
Разработване на композитни импулси за квантовите технологии

Автор:
Наук L. Gevorgyan

Научен ръководител:
акад. проф. дфзн Николай В.
Витанов

Автореферат на дисертация за придобиване
на образователната и научна степен "Доктор"
по професионално направление 4.1 Физически науки

Физически факултет
Катедра Теоретична физика



Софийски университет "Св. Климент Охридски"
София, България

май 2023

Разработване на композитни импулси за квантовите технологии, © май 2023

Автор:

Наук L. Gevorgyan

Научен ръководител:

акад. проф. дфзн Николай В. Витанов

Организация:

Софийски университет "Св. Климент Охридски", София, България

СЪДЪРЖАНИЕ

Списък на фигурите	vi
Списък на таблиците	ix
Резюме	x
Декларация за авторство	xi
Благодарности	xii
1 УВОД	1
1.1 Техники за кохерентен квантов контрол	1
1.2 Ротации върху сферата на Блох	1
1.2.1 Ротационен гейт	2
1.2.2 Фазов гейт	3
1.3 Композитни импулси в ядрено-магнитния резонанс	3
1.4 Обхват и план на дисертацията	5
2 КОМПОЗИТНИ РОТАЦИОННИ ГЕЙТОВЕ	6
2.1 Мотивация	6
2.2 SU(2) метод	8
2.2.1 Точност на квантовия гейт	9
2.2.2 Композитни последователности от импулси	10
2.3 X (NOT) гейт	10
2.3.1 Компенсация на първи порядък на грешката	11
2.3.2 Компенсация на втори порядък на грешката	11
2.3.3 Компенсация на по-висок порядък на грешката	13
2.4 Гейт на Адамар	13
2.4.1 Компенсация на първи порядък на грешката	14
2.4.2 Компенсация на втори порядък на грешката	14
2.4.3 Компенсация на по-висок порядък на грешката	15
2.5 Произволен ротационен гейт	17
2.5.1 Компенсация на първи порядък на грешката	17
2.5.2 Повече от три импулса	17
2.6 Коментари и заключения	17

3	КОМПОЗИТНИ ФАЗОВИ ГЕЙТОВЕ	19
3.1	Мотивация	19
3.2	SU(2) метод	19
3.3	Широколентови композитни фазови гейтове	20
3.3.1	Конструирание на композитни фазови гейтове	20
3.3.2	Произволни фазови гейтове	20
3.4	Коментари и заключения	24
4	ТЯСНОЛЕНТОВИ И ПРОПУСКАТЕЛНИ КОМПОЗИТНИ ИМ- ПУЛСИ	27
4.1	Мотивация	27
4.2	Методи за извеждане	28
4.2.1	Тяснолентови композитни импулси	29
4.2.2	Композитни импулси с лента на пропускане	30
4.2.3	Мерки за ефективност	32
4.3	X гейт	33
4.3.1	Тяснолентов X гейт	33
4.3.2	X гейт с лента на пропускане	34
4.4	Гейт на Адамар	35
4.4.1	Тяснолентов H гейт	35
4.4.2	H гейт с лента на пропускане	35
4.5	Произволен ротационен гейт	36
4.5.1	Тяснолентов ротационен гейт	36
4.5.2	Ротационен гейт с лента на пропускане	37
4.6	Заключение	38
5	КОМПОЗИТНО УЛТРАСЛАВО ВЪЗБУЖДАНЕ	39
5.1	Мотивация	39
5.2	Метод	41
5.3	Композитни последователности с малка вероятност	43
5.3.1	Двуимпулсни композитни последователности	43
5.3.2	Триимпулсни композитни последователности	45
5.3.3	Четириимпулсни композитни последователности	49
5.3.4	Последователности с повече импулси	51
5.4	Квантови гейтове за ултрамалки ротации	53
5.4.1	Компенсация на грешки от първи порядък	53
5.4.2	Компенсация на грешки от втори ред	54
5.5	Заключение	54

6	КОМПОЗИТЕН УЛТРАСТАБИЛЕН ИЛИ УЛТРАЧУВСТВИ- ТЕЛЕН КОНТРОЛ	56
6.1	Мотивация	56
6.2	Матрици на Джоунс и квантово-класическа аналогия	56
6.3	Метод	57
6.3.1	Ротационни θ импулси	57
6.3.2	Фазови ζ импулси	58
6.4	Ултрашироколентови ротационни импулси	58
6.5	Ултратаснолентови ротационни импулси	59
6.6	Ултрашироколентови фазови импулси	60
6.7	Коментари и заключения	60
7	НЕРЕЦИПРОЧНИ ВЪЛНОВИ ПЛАСТИНИ И ОПТИЧНИ ИЗОЛАТОРИ	62
7.1	Мотивация	62
7.2	Композитни вълнови пластини	63
7.3	Широколентов оптичен изолатор	63
7.4	Числени симулации	63
7.5	Заключение	65
8	ОБЩИ ИЗВОДИ И ПЕРСПЕКТИВИ	67
	APPENDICES	69
a	ПУБЛИКАЦИИ И ДОКЛАДИ	69
a.1	Публикации	69
a.2	Доклади и постери	69
	БИБЛИОГРАФИЯ	71

СПИСЪК НА ФИГУРИТЕ

Фигура 2.1	Разстоянието на Фробениус F (отгоре) и грешката (отдолу) на композитни X гейтове. Грешката е в логаритмична скала, за да се визуализира по-добре диапазонът с висока точност (ниска грешка). Числата N на кривите се отнасят за композитни последователности XN , изброени в Таблица 2.1 в дисертацията.	12
Фигура 2.2	Разстоянието на Фробениус (отгоре) и грешката (отдолу) на композитни гейтове на Адамар, получени чрез използване на симетричните композитни последователности HN s от Таблица 2.2 в дисертацията.	15
Фигура 3.1	Разстояние на Фробениус F (отгоре) и грешка (отдолу) на композитни Z гейтове. Грешката е в логаритмична скала, за да се визуализира по-добре диапазонът с висока точност (ниска грешка). Числата N на кривите се отнасят за КИ последователности ZN , изброени в Таблица 3.1 в дисертацията.	21
Фигура 3.2	Разстояние на Фробениус F (отгоре) и неточност (отдолу) на композитни S гейтове. Грешката е в логаритмична скала, за да се визуализира по-добре диапазонът с висока точност (ниска грешка). Числата N на кривите се отнасят за композитни последователности SN , изброени в Таблица 3.2 в дисертацията.	22
Фигура 3.3	Разстояние на Фробениус F (отгоре) и грешка (отдолу) на композитни T гейтове. Грешката е в логаритмична скала, за да се визуализира по-добре диапазонът с висока точност (ниска грешка). Числата N на кривите се отнасят за композитни последователности TN , изброени в Таблица 3.3 в дисертацията.	25
Фигура 4.1	Разстояние на Фробениус (отгоре) и грешка (отдолу) на композитни X гейтове, генерирани от антисиметричните композитни последователности AN -m, конструирани чрез метода на регуляризация от Таблица 4.2 в дисертацията.	28

