилата“ на спектралния профил. Допълнително, като предвиждат степента на мощностно разширение, позволяват информиран избор на импулсна форма. По-специално, потискането на грешки чрез подходяща форма на импулса е от ключово значение за нововъзникващите резистентни към грешка квантови архитектури, където праговете за грешка са минимални.

Нашите импулси с крайна продължителност адресират и друг критичен проблем в квантовия контрол: компромиса между скорост на операциите и точност на гейта. Постигайки почти оптимална времева ефективност с минимално спектрално разсейване, такива импулси предлагат практичен път към по-бързи квантови операции без намаляване на кохерентността. В свръхпроводниковите квантови процесори, където скоростта на гейта определя пропорционално кохерентно ограничената точност, тези импулси са алтернатива както на конвенционалните правоъгълни, така и на гаусовите импулси. Точността на гейтовете става все по-важна, тъй като квантовите алгоритми растат по сложност и изискват по-голям брой гейтове в рамките на ограниченото време на кохерентност.

Новопоказаният ефект мощностно свиване може да бъде полезен инструмент

както в спектроскопията с висока резолюция, така и в квантовото изчисление, тъй като позволява извършването на изключително честотно-селективни операции с минимално спектрално припокриване. Такова селективно адресиране може да служи като алтернатива на метода на Рамзи, позволявайки директно измерване на честотата с висока резолюция. То може също да бъде полезно за конструиране на гейтове, които потискат изтичането и взаимното влияние (crosstalk) в многокюбитни системи – два ключови проблема за нарастването на квантовите процесори. Освен това представеният математически модел за предсказване на спектралните ефекти дава на квантовите инженери ясни насоки за проектиране на импулсната обвивка според конкретните изисквания на операциите.

Допълвайки инструментариума за манипулация на спектралната линия, въвеждането на видове импулсни форми, които генерират уширение, осигурява допълнителна степен на свобода, полезна за редица приложения. Отпускането на резонансното условие улеснява възбуждането на иначе забранени преходи чрез заобикаляне на недостъпната честота и подпомага лазерното охлаждане, където използването на леко изместена честота доставя по-малко енергия от необходимата за прехода, ефективно понижавайки температурата на системата. В някои схеми за калибрация на резонанса с много широк интервал за търсене, увеличаването на ширината на резонансната линия може да улесни нейното откриване. Двата вида форми на импулса могат да послужат като отправна точка за по-нататъшна оптимизация на импулсната обвивка, въвеждайки още по-силни ефекти върху спектралната линия.

Равновероятностните модели и схемите за контрол с фазова модулация, които бяха демонстрирани, разширяват набора от инструменти на квантовия инженер. Чрез показването на двойки различни форми на Раби честота и детюнинг, които водят до идентични вероятности за преход, могат да се получат модели с радикално различни фазови и устойчиви към шум характеристики. Така нашата работа позволява избор на най-удобния набор от форми на честота на Раби и детюнинг за конкретния хардуер. Подходът с фазова модулация е особено подходящ за платформи, при които контролът на амплитудата е ограничен от нелинейности или калибрацията. Освен това доказателството ни на концепцията, че равновероятностните модели могат да анулират разминаващи се динамични фази в ЛМЦЗ моделите, отваря практичен път към резистентни към грешка гейтове на съвременните шумни недорасли квантови процесори.

8.3 Ограничения и препятствия

Въпреки обещаващите приложения на изведените техники, остават някои ограничения и предизвикателства. Докато обхватът на тази работа е ограничен до еднокюбитни операции, прилагането на описаните модели на импулсни форми върху взаимодействия между множество кюбити, особено при сплитачни операции, може да доведе до големи грешки или други нежелани ефекти. Освен това изведените аналитични модели, макар и много точни, по своята същност включват приближения, които могат да се разпаднат при екстремни режими на параметрите или при ефекти от по-висок порядък.

Анализите на мощностното свиване и свръхразширение разчитат на прецизно инженерство на формата на импулса, което често изисква специфична за хардуера реализация. В някои системи това е предизвикателство поради ограничена про-

дължителност на импулса. Необходимо е по-нататъшно изследване на компромисни варианти между теоретично оптималния дизайн и практически приложимите импулси, особено в контекста на квантови системи с по-строги практически ограничения и по-високи нива на грешки в сравнение със свръхпроводниковите вериги.

