

# РЕЦЕНЗИЯ

на дисертация за придобиване на  
образователната и научна степен “Доктор”  
в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика,  
профессионално направление 4.5 Математика  
докторска програма: Изследване на операциите  
на Факултет по математика и информатика (ФМИ)  
на СУ „Св. Климент Охридски“  
Автор: Боян Колев Стефанов  
Рецензент: проф. д-р Цветомир Щачев

Настоящата рецензия е написана върху официално представената пред Научното жури версия на дисертационния труд, като е взета предвид допълнителната информация, предоставена на членовете на Научното жури от дисертанта в две съобщения по електронната поща – съответно от 30-ти април 2024 г. и 05-ти май 2024 г.

Представеният дисертационен труд на тема “Задачи на оптималното управление в условие на неопределеност” (Optimal Control Problems under Uncertainty) е с обем от 88 страници и е написан на английски език. Състои се от увод, три глави, заключение, и цитирана литература, включваща 53 заглавия.

Дисертационният труд съдържа научни резултати, които са оригинален принос към научната област. Позоването на чужди резултати е изчерпателно и коректно. Изложението е достъпно. Авторефератът правилно представя съдържанието на дисертацията.

Съдържанието на главите е както следва:

В Глава 1 и Глава 2 се разглеждат линейно-квадратични игри в безкраен времеви хоризонт, в Глава 1 – в непрекъснато време (диференциална игра), а в Глава 2 – в дискретно време. Изследват се въпроси, свързани с равновесие по Неш. Както в случая с непрекъснато време, така и в случая с дискретно, е решена задачата за свеждане на съответната игра в безкраен времеви хоризонт (безбройно много стъпки в дискретно време) към подходяща игра с краен времеви хоризонт (краен брой стъпки в дискретно време). Използваната техника и в двете глави се основава на решаването на подходящо матрично уравнение, чието решение играе основна роля в конструирането на съответните оптимални обратни връзки. Идеята на доказателствата се състои в установяване на съществуването на

околност на нулата във фазовото пространство, в която ограниченията на първия играч не са активни, и в която фазовата траектория попада от известен момент нататък.

В Глава 3 резултатът на Асеев, Вельов и Кръстанов от 2017 г. за задача на оптималното управление в дискретно време и за безкраен времеви хоризонт е разширен за случая на дискретна динамична игра с нулема сума. Получено е необходимо условие за равновесие по Неш в термините на подходящо дефиниран Хамилтониан. Доказано е и достатъчно условие за оптималност в задача на оптималното управление в дискретно време и безкраен времеви хоризонт (безбройно много стъпки).

В Глава 2 и в Глава 3 е представен по един илюстративен пример. Приятно впечатление оставя примера от Глава 2, свързан с моделиране на краткосрочните надлъжни изменения при полет на самолет.

Забележки:

1. Неравенствата (1.5) за седлова точка (в заключението на Твърдение 1.2) не са изпълнени за произволно  $\mathbf{v}$  при фиксирано  $\bar{\mathbf{u}}$ , нито за произволно  $\mathbf{u}$  при фиксирано  $\bar{\mathbf{v}}$ , защото при избор на произволно  $\mathbf{v}$  дефинираното в (1.4)  $\bar{\mathbf{u}}$  зависи от  $\mathbf{v}$  чрез фазовата промелива  $\mathbf{x}$  (и при избор на произволно  $\mathbf{u}$  дефинираното в (1.4)  $\bar{\mathbf{v}}$  зависи от  $\mathbf{u}$  чрез фазовата промелива  $\mathbf{x}$ ).
2. Същата забележка е в сила за доказателството на Теорема 2.5.
3. Със съобщение по електронната поща от 30-ти април 2024 г. дисертантът информира членовете на Научното жури, че в доказателството на Теорема 2.1 е допусната грешка и нейното заключение е невярно. Тази теорема се използва в доказателството на Теорема 2.5, което се основава на апроксимация на игра в дискретно време с безбройно много стъпки чрез съответната игра с краен брой стъпки. На 05-ти май 2024 г. със съобщение по електронната поща дисертантът представи на членовете на Научното жури, изменен вариант на цената (стойността) на играта в дискретно време с краен брой стъпки, която (игра с краен брой стъпки) се използва за апроксимация на играта в дискретно време с безбройно много стъпки. Така изменената цена (стойност) на играта с краен брой стъпки елиминира проблема, породен от грешката в доказателството на Теорема 2.1, но възниква въпросът за корекната дефиниция на цената (стойността) на играта с безбройно много стъпки, за да може да се направи съответният граничен преход от игра с краен брой стъпки към игра с безбройно много стъпки.
4. В описанието на примера от §2.5 на Глава 2 не е описан методът (методите), по който (които) е решено матричното уравнение (2.5).

Резултатите от дисертационния труд са публикувани в три статии:

- една, публикувана в Dynamic Games and Applications, съвместна с научния ръководител и Р. Розенов, IF 1.5 (2022);
- една, публикувана в поредицата Lecture Notes in Computer Science, съвместна с научния ръководител, Scopus 2022 SJR = 0.22;
- една, приета за публикуване (към момента на представяне на дисертацията пред научното жури) в поредицата Lecture Notes in Computer Science, съвместна с научния ръководител, Scopus 2022 SJR = 0.22

Изброеното дотук ми дава основание да препоръчам на Почитаемото Научно жури да присъди на Боян Колев Стефанов образователната и научна степен "Доктор" в професионално направление 4.5 Математика, научна специалност "Изследване на операциите" след като той отговори изчерпателно на изброените в настоящата рецензия забележки.

10-ти май 2024 г.  
София

Цветомир Щачев