Фигура 4.2	Разстояние на Фробениус (отгоре) и грешка (отдолу) на композитни тяснолентови гейтове на Адамар, генерирани от четирите семейства композитни последователности от Таблица 4.3 в дисертацията.	29
Фигура 4.3	Разстояние на Фробениус (отгоре) и грешка (отдолу) на пропускателни композитни X гейтове, генерирани от PN (pari passu) последователности от Таблица 4.4 в дисертацията.	31
Фигура 4.4	Разстояние на Фробениус (отгоре) и грешка (отдолу) на пропускателни композитни X гейтове, генерирани от DN (diversis passuum) последователности от Таблица 4.6 в дисертацията.	32
Фигура 4.5	Разстояние на Фробениус (отгоре) и грешка (отдолу) на гейтовете на Адамар с композитна лента на пропускане, произведени от PN (pari passu) последователности от Таблица 4.5 в дисертацията.	35
Фигура 4.6	Разстояние на Фробениус (отгоре) и грешка (отдолу) на композитни гейтове на Адамар с пропускаща лента, произведени от DN (diversis passuum) последователности от Таблица 4.7 в дисертацията.	37
Фигура 5.1	Ефективност на двумимпулсните композитни последователности (5.7) (червено пунктирано) и (5.11) (синьо плътно) за вероятността за преход $p = 10^{-4}$. Точковите криви показват вероятността за възбуждане на единичен импулс за сравнение. Горe: вероятност за преход. Долу: грешка. . . .	46
Фигура 5.2	Ефективност на триимпулсните композитни последователности (5.14) (червено пунктирано) и (5.20) (синьо плътно) за вероятността за преход $p = 10^{-4}$. Точковите криви показват вероятността за възбуждане на единичен импулс за сравнение. Горe: вероятност за преход. Долу: грешка. . . .	47
Фигура 5.3	Ефективност на четириимпулсните симетрични композитни последователности (5.22) (червено пунктирано), (5.24) (лилаво с дълго пунктирано) и асиметричната последователност (5.26) (синьо плътно) за вероятността за преход $p = 10^{-4}$. Точковите криви показват вероятността за възбуждане на единичен импулс за сравнение. Горe: вероятност за преход. Долу: грешка.	50

Фигура 6.1	Вероятност за преход $p(\epsilon)$ на ултраширококолентови ротационни π импулси. Числата N на кривите се отнасят за КИ последователности UBN , изброени в Таблица 6.1 в дисертацията. Както беше отбелязано по-горе, кривите имат $k = N - 1$ осцилации в горната част на диаграмата, за разлика от последователността $VB2$, която има 2 осцилации, така че е по-лоша от нашите $5\pi UB5$	59
Фигура 6.2	Вероятност за преход $p(\epsilon)$ на ултратясноколентови ротационни π импулси. Числата N на кривите се отнасят за КИ последователности UNN , изброени в Таблица 6.2 в дисертацията. Както беше отбелязано по-горе, кривите имат $k = N - 1$ осцилации в долната част на диаграмата, за разлика от последователността $NB2$, която има 2 осцилации, така че е по-лоша от нашите $UN5$	60
Фигура 6.3	Следова точност $z(\epsilon)$ на ултраширококолентови фазови π импулси. Числата N на кривите се отнасят за композитни последователности $UBPhN$, изброени в Таблица 6.3 в дисертацията. Както беше отбелязано по-горе, кривите имат $k = N - 2$ осцилации в горната част на диаграмата.	61
Фигура 7.1	Схема на ширококолентовия оптичен изолатор. $ARQWP$ означава ахроматична реципрочна четвърт-вълнова пластина, докато $ANRQWP$ означава ахроматична нерещипрочна четвърт-вълнова пластина.	64
Фигура 7.2	Точност спрямо систематично отклонение за композитните вълнови пластини, проектирани чрез използване на три конфигурации: уравнение (7.2) е изобразено от синята пунктирна линия, уравнение (7.3) от черната пунктирна линия и уравнение (7.4) от плътната червена линия. Сивата пунктирна линия е за четвъртвълнова пластина с единичен Фарадеев ротатор за лесна справка.	64
Фигура 7.3	Свойства на преминаване и изолация на оптичните изолатори с различен брой вълнови пластини в серията, в сравнение с изолатора, базиран на един ротатор (синя линия), срещу систематичното отклонение ϵ . Другите три криви се отнасят до последователностите на уравнения (7.2), изобразени с лилава линия, (7.3) с червена линия и (7.4) с черна линия.	65
Фигура 7.4	Същото като Фигура 7.3, но вместо систематично отклонение ϵ ние използваме параметъра за дължина на вълната.	66

СПИСЪК НА ТАБЛИЦИТЕ

Таблица 5.1	Импулсни площи и фази (в единици π) за композитната последователност (5.11) (в единици π) за няколко стойности на вероятността за преход. Всички композитни последователности имат порядък на грешки $O(\epsilon^3)$	45
Таблица 5.2	Площи и фази на импулсите (в единици π) в композитните последователности от 3 импулса (5.20) за няколко стойности на вероятността за преход p . Всички композитни последователности имат порядък на грешка $O(\epsilon^5)$	48
Таблица 5.3	Площи и фази на импулсите (в единици π) за композитните последователности от 4 импулса (5.26). Всички композитни последователности имат порядък на грешки $O(\epsilon^7)$	51
Таблица 5.4	Параметри (в единици π) на композитната последователност G3 (5.37) за различни вероятности за преход p	54
Таблица 7.1	Изчислени ъгли на въртене (в радиани) за трите последователности от уравнения (7.2), (7.3) и (7.4).	63

РЕЗЮМЕ

Композитните импулси заемат централно място в гамата от техники за квантов контрол и имат предимство сред тях, че са подходящи за стабилна, чувствителна или произволна високопрецизна манипулация на квантови системи. Целта в дисертацията е да се разшири обхватът на методологията, създадена в ядрено-магнитния резонанс, и да се модернизират нейните приложения. По-конкретно, тук е представен ефектът на този гъвкав метод в квантовите изчисления, квантовите сензори, обработката на квантовата информация и поляризационната оптика. Последните сочат съществуването на квантово-класическа аналогия, дължаща се на лежащата в основата аналогична математика.

Възможността за проектиране на стабилни квантови гейтове чрез широколентови композитни импулси с ултрависока прецизност, надвишаваща бенчмарка за квантов компютър, е много важна за квантовите изчисления. Извеждането на съставните импулси на тяснолентови последователности и такива с лента на пропускане за приложения за квантовите сензори налага използването на $SU(2)$ и нови подходи за контрол на оптимизацията. Интересно е, че композитните импулси също са способни на стабилни преходи с ултрамалка вероятност и могат да имат потенциални приложения за детерминистично еднофотонно излъчване в протокола DLCZ, добре познат в квантовата обработка на информация. Друга модификация води до ултрастабилен и ултрачувствителен квантов контрол на вероятността за преход чрез композитни импулси, които могат да имат съществени приложения за създаване на поляризационни полувълнови плочи с ултрашироколентова и ултратяснолентова ефективност на преобразуване. Също така подобен метод за оптимизация може да се приложи за проектиране на ултрастабилни Z квантови гейтове, еквивалентни на поляризационни π ротатори в поляризационната оптика. Параметрите на композитните импулси могат да се използват за конструиране на широколентови композитни нерещипрочни поляризационни вълнови пластини и оптични изолатори.

Резултатите покриват широк спектър от изследователски дисциплини, използвайки интердисциплинарността, гъвкавостта и възможностите на техниката. В този смисъл композитните импулси са мощен метод за квантов контрол с големи перспективи в авангардните квантови технологии.

ДЕКЛАРАЦИЯ ЗА АВТОРСТВО

Аз, Наук L. Gevorgyan, роден на 27 ноември 1995 в Yerevan, Armenia, декларирам, че дисертацията, озаглавена Разработване на композитни импулси за квантовите технологии, и работата, представена в нея, е моя. Потвърждавам, че тази работа е извършена главно по време на докторантурата ми в Софийския университет "Св. Климент Охридски".

С изключение на случаите, когато има препратка в текста на дисертацията, тази дипломна работа не съдържа материали, публикувани другаде или извлечени изцяло или частично от дисертация, приета за присъждане на друга степен или диплома. Никаква чужда работа не е използвана без дължимото признание в основния текст на дисертацията. Тази дисертация не е представена за присъждане на степен или диплома в друга висша институция.