Освен това нашата работа се е фокусирала основно върху ефектите на кохерентния контрол, докато реалните квантови процесори винаги ще бъдат подложени на декохерентност и шум. Анализът на поведението на формите на импулсите при различни модели на шум ще покаже дали някои форми са по-стабилни към различни шумови канали, предоставяйки още един критерий за оптимизация, който може да бъде взет под внимание.

8.4 Бъдещи посоки на изследването

Естествената посока за продължение на тази работа е обобщаването на тези методи към устойчиви и ефективни двукюбитни гейтове. Други подходи за подобряване на гейтовете, които могат да бъдат изследвани в бъдещи проучвания, са композитните и Блекмановите импулси [95]. Оптимизацията на формата на импулса чрез машинно обучение също може да бъде полезна за създаване на гейтове с висока точност (например, намаляване на времето за гейт, като същевременно се минимизира изтичането и влиянието между кюбитите). Докато тези нови теми се проучват, могат да се изследват възможности за намаляване на минималната продължителност на импулса, необходима за наблюдение на феномена мощностно свиване, възможно чрез намиране на алтернативна форма на Раби честота, съпроводена с променлив детюнинг. Полезна би била и оценка на приложимостта на мощностното свиване в квантовата метрология и спектроскопия.

8.5 Заклучение

Изследванията, представени в тази дисертация, допринасят съществено за квантовия контрол чрез форми на импулса. Валидирането на теоретичните модели върху съвременен квантов хардуер не само задълбочава фундаменталното разбиране на динамиката на кюбита, но и улеснява практическото прилагане на тези модели.

Получените убедителни резултати доказват, че формата на импулса не е просто второстепенен дизайнерски избор, а мощен контролен параметър, който позволява постигане на иначе трудно достижими нива на прецизност и селективност при квантови операции. Особено категоричното демонстриране на ефекта мощностно свиване показва, че дори общоприетите представи могат да бъдат опровергани с правилно подбрана обвивка на импулса. Докато квантовите изчисления продължават да тестват физичните ограничения, съвременният квантов контрол ще бъде ключов за постигането на резистентност към грешки. Аналитичните модели, експерименталните процедури и новите явления, разгледани в дисертацията, предлагат както теоретични прозрения, така и практични препоръки за усъвършенстван контрол чрез оформяне на импулси. Като цяло, инженерството на формата на импулсите е силен претендент да издигне квантовите изчисления в близко бъдеще до ерата на резистентните към грешки квантови компютри. Съчетаването на теоретична строгост с експериментален прагматизъм в тази работа осигурява интуиция и дълбоко разбиране на квантовия контрол и ни приближава до реализирането на практични квантови

изчислителни технологии.

Библиография

- [1] M. A. Nielsen и I. L. Chuang, Quantum Computation and Quantum Information, 10th Anniversary Edition (Cambridge University Press, 2010).
- [2] OpenAI, ChatGPT: A Conversational AI Model, Accessed: 23 June 2025, 2025.
- [3] Perplexity, Perplexity.ai ChatGPT o3 [Large language model], AI-generated response to user prompt, accessed 23 June 2025, 2025.
- [4] A. Einstein, “Zur Quantentheorie der Strahlung”, *Physikalische Zeitschrift* 18, Received March 1917, 121–128 (1917).
- [5] R. P. Feynman, “Simulating physics with computers”, *International Journal of Theoretical Physics* 21, 467–488 (1982).
- [6] D. Deutsch, “Quantum theory, the Church–Turing principle and the universal quantum computer”, *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences* 400, 97–117 (1985).
- [7] J. I. Cirac и P. Zoller, “Quantum computations with cold trapped ions”, *Physical review letters* 74, 4091 (1995).
- [8] D. G. Cory, M. D. Price и T. F. Havel, “Nuclear magnetic resonance spectroscopy: An experimentally accessible paradigm for quantum computing”, *Physica D: Nonlinear Phenomena* 120, 82–101 (1998).
- [9] F. Arute, K. Arya, R. Babbush, D. Bacon, J. C. Bardin, R. Barends, R. Biswas, S. Boixo, F. G. Brandao, D. A. Buell и др., “Quantum supremacy using a programmable superconducting processor”, *Nature* 574, 505–510 (2019).
- [10] I. Bloch, J. Dalibard и W. Zwerger, “Many-body physics with ultracold gases”, *Reviews of modern physics* 80, 885–964 (2008).
- [11] I. S. Mihov и N. V. Vitanov, “Pulse-shape effects in qubit dynamics demonstrated on an IBM quantum computer”, *Phys. Rev. A* 108, 042604 (2023).
- [12] I. S. Mihov и N. V. Vitanov, “Defying Conventional Wisdom in Spectroscopy: Power Narrowing on IBM Quantum”, *Phys. Rev. Lett.* 132, 020802 (2024).
- [13] I. S. Mihov и N. V. Vitanov, “Qubit dynamics driven by smooth pulses of finite duration”, *Phys. Rev. A* 110, 052609 (2024).
- [14] I. S. Mihov и N. V. Vitanov, Observation of Power Superbroadening of Spectral Line Profiles on IBM Quantum, 2025.
- [15] I. S. Mihov и N. V. Vitanov, Isoprobability Models of Qubit Dynamics: Demonstration via Time-Dependent Phase Control on IBM Quantum, 2025.
- [16] N. Rosen и C. Zener, “Double Stern-Gerlach Experiment and Related Topics”, *Phys. Rev.* 40, 502 (1932).