Наук L. Gevorgyan

24 май 2023

БЛАГОДАРНОСТИ

Искам да благодаря на проекта H2020-MSCA-ITN-ETN (Хоризонт 2020 - действия по Мария Склодовска-Кюри - Иновативни мрежи за обучение - Европейски мрежи за обучение), Интерфейси светлина-материя за квантово подобрени технологии (LIMQUET - Договор №. 765075), финансиран от Европейската комисия, за финансовата подкрепа.

Изразявам искрената си благодарност на моя ръководител акад. проф. дфзн Николай В. Витанов за неговото професионално ръководство по време на моето докторантско обучение. За мен беше чест да се запозная с него и членовете на неговата група по Квантова оптика и квантова информация в катедрата по Теоретична физика на Физическия факултет на Софийския университет. Благодаря на всички за ползотворните дискусии и подкрепата.

Бих искал да благодаря на проф. Stéphane Guérin за това, че ме покани в проекта след магистърската ми степен в Université Bourgogne-Franche-Comté, Дижон, Франция, и за това, че ме посрещна и ръководи по време на командировката ми в неговата лаборатория.

ПОСВЕЩЕНИЕ

На моя баща-учен Лекдар А. Геворгян и майка-учен Анахит Х. Шамамян.

УВОД

1.1 Техники за кохерентен квантов контрол

Огромно разнообразие от техники за квантов контрол се използват в много области на физиката за манипулиране на физическите системи. Сред тях са резонансното възбуждане, адиабатният пренос, оформени импулси, теория за оптимално управление и композитните импулси. Също така е забележително, че те могат да бъдат адаптирани за получаване на нови методи за контрол, като композитен адиабатен преход и пряк път към адиабатичност. Като цяло, техниките за кохерентен контрол се различават една от друга по избора на целеви параметри, следователно получените показатели за качество са различни.

1.2 Ротации върху сферата на Блох

Пропагаторът на кохерентно управляван кубит е решението на уравнението на Шрьодингер,

$$i\hbar\partial_t\mathbf{U}(t,t_i) = \hat{H}(t)\mathbf{U}(t,t_i), \quad (1.1)$$

предмет на първоначалното условие $\mathbf{U}(t_i,t_i) = \hat{I}$, матрицата на идентичност. Ако хамилтонианът е ермитов, пропагаторът е унитарен. Ако хамилтонианът също е с нулева следа, тогава пропагаторът има $SU(2)$ симетрия и може да бъде представен като

$$\mathbf{U}_0 = \begin{bmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{bmatrix}, \quad (1.2)$$

където a и b са параметрите на Кейли-Клайн с комплексни стойности, удовлетворяващи $|a|^2 + |b|^2 = 1$. Безследовият ермитов хамилтониан има формата $\hat{H}(t) = \frac{1}{2}\hbar[\Omega(t)\cos(\phi)\hat{\sigma}_x + \Omega(t)\sin(\phi)\hat{\sigma}_y + \Delta\hat{\sigma}_z]$, където $\Omega(t)$ (приема се за реална и положителна) е честотата на Раби, определяща количествено взаимодействието, ϕ е нейната фаза и Δ е разстройката — разликата между честотите на системата и външното поле.

При точен резонанс ($\Delta = 0$) и за $\phi = 0$ имаме $a = \cos(A/2)$, $b = -i \sin(A/2)$, където A е темпоралната площ на импулса $A = \int_{t_i}^{t_f} \Omega(t) dt$. За система, стартираща в състояние $|1\rangle$, вероятността за преход, генерирана от един импулс, е $p = |b|^2 = \sin^2(A/2)$.

1.2.1 Ротационен гейт

Всеки импулс в композитната последователност се счита за резонансен и следователно генерира пропагатора

$$\mathbf{U}(A, \phi) = \begin{bmatrix} \cos(A/2) & -ie^{i\phi} \sin(A/2) \\ -ie^{-i\phi} \sin(A/2) & \cos(A/2) \end{bmatrix}, \quad (1.3)$$

където ϕ е фазата на взаимодействието.

Нашата цел е да конструираме ротационен гейт $\hat{R}_y(\theta) = e^{i(\theta/2)\hat{\sigma}_y}$, където θ е ъгълът на въртене и $\hat{\sigma}_y$ е матрицата y на Паули. В матрична форма,

$$\mathbf{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta/2) & \sin(\theta/2) \\ -\sin(\theta/2) & \cos(\theta/2) \end{bmatrix}. \quad (1.4)$$

Гейтът X или NOT се определя като

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.5)$$

Ще използваме следната форма на гейта на Адамар (известна като псевдо-форма на Адамар),

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_y(\pi/2) = e^{i(\pi/4)\hat{\sigma}_y} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.6)$$

Единичен резонансен импулс с времевата площ $A = \theta_\epsilon = \theta(1 + \epsilon)$ произвежда пропагатора $\hat{R}(\theta_\epsilon) = e^{i[\theta(1+\epsilon)]/2\hat{\sigma}_y} = \hat{R}(\theta)[1 + O(\epsilon)]$, т.е. точен е до нулев порядък $O(\epsilon^0)$ в грешката на площта на импулса ϵ . Нашият подход е да заменим единичния θ импулс с композитна последователност от импулси с подходящи площи и фази, така че общият пропагатор да произвежда ротационен гейт (1.4) с грешка от по-висок ред, т.е. $\hat{R}(\theta)[1 + O(\epsilon^{n+1})]$. Тогава казваме, че съответният композитен ротационен гейт е точен до и включително порядък $O(\epsilon^n)$.

1.2.2 Фазов гейт

Фазовият гейт (до глобален фазов фактор) се определя като

$$\mathbf{F}(\phi) = \mathbf{R}_z(\phi) = \begin{bmatrix} e^{-i\phi/2} & 0 \\ 0 & e^{i\phi/2} \end{bmatrix}. \quad (1.7)$$

Той не може да се получи чрез единичен θ импулс (5.1) и следователно изисква верига с два или повече $\theta = \pi$ ротационни гейта,

$$\mathbf{F}(\phi) = \mathbf{U}(\pi, \nu + \pi - \phi/2)\mathbf{U}(\pi, \nu) = \mathbf{U}(\pi, \nu)\mathbf{U}(\pi, \nu + \pi + \phi/2). \quad (1.8)$$

1.3 Композитни импулси в ядрено-магнитния резонанс

Композитните импулси са разработени в ядрено-магнитния резонанс (ЯМР) през 1980-те. Подобни идеи обаче са въведени в поляризационната оптика много по-рано, през 1940 г. [1–4]: чрез подреждане на няколко обикновени вълнови плочи под специфични ъгли по отношение на техните бързи поляризационни оси може да се проектира или ахроматични (широколентови) поляризационни забавители и ротатори или (теснолентови) поляризационни филтри [1–10]. През последните две десетилетия композитните импулси се разпространиха в повечето експериментални квантови платформи далеч отвъд ЯМР. Приложенията включват контрол на кубит в уловени йони [11–18], неутрални атоми [19], легирани кристали [20–22], квантови точки [23–28] и NV центрове в диамант [29], високоточни оптични часовници [30], интерферометрия на студени атоми [31–33], оптично плътни атомни ансамбли [34], магнитометрия [35], оптомеханика [36] и др.

Композитните импулси са класифицирани в ЯМР от Wimperis [37] в широколентови, теснолентови и пропускателни класове, където той дефинира I тип и II тип импулси BB_1 , NB_1 , PB_1 и съответно BB_2 , NB_2 , PB_2 . Композитните импулси BB_1 и BB_2 имат вида

$$BB_1(\theta) : (\pi)_{\phi_1}(2\pi)_{\phi_2}(\pi)_{\phi_1}(\theta)_0, \quad (1.9)$$

с $\phi_1 = \arccos(-\theta/4\pi)$ and $\phi_2 = 3\phi_1$,

$$BB_2(\theta) : (\pi)_{\pi/2}(2\pi)_{\phi_2}(\pi)_{\pi/2}(\theta)_0, \quad (1.10)$$

с $\phi_2 = 3\pi/2 + \theta/4$.

NB_1 и NB_2 импулсите са

$$NB_1(\theta) : (\pi)_{\phi_1}(2\pi)_{\phi_2}(\pi)_{\phi_1}(\theta)_0, \quad (1.11)$$

с $\phi_1 = \arccos(-\theta/4\pi)$ and $\phi_2 = -\phi_1$,

$$NB_2(\theta) : (\pi)_{\pi/2}(2\pi)_{\phi_2}(\pi)_{\pi/2}(\theta)_0, \quad (1.12)$$

с $\phi_2 = 3\pi/2 - \theta/4$.

PB_1 и PB_2 импулси имат вида

$$PB_1(\theta) : (2\pi)_{\phi_1}(4\pi)_{\phi_2}(2\pi)_{\phi_1}(\theta)_0, \quad (1.13)$$

с $\phi_1 = \arccos(-\theta/8\pi)$ and $\phi_2 = -\phi_1$,

$$PB_2(\theta) : (2\pi)_{\pi/2}(4\pi)_{\phi_2}(2\pi)_{\pi/2}(\theta)_0, \quad (1.14)$$

с $\phi_2 = 3\pi/2 - \theta/8$.

Освен тези асиметрични последователности, Джоунс и колегите му [38] разработват симетрична във времето последователност, наречена SCROFULOUS (Short composite rotation for undoing length over and under shoot: Късо композитно въртене за корекция на дължина над и под номиналната),

$$SCROFULOUS(\theta) : (\theta_1)_{\phi_1}(\pi)_{\phi_2}(\theta_1)_{\phi_1}, \quad (1.15)$$

с $\theta_1 = \arcsinc(2 \cos(\theta/2)/\pi)$, $\phi_1 = \arccos(-\pi \cos \theta_1 / (2\theta_1 \sin \theta/2))$, $\phi_2 = \phi_1 - \arccos(-\pi/2\theta_1)$, където ненормализираната sinc функция е дефинирана като $\text{sinc}(\theta) = \sin \theta / \theta$.

В случай на въртене на ъгъл π може да се избере $\theta_1 = \arcsinc(0) = \pi$ и $\arccos(-\pi/2\theta_1) = -4\pi/3$,

$$SCROFULOUS(\pi) : (\pi)_{\pi/3}(\pi)_{5\pi/3}(\pi)_{\pi/3}. \quad (1.16)$$

Така $\phi_2 - \phi_1 = 4\pi/3$ и резултатът [39] на Туско и колегите може да бъде получен:

$$Туско(N = 3) : (\pi)_0(\pi)_{2\pi/3}(\pi)_0, \quad (1.17)$$

за широколентово възбуждане без фазово изкривяване. Това води до разделянето на широколентовите КИ на два подкласа, наречени променливи и постоянни ротации [40–42].

SCROFULOUS е най-късата постоянна ротация с първи порядък на компенсация на грешката в площта на импулса. BB_1 е константна ротация от втори ред.

SK1 е най-късият композитен импулс с лента на пропускане [43], тъй като е геометричен ротационен гейт [44], като SCROFULOUS, също се състои от три елементарни импулса

$$SK1 : (\theta)_0(2\pi)_{\phi_1}(2\pi)_{-\phi_1}, \quad (1.18)$$

с параметър $\phi_1 = \arccos(-\theta/4\pi)$.

В тази дисертация предлагаме аналитични и числени методи за систематично извеждане на композитни импулси, за да получим изискваното свойство с подобър баланс между времето на изпълнение на операцията и свойствата.

1.4 Обхват и план на дисертацията

Останалата част от тази дисертация е организирана по следния начин. Глава 1 предоставя основна информация, свързана с областта на изследване, а именно, подробно обсъждане на основните съществуващи приноси на техниката композитни импулси в литературата. Глава 2 описва подробно приложението на техниката в квантовите компютри, особено за проектирането на композитни ротационни гейтове с ултрависока точност [45]. Глава 3 описва подробно приложението на техниката за проектиране на композитни фазови гейтове с ултрависока точност [46] със същия метод в квантовите компютри. Глава 4 обобщава резултатите от теснолентови и пропускателни композитни последователности, приложими към квантовите сензори. Глава 5 модернизира свойствата на техниката, отваряйки нови хоризонти за разработването на стабилни ултрамалки вероятностни преходи с приложението към детерминирана еднофотонна емисия в квантовите комуникации. Глава 6 разглежда способността на техниката за ултраустойчив или ултрачувствителен контрол. Тези нови композитни импулси са подходящи за приложение като ултрашироколентови и ултратеснолентови композитни поляризационни полулънови пластини [47]. Глава 7 представя използването на методологията за разработване на оптични устройства, а именно широколентови нересипрочни поляризационни вълнови пластини и оптични изолатори [48] в поляризационната оптика. Глава 8 завършва тази дисертация с резюме на резултатите.

КОМПОЗИТНИ РОТАЦИОННИ ГЕЙТОВЕ

2.1 Мотивация

В литературата има различни предложения за генериране на ротационни гейтове, които са устойчиви на експериментални грешки, за сметка на това, че са по-дълги и следователно по-бавни. Адиабатните техники са традиционното средство за справяне с подобни грешки [49] — адиабатна еволюция чрез полупресичане [50–58], полу-SCRAP (бърз адиабатен пренос със Щарково отместване) [54], STIRAP с две състояния (стимулиран Раманов адиабатичен пренос) [55–57, 59]. Експериментално е демонстрирано разширяване на тази техника на полупресичане до три състояния в експеримент с уловени йони с грешка от около 1.4×10^{-4} , т.е. близо до изискванията на квантовите изчисления [58], което е постигнато чрез използване на импулсно оформяне. Друго предложение използва последователност от два адиабатни импулса, разделени от фазов скок, който служи като контролен параметър за създаденото суперпозиционно състояние [60].

В три състояния на Раманово свързани кубити, много популярна техника е частичният STIRAP [61–63], който води до създаването на кохерентна суперпозиция на двете крайни състояния. Tripod-STIRAP [64–66], разширение на STIRAP, също е използван за генериране на кохерентни суперпозиции на тези три състояния или две от тях. Тук отбелязваме и квантовите отражения на Хаусхолдер като мощен метод за квантово инженерство [67, 68].

Мощна алтернатива за постигане на свръхвисока прецизност, която същевременно се характеризира с устойчивост на грешки в параметрите, е техниката на композитните импулси [40, 41]. Композитният импулс е крайна поредица от импулси с добре дефинирани относителни фази между тях. Тези фази са контролни параметри, които се определят от желанния профил на възбуждане. Композитните импулси могат да оформят профила на възбуждане по същество по всеки желан начин, което е невъзможно с единичен резонансен импулс или адиабатни техники. По-специално, може да се създаде широколентов композитен π импулс, който осигурява вероятност за преход от 1 не само за площ на импулса $A = \pi$ и нулева разстройка $\Delta = 0$, като единичен резонансен π импулс, но също и в

известни интервали около тези стойности [20, 37, 40, 41, 69–77]. По този начин композитният импулс може да компенсира несъвършенствата на единичен реален π импулс и да го направи да изглежда като идеален π импулс. Като алтернатива, теснолентовите композитни импулси [37, 42, 73, 75, 78–83] свиват профила на възбуждане около определена точка в пространството на параметрите: те произвеждат възбуждане, което е по-чувствително към вариации на параметри от единичен импулс, с интересни приложения за сензори, метрология и пространствена локализация. Трето семейство от композитни импулси — такива с лента на пропускане — съчетават характеристиките на широколентови и теснолентови импулси: те осигуряват високоточно възбуждане в рамките на определен диапазон на параметрите и пренебрежимо малко възбуждане извън него [37, 82, 84–87].