- [17] L. D. Landau, “On the theory of transfer of energy at collisions II”, *Phys. Z. Sowjetunion* 2, 46 (1932); E. Majorana, “Atomi orientati in campo magnetico variabile”, *Nuovo Cimento* 9, 43 (1932); E. C. G. Stückelberg, “Theory of inelastic collisions between atoms”, *Helv. Phys. Acta* 5, 369 (1932); C. Zener, “Non-adiabatic crossing of energy levels”, *Proc. R. Soc. A* 137, 696 (1932).
- [18] I. I. Rabi, “Space Quantization in a Gyating Magnetic Field”, *Phys. Rev.* 51, 652 (1937).
- [19] Y. N. Demkov, *Sov. Phys. JETP* 18, 138 (1963).
- [20] N. Vitanov и G. Panev, “Generalization of the Demkov formula in near-resonant charge transfer”, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* 25, 239 (1992).
- [21] G. S. Vasilev и N. V. Vitanov, “Coherent excitation of a two-state system by a Gaussian field”, *Phys. Rev. A* 70, 053407 (2004).
- [22] T. R. Dinterman и J. B. Delos, “Generalization of the Rosen-Zener model of noncrossing interactions. I. Total cross sections”, *Phys. Rev. A* 15, 463–474 (1977).
- [23] N. V. Vitanov, “Asymmetrized Rosen-Zener model”, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* 27, 1351 (1994).
- [24] E. J. Robinson, “Concerning the ’asymmetrized Rosen-Zener model’”, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* 28, L169 (1995).
- [25] E. S. Kyoseva и N. V. Vitanov, “Coherent pulsed excitation of degenerate multistate systems: Exact analytic solutions”, *Phys. Rev. A* 73, 023420 (2006).
- [26] A. Ishkhanyan, R. Sokhoyan, B. Joulakian и K.-A. Suominen, “Rosen-Zener model in cold molecule formation”, *Optics Communications* 282, 218–226 (2009).
- [27] W.-X. Guo, F.-M. Yang и F.-Q. Dou, “Analytically solvable many-body Rosen-Zener quantum battery”, *Phys. Rev. A* 109, 032201 (2024).
- [28] N. V. Vitanov и B. M. Garraway, “Landau-Zener model: Effects of finite coupling duration”, *Phys. Rev. A* 53, 4288–4304 (1996).
- [29] P. Ao и J. Rammer, “Influence of dissipation on the Landau-Zener transition”, *Phys. Rev. Lett.* 62, 3004–3007 (1989).
- [30] V. M. Akulin и W. P. Schleich, “Landau-Zener transition to a decaying level”, *Phys. Rev. A* 46, 4110–4113 (1992).
- [31] V. N. Ostrovsky, “Landau-Zener model with inclusion of electron momentum transfer”, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* 24, 4553 (1991).
- [32] G. S. Vasilev, S. S. Ivanov и N. V. Vitanov, “Degenerate Landau-Zener model: Analytical solution”, *Phys. Rev. A* 75, 013417 (2007).
- [33] C. Sun и N. A. Sinitsyn, “Landau-Zener extension of the Tavis-Cummings model: Structure of the solution”, *Phys. Rev. A* 94, 033808 (2016).
- [34] B. T. Torosov и N. V. Vitanov, “Pseudo-Hermitian Landau-Zener-Stückelberg-Majorana model”, *Phys. Rev. A* 96, 013845 (2017).
- [35] Z. Sun, L. Zhou, G. Xiao, D. Poletti и J. Gong, “Finite-time Landau-Zener processes and counterdiabatic driving in open systems: Beyond Born, Markov, and rotating-wave approximations”, *Phys. Rev. A* 93, 012121 (2016).