Композитните импулси са разработени в ЯМР през 1980-те. През последните две десетилетия композитните импулси се разпространиха в повечето експериментални квантови платформи далеч отвъд ЯМР. Приложенията включват контрол на кубит в уловени йони [11–18], неутрални атоми [19], легирани кристали [20–22], квантови точки [23–28] и NV центрове в диамант [29], високоточни оптични часовници [30], интерферометрия на студени атоми [31–33], оптично плътни атомни ансамбли [34], магнитометрия [35], оптомеханика [36] и др.

Композитните импулси са особено подходящи за квантовата информатика, тъй като те са уникални в предоставянето както на свръхвисока точност, така и на устойчивост на експериментални грешки. Никой друг метод за квантов контрол не предлага тази комбинация от висока прецизност и устойчивост на грешки и следователно композитните импулси могат да бъдат ключовата контролна технология за операции с кубити с висока прецизност, което е задължително в мащабируемите квантови компютри.

В тази Глава представяме няколко набора от квантови гейтове за еднокюбитово въртене, конструирани с КИ последователности. Композитните импулси за постоянно въртене, наричани още композитни импулси без фазова деформация [39], (понякога наричани Клас А) очевидно са по-взискателни и изискват по-дълги последователности в сравнение с композитните импулси за променливо въртене, за същия порядък на компенсация. Въпреки това, квантовите изчисления, където фазовите отношения са от съществено значение, постоянните ротации са очевидно тези, които трябва да се използват за квантови ротационни гейтове [38].

В тази Глава ние се съсредоточаваме върху извеждането на композитни ротационни гейтове с ултрависока точност, включително X, Адамар и обща ротация, които компенсират грешките в площта на импулса до осми ред. Нашите резултати разширяват по-ранните резултати за някои от тези гейтове, използвайки по-къси импулсни последователности. Първият композитен импулс без фазови изкривявания е проектиран от Туско [78], който произвежда композитен X гейт. Компен-

сация на грешка от втори порядък е конструирана от Wimpreis, добре известният BB1 (широколентов от тип 1) импулс [37, 74]. Джоунс и колеги отделят голямо внимание на композитните X гейтове, с акцент върху геометричните подходи за извеждане на такива последователности, които работят до 5 и 7 импулса [38, 88–90]. Нашите резултати допълват по-ранни резултати от нашите и други групи за различни гейтове, т.е. композитен квантов фазов гейт [91], CNOT [92–98], Toffoli [99] и C^n -NOT гейтове [99].

Композитните ротационни гейтове са конструирани чрез влагане и конкатенация на по-къси композитни последователности и за по-голям порядък на грешки тази процедура произвежда (непрактични) композитни последователности с прекомерно голяма дължина. Тук използваме аналитични подходи и числени методи, за да извлечем ротационни гейтове с много по-къси последователности от преди.

Тази Глава е организирана по следния начин. В Глава 2.2 обясняваме метода на извеждане. Композитните π завъртания, представляващи X гейт, са представени в Глава 2.3. Композитните реализации на гейта на Адамар са дадени в Глава 2.4, а композитните ротационни гейтове в Глава 2.5. Накрая, Глава 2.6 представя заключенията.

2.2 SU(2) метод

Извеждането на композитните ротационни гейтове се извършва по следния начин. Фазовото изместване ϕ , наложено върху управляващото поле, $\Omega(t) \rightarrow \Omega(t) e^{i\phi}$, се отпечатва върху пропагатора по следния начин:

$$\mathbf{U}_\phi = \begin{bmatrix} a & b e^{i\phi} \\ -b^* e^{-i\phi} & a^* \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

Серия от N импулси, всеки с площ A_k и фаза ϕ_k (приложени отляво надясно),

$$(A_1)_{\phi_1} (A_2)_{\phi_2} (A_3)_{\phi_3} \cdots (A_N)_{\phi_N}, \quad (2.2)$$

генерира пропагатора (действащ, както обикновено, отляво надясно)

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_{\phi_N} (A_N) \cdots \mathbf{U}_{\phi_3} (A_3) \mathbf{U}_{\phi_2} (A_2) \mathbf{U}_{\phi_1} (A_1). \quad (2.3)$$

Да приемем, че номиналните (т.е. за нулева грешка) импулсни площи A_k имат систематична грешка ϵ , т.е. $A_k \rightarrow A_k(1 + \epsilon)$. Нашата цел в тази Глава е да конструираме кубитен ротационен гейт $\hat{R}_y(\theta) = e^{i(\theta/2)\hat{\sigma}_y}$ (1.4). При предположението за единна систематична грешка в площта на импулса ϵ , можем да развием компо-

зитния пропагатор (2.3) в ред на Тейлър спрямо ϵ . Поради SU(2) симетрията на цялостния пропагатор е достатъчно да се развият само два от неговите елементи, да кажем $\mathcal{U}_{11}(\epsilon)$ и $\mathcal{U}_{12}(\epsilon)$. Ние задаваме техните стойности за нулева грешка да бъдат целевите стойности,

$$\mathcal{U}_{11}(0) = \cos(\theta/2), \quad \mathcal{U}_{12}(0) = \sin(\theta/2), \quad (2.4)$$

и зануляваме възможно най-много техни производни по отношение на ϵ във възходящ ред,

$$\mathcal{U}_{11}^{(m)}(0) = 0, \quad \mathcal{U}_{12}^{(m)}(0) = 0, \quad (m = 1, 2, \dots, n), \quad (2.5)$$

където $\mathcal{U}_{jl}^{(m)} = \partial_\epsilon^m \mathcal{U}_{jl}$ обозначава m -та производна на \mathcal{U}_{jl} по отношение на ϵ . Най-големият порядък на производната n , удовлетворяващ уравненията (2.5), дава реда на компенсацията на грешката $O(\epsilon^n)$. В този случай казваме, че композитният импулс е точен до порядък на грешката $O(\epsilon^n)$, а порядъкът на грешката за този импулс е $O(\epsilon^{n+1})$.

2.2.1 Точност на квантовия гейт

Ако уравнения (2.4) и (2.5) са изпълнени, тогава общият пропагатор може да бъде записан като

$$\mathbf{U}(\epsilon) = \mathbf{R}(\theta) + O(\epsilon^{n+1}), \quad (2.6)$$

с $\mathbf{R}(\theta) = \mathbf{U}(0)$. Тогава разстоянието на Фробениус,

$$\mathcal{F} = 1 - \|\mathbf{U}(\epsilon) - \mathbf{R}(\theta)\| = 1 - \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{j,k=1}^2 |\mathcal{U}_{jk} - R_{jk}|^2}, \quad (2.7)$$

има същия порядък на грешката $O(\epsilon^{n+1})$ като пропагатора, $\mathcal{F} = 1 - O(\epsilon^{n+1})$. Както е показано от Джоунс и колеги [100], за композитните X гейтове, точността на следата,

$$\mathcal{F}_T = \frac{1}{2} \text{Tr} [\mathbf{U}(\epsilon) \mathbf{R}(\theta)^\dagger], \quad (2.8)$$

има 2 пъти по-висок порядък на грешката $O(\epsilon^{2n+1})$, т.е. $\mathcal{F}_T = 1 - O(\epsilon^{2n+1})$. В цялата тази Глава ще използваме точността на разстоянието на Фробениус (2.7), която е много по-строга и безкомпромисна към грешки мярка за точност; освен това нейната грешка е от същия порядък като грешката на пропагатора.

2.2.2 Композитни последователности от импулси

В тази Глава представяме обширни числени симулации, които генерират множество решения. Категоризираме ги в три типа композитни последователности, една симетрична и две асиметрични.

- Всяка симетрична последователност се състои от $2n - 1$ номинални π импулси, заградени от два импулса с площ α , със симетрично подредени фази,

$$\alpha_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \cdots \pi_{\phi_{n-1}} \pi_{\phi_n} \pi_{\phi_{n-1}} \cdots \pi_{\phi_3} \pi_{\phi_2} \alpha_{\phi_1}. \quad (2.9)$$

Тези последователности обобщават три-импулсната SCROFULOUS последователност [38], която е от този тип, до повече от три импулса.

- Първият тип асиметрични последователности се състои от последователност от номинални π импулси, предшествани (или следвани) от импулс с площ θ ,

$$\pi_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \cdots \pi_{\phi_{N-1}} \theta_{\phi_N}. \quad (2.10)$$

Тези последователности обобщават пет-импулсната BB1 последователност [37], която е от този тип, до повече от пет импулса.

- Вторият тип асиметрични последователности се състои от последователност от $N - 2$ номинални π импулси, предшествани и последвани от единични импулси с площи α и β ,

$$\alpha_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \cdots \pi_{\phi_{N-1}} \beta_{\phi_N}. \quad (2.11)$$

Доколкото ни е известно, този тип композитни последователности не са докладвани в литературата досега.

2.3 X (NOT) гейт

Както е добре известно, такъв гейт (1.5) може да бъде генериран от резонансен импулс с времева площ π . Разстоянието на Фробениус (2.7) е

$$\mathcal{F} = 1 - \sqrt{2} \left| \sin \frac{\pi\epsilon}{4} \right|. \quad (2.12)$$

За сравнение, следователно точност е

$$\mathcal{F}_T = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi\epsilon}{4} = \cos \frac{\pi\epsilon}{2}. \quad (2.13)$$

Трите вида композитни последователности (2.9), (2.10) и (2.11) се обединяват в един тип, последователност от π импулси. По-долу разглеждаме тези последователности в нарастващ порядък на компенсиране на грешката.

2.3.1 Компенсация на първи порядък на грешката

Внимателният анализ на уравнения (2.4) и (2.5) показва, че възможно най-краткият композитен импулс, който може да компенсира грешки от първи ред, се състои от три импулса, всеки с импулсна площ от π и симетрични фази,

$$\pi_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_1}. \quad (2.14)$$

Решаването на уравнения (2.4) и (2.5) за първите производни дава две решения за фазите,

$$\pi_{\frac{1}{6}\pi} \pi_{\frac{5}{6}\pi} \pi_{\frac{1}{6}\pi}, \quad (2.15a)$$

$$\pi_{\frac{5}{6}\pi} \pi_{\frac{1}{6}\pi} \pi_{\frac{5}{6}\pi}. \quad (2.15b)$$

Тези две последователности генерират един и същ пропагатор и следователно една и съща точност.

2.3.2 Компенсация на втори порядък на грешката

За поредици от четири импулса става възможно да се анулират производните от втори порядък в уравнение (2.5). Съществуват редица решения, някои от които са

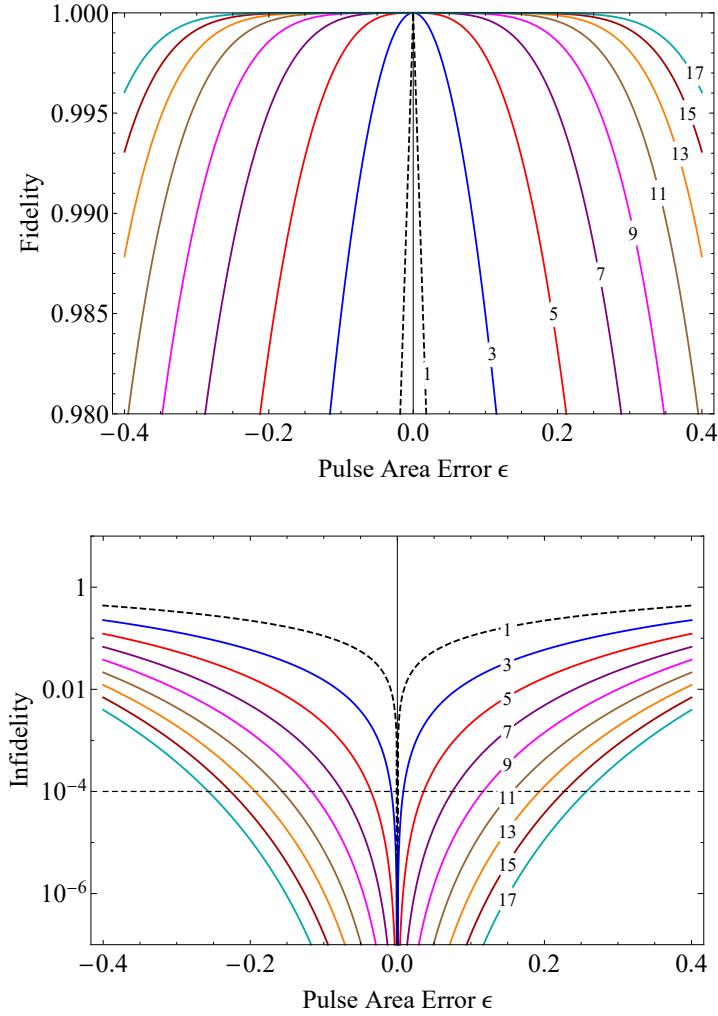
$$(2\pi)_{3\chi} \pi_{\pi+\chi} \pi_{\frac{1}{2}\pi} \pi_{-\chi}, \quad (2.16a)$$

$$\pi_{\pi+\chi} (2\pi)_{3\chi} \pi_{\pi+\chi} \pi_{\frac{1}{2}\pi}, \quad (2.16b)$$

$$\pi_{\frac{1}{2}\pi} \pi_{\pi+\chi} (2\pi)_{3\chi} \pi_{\pi+\chi}, \quad (2.16v)$$

$$\pi_{-\chi} \pi_{\frac{1}{2}\pi} \pi_{\pi+\chi} (2\pi)_{3\chi}, \quad (2.16g)$$

където $\chi = \arcsin\left(\frac{1}{4}\right) \approx 0.0804\pi$. Втората и третата последователност са свързани с ВВ1 последователността на Wimперis [37]. Всички тези последователности имат обща номинална импулсна площ от 5π и могат да се разглеждат като последователности от пет импулса, тъй като ефектът от $(2\pi)_{3\chi}$ е същият като $\pi_{3\chi} \pi_{3\chi}$.



Фигура 2.1: Разстоянието на Фробениус F (отгоре) и грешката (отдолу) на композитни X гейтове. Грешката е в логаритмична скала, за да се визуализира по-добре диапазонът с висока точност (ниска грешка). Числата N на кривите се отнасят за композитни последователности XN , изброени в Таблица 2.1 в дисертацията.

Изведена е и симетричната последователност

$$\pi_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_1}, \quad (2.17)$$

with $\phi_1 = \arcsin(1 - \sqrt{5/8}) \approx 0.0672\pi$, $\phi_2 = \arcsin((3\sqrt{10} - 2)/8) \approx 0.3854\pi$, $\phi_3 = 2\phi_2 - 2\phi_1 + \pi/2 \approx 1.1364\pi$.