- [36] J. R. F. Lima и G. Burkard, Superadiabatic Landau-Zener transitions, 2024.
- [37] S. Longhi, G. L. Giorgi и R. Zambrini, “Landau–Zener Topological Quantum State Transfer”, [Advanced Quantum Technologies 2, 1800090 \(2019\)](#).
- [38] Y. B. Band и Y. Avishai, “Three-level Landau-Zener dynamics”, [Phys. Rev. A 99, 032112 \(2019\)](#).
- [39] M. Kuzmanović, I. Björkman, J. J. McCord, S. Dogra и G. S. Paraoanu, “High-fidelity robust qubit control by phase-modulated pulses”, [Phys. Rev. Res. 6, 013188 \(2024\)](#).
- [40] A. I. Ryzhov, O. V. Ivakhnenko, S. N. Shevchenko, M. F. Gonzalez-Zalba и F. Nori, “Alternative fast quantum logic gates using nonadiabatic Landau-Zener–Stückelberg–Majorana transitions”, [Phys. Rev. Res. 6, 033340 \(2024\)](#).
- [41] Y.-H. Chen, Z.-C. Shi, F. Nori и Y. Xia, “Error-Tolerant Amplification and Simulation of the Ultrastrong-Coupling Quantum Rabi Model”, [Phys. Rev. Lett. 133, 033603 \(2024\)](#).
- [42] A. Vaaranta, M. Cattaneo и P. Muratore-Ginanneschi, Analytical solution of the open dispersive Jaynes-Cummings model and perturbative analytical solution of the open quantum Rabi model, 2025.
- [43] J. Li, D. Braak и Q.-H. Chen, “Critical spectrum of the anisotropic two-photon quantum Rabi model”, [Physical Review A 111, 10.1103/physreva.111.043706 \(2025\)](#).
- [44] G. De Filippis, A. de Candia, G. Di Bello, C. A. Perroni, L. M. Cangemi, A. Nocera, M. Sasseti, R. Fazio и V. Cataudella, “Signatures of Dissipation Driven Quantum Phase Transition in Rabi Model”, [Phys. Rev. Lett. 130, 210404 \(2023\)](#).
- [45] T. Li, Y. Zhao, Y. Wang, Y. Liu, Y. Miao и X. Zhao, “Reinforcement learning enhancing entanglement for two-photon-driven Rabi model”, [Physics Letters A 539, 130368 \(2025\)](#).
- [46] Z.-C. Shi, J.-T. Ding, Y.-H. Chen, J. Song, Y. Xia, X. Yi и F. Nori, “Supervised learning for robust quantum control in composite-pulse systems”, [Physical Review Applied 21, 10.1103/physrevapplied.21.044012 \(2024\)](#).
- [47] A. M. Dykhne, “Nonadiabatic transitions in level-crossing problems”, *Soviet Physics JETP* 11, 411 (1960).
- [48] J. P. Davis и P. Pechukas, “Nonadiabatic transitions in chemical dynamics”, *J. Chem. Phys.* 64, 3129 (1976).
- [49] G. S. Vasilev и N. V. Vitanov, Superadiabatic optimization via Dykhne-Davis-Pechukas (DDP) method, 2014.
- [50] S. Ashhab, O. A. Ilinskaya и S. N. Shevchenko, “Nonlinear Landau-Zener–Stückelberg–Majorana problem”, [Phys. Rev. A 106, 062613 \(2022\)](#).
- [51] R. T. Robiscoe, “Extension of the Rosen-Zener solution to the two-level problem”, [Phys. Rev. A 17, 247–260 \(1978\)](#).
- [52] R. T. Robiscoe, “Perturbative solution to the time-dependent two-level problem and the validity of the Rosen-Zener conjecture”, [Phys. Rev. A 27, 1365–1372 \(1983\)](#).
- [53] E. J. Robinson, “Eigenvalue problem of the square of the pulse area for two-level systems”, [Phys. Rev. A 29, 1665–1673 \(1984\)](#).