В заключение, наличието на различни четири- и пет-импулсни симетрични и асиметрични последователности, които произвеждат една и съща точност, не е недостатък, тъй като те могат да имат доста различна чувствителност към фазови грешки, както беше показано наскоро за други композитни последователности [101].

2.3.3 Компенсация на по-висок порядък на грешката

$2n + 1$ -импулсните последователности имат допълнителни свободни фази, която може да се използва, за да се направи композитната последователност симетрична като в (2.9), т.е.

$$\pi_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \cdots \pi_{\phi_{n-1}} \pi_{\phi_n} \pi_{\phi_{n-1}} \cdots \pi_{\phi_3} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_1}. \quad (2.18)$$

Уравнения (2.4) и (2.5) се свеждат до набор от $n + 1$ реални тригонометрични уравнения за $n + 1$ свободни фази. Има множество решения за фазите за всяка $(2n + 1)$ -импулсна композитна последователност.

Композитните фази на симетрични последователности от нечетен брой импулси (2.18) са изведени числено. Те са представени в Таблица 2.1 в дисертацията. Точността на тези композитни X гейтове е изобразена на Фигура 2.1. От фигурата става ясно, че единичен импулс има много малко място за грешки, тъй като X гейтът позволява грешки в площта на импулсите от по-малко от 0.01%. Три-импулсният композитен X гейт предлага известна свобода на действие с допустимата грешка от 0.8%. Реалният ефект на коригиране на грешката в площта на импулса се постига с композитните последователности от 5 до 9 импулса, за които обхватът с висока точност се увеличава от 3.6% до 11.7% допустими грешки. Доста забележително е, че грешки до 25% могат да бъдат елиминирани и свръхвисоката точност да се поддържа със 17-импулсния композитен X гейт. Обърнете внимание, че тези диапазони на грешка се изчисляват с помощта на доста строгата мярка на разстоянието на Фробениус (2.7). Ако използвахме много по-толерантната точност на следата (2.8), тези диапазони щяха да бъдат много по-широки.

2.4 Гейт на Адамар

Гейтът на Адамар (1.6) може да бъде генериран от идеален резонансен $\pi/2$ импулс, който обаче е предразположен към експериментални грешки. За да конструираме композитния гейт на Адамар, ние разглеждаме и трите типа композитни последователности (2.9), (2.10) и (2.11). По-долу разглеждаме тези последователности в нарастващ порядък на компенсиране на грешката.

2.4.1 Компенсация на първи порядък на грешката

Най-кратката импулсна последователност, която може да осигури гейт на Адамар с компенсация на грешката от първи порядък, се състои от три импулса,

$$\alpha_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \alpha_{\phi_1}. \quad (2.19)$$

Стойността на импулсната площ α се дава чрез обратна sinc функция на $\sqrt{2}/\pi$, което дава $\alpha \approx 0.6399\pi$. При дадена α , можем да намерим $\phi_1 - \phi_2$. Стойностите са $\phi_1 \approx 1.8442\pi$ и $\phi_2 \approx 1.0587\pi$. Следователно, този КИ е

$$(0.6399\pi)_{1.8442\pi} \pi_{1.0587\pi} (0.6399\pi)_{1.8442\pi}. \quad (2.20)$$

В градуси имаме $115^\circ_{332^\circ} 180^\circ_{191^\circ} 115^\circ_{332^\circ}$. Тази композитна последователност е свързана с добре известния композитен импулс SCROFULOUS [38]: $115^\circ_{62^\circ} 180^\circ_{281^\circ} 115^\circ_{62^\circ}$; двете последователности могат да бъдат получени една от друга чрез добавяне на 90° към всички фази в нашата последователност.

2.4.2 Компенсация на втори порядък на грешката

Компенсацията на грешка от втори порядък се получава чрез композитна последователност от поне 4 импулса. Особено популярен е BB1 импулсът на Wimperis [37],

$$\text{BB1} = (\pi/2)_0 \pi_{\chi} (2\pi)_{3\chi} \pi_{\chi}, \quad (2.21)$$

който произвежда $SU(2)$ симетричен разделителен гейт с обща импулсна площ от 4.5π . Тук е изведена различна, асиметрична композитна последователност от 4 импулса,

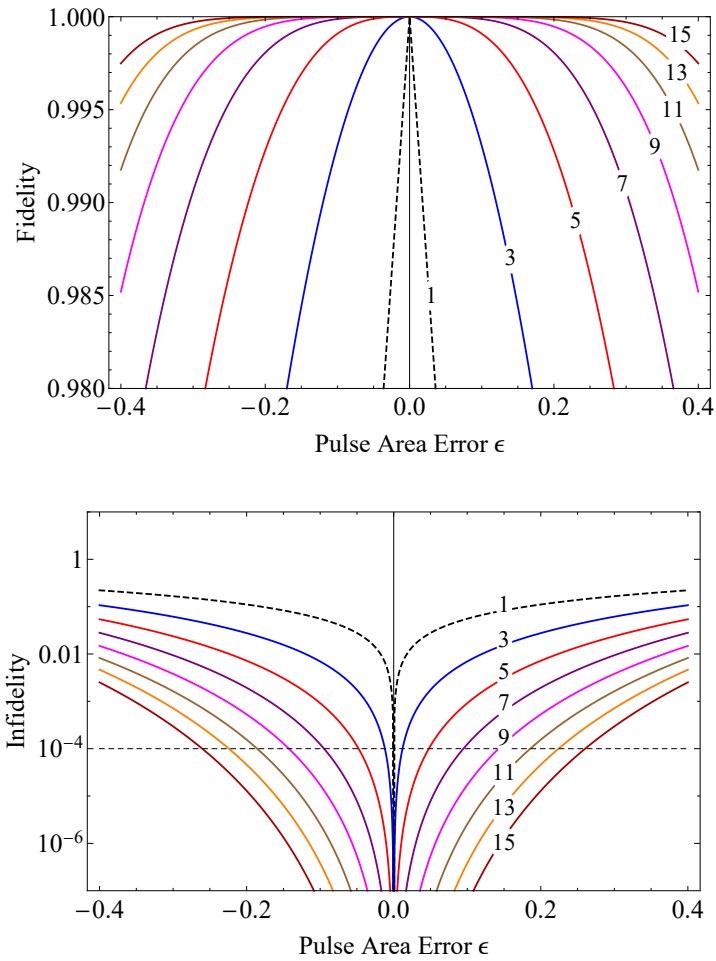
$$\text{H4a} = \alpha_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \beta_{\phi_4}, \quad (2.22)$$

където $\alpha = 0.7821\pi$, $\beta = 1.3914\pi$, $\phi_1 = 1.8226\pi$, $\phi_2 = 0.6492\pi$, $\phi_3 = 1.2131\pi$, $\phi_4 = 0.3071\pi$. Този импулс има обща площ от около 4.17π , т.е. той е по-бърз от импулса BB1. Той е точен до същия порядък $O(\epsilon^2)$ и генерира по същество същия профил като BB1.

Също така е изведен и 5-импулсен композитен гейт на Адамар, като се използва симетричната последователност

$$\text{H5s} = \alpha_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \pi_{\phi_2} \alpha_{\phi_1}, \quad (2.23)$$

с $\alpha = 0.45\pi$, $\phi_1 = 1.9494\pi$, $\phi_2 = 0.5106\pi$, $\phi_3 = 1.3179\pi$. Той обаче осигурява отново компенсация на грешки от втори порядък $O(\epsilon^2)$, с обща площ на импулса



Фигура 2.2: Разстоянието на Фробениус (отгоре) и грешката (отдолу) на композитни гейтове на Адамар, получени чрез използване на симетричните композитни последователности HN_s от Таблица 2.2 в дисертацията.