- [54] E. J. Robinson, “A general solution to the two-level problem”, [Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics](#) **18**, 3687 (1985).
- [55] E. J. Robinson, “A modified Rosen-Zener calculation of surface-ion neutralization”, [Journal of Physics: Condensed Matter](#) **5**, 13 (1993).
- [56] F. Motzoi, J. M. Gambetta, P. Reberntrost и F. K. Wilhelm, “Simple Pulses for Elimination of Leakage in Weakly Nonlinear Qubits”, [Phys. Rev. Lett.](#) **103**, 110501 (2009).
- [57] Z. Chen, J. Kelly, C. Quintana, R. Barends, B. Campbell, Y. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, A. G. Fowler, E. Lucero, E. Jeffrey, A. Megrant, J. Mutus, M. Neeley, C. Neill, P. J. J. O’Malley, P. Roushan, D. Sank, A. Vainsencher, J. Wenner, T. C. White, A. N. Korotkov и J. M. Martinis, “Measuring and Suppressing Quantum State Leakage in a Superconducting Qubit”, [Phys. Rev. Lett.](#) **116**, 020501 (2016).
- [58] M. Werninghaus, D. J. Egger, F. Roy, S. Machnes, F. K. Wilhelm и S. Filipp, “Leakage reduction in fast superconducting qubit gates via optimal control”, [npj Quantum Information](#) **7**, 14 (2021).
- [59] H. G. Tonchev, B. T. Torosov и N. V. Vitanov, Robust, fast and high-fidelity composite single-qubit gates for superconducting transmon qubits, 2025.
- [60] E. L. Hahn, “Spin Echoes”, [Phys. Rev.](#) **80**, 580–594 (1950).
- [61] M. H. Levitt и R. Freeman, “NMR population inversion using a composite pulse”, [Journal of Magnetic Resonance](#) (1969) **33**, 473–476 (1979).
- [62] R. Freeman, S. P. Kempell и M. H. Levitt, “Radiofrequency pulse sequences which compensate their own imperfections”, [Journal of Magnetic Resonance](#) (1969) **38**, 453–479 (1980).
- [63] S. Wimperis, “Composite pulses with rectangular excitation and inversion profiles”, [Journal of Magnetic Resonance](#) (1969) **83**, 509–524 (1989).
- [64] M. H. Levitt, “Composite pulses”, [Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy](#) **18**, 61–122 (1986).
- [65] N. V. Vitanov, “Arbitrarily accurate narrowband composite pulse sequences”, [Phys. Rev. A](#) **84**, 065404 (2011).
- [66] B. T. Torosov, S. Guérin и N. V. Vitanov, “High-Fidelity Adiabatic Passage by Composite Sequences of Chirped Pulses”, [Phys. Rev. Lett.](#) **106**, 233001 (2011).
- [67] B. T. Torosov и N. V. Vitanov, “Arbitrarily accurate twin composite π -pulse sequences”, [Phys. Rev. A](#) **97**, 043408 (2018).
- [68] B. T. Torosov и N. V. Vitanov, “Experimental Demonstration of Composite Pulses on IBM’s Quantum Computer”, [Phys. Rev. Appl.](#) **18**, 034062 (2022).
- [69] H. L. Gevorgyan и N. V. Vitanov, “Ultrahigh-fidelity composite rotational quantum gates”, [Phys. Rev. A](#) **104**, 012609 (2021).
- [70] B. T. Torosov и N. V. Vitanov, “Narrowband composite two-qubit gates for crosstalk suppression”, [Phys. Rev. A](#) **107**, 032618 (2023).
- [71] J. Tian, H. Liu, Y. Liu, P. Yang, R. Betzholtz, R. S. Said, F. Jelezko и J. Cai, “Quantum optimal control using phase-modulated driving fields”, [Phys. Rev. A](#) **102**, 043707 (2020).

- [72] G. Wang, W. Xu, C. Li, V. Vuletić и P. Cappellaro, “Individual-atom control in an array through phase modulation”, [Phys. Rev. Appl. 23, 024072 \(2025\)](#).
- [73] IBM Quantum, IBM Quantum, <https://quantum-computing.ibm.com>, 2024.
- [74] M. Qing и W. Xie, Use VQE to calculate the ground energy of hydrogen molecules on IBM Quantum, 2023.
- [75] N. E. Belaloui, A. Tounsi, R. A. Khamadja, M. M. Louamri, A. Benslama, D. E. B. Neira и M. T. Rouabah, Ground State Energy Estimation on Current Quantum Hardware Through The Variational Quantum Eigensolver: A Comprehensive Study, 2024.
- [76] Y. El Kaderi, A. Honecker и I. Andriyanova, “Performance of Uncoded Implementation of Grover’s Algorithm on Today’s Quantum Processors”, в *2023 IEEE Information Theory Workshop (ITW) (IEEE, 2023)*, с. 209–214.
- [77] A. Sturm, Theory and Implementation of the Quantum Approximate Optimization Algorithm: A Comprehensible Introduction and Case Study Using Qiskit and IBM Quantum Computers, 2023.
- [78] F. Acasiete, F. P. Agostini, J. K. Moqadam и R. Portugal, “Implementation of quantum walks on IBM quantum computers”, [Quantum Information Processing 19, 426 \(2020\)](#).
- [79] A. W. Cross, L. S. Bishop, S. Sheldon, P. D. Nation и J. M. Gambetta, “Validating quantum computers using randomized model circuits”, [Phys. Rev. A 100, 032328 \(2019\)](#).
- [80] T. Proctor, S. Seritan, K. Rudinger, E. Nielsen, R. Blume-Kohout и K. Young, “Scalable Randomized Benchmarking of Quantum Computers Using Mirror Circuits”, [Phys. Rev. Lett. 129, 150502 \(2022\)](#).
- [81] A. Gaikwad, K. Shende и K. Dorai, “Experimental demonstration of optimized quantum process tomography on the IBM quantum experience”, [International Journal of Quantum Information 19, 2040004 \(2021\)](#).
- [82] L. Burgholzer, R. Raymond и R. Wille, “Verifying Results of the IBM Qiskit Quantum Circuit Compilation Flow”, в *2020 IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering (QCE) (2020)*, с. 356–365.
- [83] L. M. Seifert, K. Beyer, K. Luoma и W. T. Strunz, “Quantum steering on IBM quantum processors”, [Phys. Rev. A 105, 042413 \(2022\)](#).
- [84] N. Basak, N. Das, G. Paul, K. Nandi и N. Patel, “Quantum secret sharing protocol using GHZ state: implementation on IBM qiskit”, [Quantum Information Processing 22, 393 \(2023\)](#).
- [85] G. Gemme, M. Grossi, D. Ferraro, S. Vallecorsa и M. Sassetti, “IBM Quantum Platforms: A Quantum Battery Perspective”, [Batteries 8, 10.3390/batteries8050043 \(2022\)](#).
- [86] T. Alexander, N. Kanazawa, D. J. Egger, L. Capelluto, C. J. Wood, A. Javadi-Abhari и D. C McKay, “Qiskit pulse: programming quantum computers through the cloud with pulses”, [Quantum Science and Technology 5, 044006 \(2020\)](#).
- [87] N. Earnest, C. Tornow и D. J. Egger, “Pulse-efficient circuit transpilation for quantum applications on cross-resonance-based hardware”, [Phys. Rev. Res. 3, 043088 \(2021\)](#).

-
- [88] S. Niu и A. Todri-Sanial, “Effects of Dynamical Decoupling and Pulse-Level Optimizations on IBM Quantum Computers”, [IEEE Transactions on Quantum Engineering](#) **3**, 1–10 (2022).
- [89] N. Ezzell, B. Pokharel, L. Tewala, G. Quiroz и D. A. Lidar, “Dynamical decoupling for superconducting qubits: A performance survey”, [Phys. Rev. Appl.](#) **20**, 064027 (2023).
- [90] V. Tripathi, H. Chen, M. Khezri, K.-W. Yip, E. Levenson-Falk и D. A. Lidar, “Suppression of crosstalk in superconducting qubits using dynamical decoupling”, [Physical review applied](#) **18**, 024068 (2022).
- [91] M. Harutyunyan, F. Holweck, D. Sugny и S. Guérin, “Digital Optimal Robust Control”, [Phys. Rev. Lett.](#) **131**, 200801 (2023).
- [92] R. Semola, L. Moro, D. Bacciu и E. Prati, “Deep Reinforcement Learning Quantum Control on IBMQ Platforms and Qiskit Pulse”, в [2022 IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering \(QCE\)](#) (2022), с. 759–762.
- [93] H. C. Nguyen, B. G. Bach, T. D. Nguyen, D. M. Tran, D. V. Nguyen и H. Q. Nguyen, “Simulating neutrino oscillations on a superconducting qutrit”, [Phys. Rev. D](#) **108**, 023013 (2023).
- [94] J. B. Delos и W. R. Thorson, “Studies of the Potential-Curve-Crossing Problem. II. General Theory and a Model for Close Crossings”, [Phys. Rev. A](#) **6**, 728–745 (1972).
- [95] M. Kasevich и S. Chu, “Laser cooling below a photon recoil with three-level atoms”, [Phys. Rev. Lett.](#) **69**, 1741–1744 (1992).