от около 3.9π . Следователно той е значително по-бърз от импулса ВВ1, с над 13%, като същевременно има подобна ефективност.

2.4.3 Компенсация на по-висок порядък на грешката

Подобно на втория порядък, компенсацията на грешка от трети порядък се получава по няколко различни начина, изискващи поне 6 импулса. 6-импулсната последователност с минимална площ на импулса от около 5.72π има вида

$$Нба = \alpha_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \pi_{\phi_4} \pi_{\phi_5} \beta_{\phi_6}, \quad (2.24)$$

с $\alpha = 0.5917\pi$, $\beta = 1.1305\pi$ и фазите, дадени в Таблица 2.2 в дисертацията. Същият порядък на коригиране на грешки се постига със симетричната последователност от седем импулса

$$H7s = \alpha_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \pi_{\phi_4} \pi_{\phi_3} \pi_{\phi_2} \alpha_{\phi_1}, \quad (2.25)$$

с $\alpha = 0.2769\pi$ и фазите, дадени в Таблица 2.2 в дисертацията. Той генерира същия профил на точност като 6-импулсната последователност, но е малко по-бърз, тъй като площта на импулса е около 5.55π . Друга композитна последователност от 7 импулса е изградена подобно на последователността ВВ1 (2.21),

$$H7w = (\pi/2)_{\pi/2} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \pi_{\phi_4} \pi_{\phi_5} \pi_{\phi_6} \pi_{\phi_7}, \quad (2.26)$$

с фазите, дадени в Таблица 2.2 в дисертацията. Той постига същата компенсация на порядъка на грешката $O(\epsilon^3)$, но с по-голяма обща импулсна площ от 6.5π в сравнение с предишните два композитни импулса.

Компенсация на грешката от четвърти порядък се получава чрез най-малко 8 импулса. 8-импулсната последователност с минимална импулсна площ от около 7.40π има вида

$$H8a = \alpha_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \pi_{\phi_4} \pi_{\phi_5} \pi_{\phi_6} \pi_{\phi_7} \beta_{\phi_8}, \quad (2.27)$$

с $\alpha = 0.4954\pi$, $\beta = 0.9028\pi$, а фазите са дадени в Таблица 2.2 в дисертацията. Същият порядък на коригиране на грешки се постига със симетричната последователност от 9 импулса

$$H9s = \alpha_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \pi_{\phi_4} \pi_{\phi_5} \pi_{\phi_4} \pi_{\phi_3} \pi_{\phi_2} \alpha_{\phi_1}, \quad (2.28)$$

с $\alpha = 0.2947$, с фазите в Таблица 2.2 в дисертацията. Общата му импулсна площ е 7.59π . Подобната на ВВ1 9-импулсна композитна последователност,

$$H9w = (\pi/2)_{\pi/2} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \pi_{\phi_4} \pi_{\phi_5} \pi_{\phi_6} \pi_{\phi_7} \pi_{\phi_8} \pi_{\phi_9}, \quad (2.29)$$

с фазите в Таблица 2.2 в дисертацията, постига същата компенсация на грешката от четвърти порядък $O(\epsilon^4)$, но с най-голямата обща импулсна площ от 8.5π в сравнение с предишните два композитни импулса.

Същият модел се повтаря за по-дългите импулсни последователности, представени в Таблица 2.2 в дисертацията: за същия порядък на компенсиране на грешката в площта на импулса, най-бързите последователности с най-малката обща импулсна площ са или асиметричният HNa , или симетричният HNs , а ВВ1-подобните последователности HNw са най-бавните.

Точността и неточността на композитните гейтове на Адамар са изобразени на Фигура 2.2. Очевидно, с увеличаването на броя на импулсите в композитните последователности, а оттам и реда на компенсираниите грешки, се увеличава точността и профилите се подобряват и стават по-широки.

2.5 Произволен ротационен гейт

2.5.1 Компенсация на първи порядък на грешката

Най-кратката импулсна последователност, която може да осигури компенсация на грешката от първи ред, както за гейтовете X и Адамар, се състои от три импулса,

$$\alpha_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \alpha_{\phi_1}. \quad (2.30)$$

Тази композитна последователност е свързана със SCROFULOUS [38], както беше споменато по-горе. Стойностите на площта на импулса и композитните фази са дадени в Таблица 2.3 в дисертацията.

2.5.2 Повече от три импулса

Последователността от 5 импулса,

$$\alpha_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \pi_{\phi_2} \alpha_{\phi_1}, \quad (2.31)$$

осигурява компенсация за грешка от втори порядък. Последователностите със 7, 9 и т.н. импулси имат същата структура и осигуряват компенсация на грешка от порядък 3, 4 и т.н. Като цяло $2n + 1$ -импулсна симетрична последователност с тази структура осигурява компенсация на грешката до порядък $O(\epsilon^n)$. За съжаление, аналитичните изрази за композитните параметри за повече от три импулса са трудни за получаване, ако изобщо е възможно. Следователно те са изведени числено и техните стойности са дадени в Таблица 2.3 в дисертацията. Точността на тези последователности се държи подобно на тези за гейтовете X и H.

2.6 Коментари и заключения

В тази Глава представихме редица композитни последователности за три основни квантови гейта — X, H и произволна ротация. Композитните последователности съдържат до 17 импулса и могат да компенсират до осем порядъка експериментал-

ни грешки в амплитудата и продължителността на импулса. Късите композитни последователности се изчисляват аналитично, а по-дългите числено.

КОМПОЗИТНИ ФАЗОВИ ГЕЙТОВЕ

3.1 Мотивация

Квантовите фазови гейтове, като Z, S и T гейтовете, са ключови елементи във всяка квантова верига [100, 102, 103]. Произволно фазово изместване на тъгъл ϕ , представляващо въртене около оста z , се изпълнява от поне два резонансни π импулса до несъществена глобална фаза (вижте уравнение (1.8)).

Фазовите гейтове могат да бъдат реализирани като последователности от π ротации. Следователно, различните техники и предложения за квантов контрол (вижте раздел 2.1 в Chapter 2), които правят ротационните гейтове устойчиви на грешки, са приложими в този контекст. Прилагането на композитни импулси за получаване на добре дефинирани фазови отмествания на двете състояния на кюбит е представено в [91]. Тук по подобен начин прилагаме композитни импулси за създаване на композитни фазови гейтове [46]. Използваме различни аналитични подходи и числови симулации, за да намерим композитни последователности за Z, S, T и общи фазови гейтове, които постигат компенсация на грешки до 8-ми порядък. Компенсирайки всички елементи в матрицата на общия фазов гейт, ние също така гарантираме, че тези композитни импулси са без фазови изкривявания.

Тази Глава е организирана по следния начин. В Глава 3.2 обясняваме метода на извеждане. Дизайнът и ефективността на фазовите гейтове са представени в Глава 3.3. Накрая, Глава 3.4 представя заключенията.

3.2 SU(2) метод

Ние задаваме стойности за нулева грешка на целевите стойности,

$$\mathcal{U}_{11}(0) = e^{-i\phi/2}, \quad \mathcal{U}_{12}(0) = 0, \quad (3.1)$$

и задаваме възможно най-много техни производни по отношение на ϵ във възходящ ред,

$$\mathcal{U}_{11}^{(m)}(0) = 0, \quad \mathcal{U}_{12}^{(m)}(0) = 0, \quad (m = 1, 2, \dots, n). \quad (3.2)$$

Най-големият порядък на производната n , удовлетворяващ уравнение (3.2), дава порядъка на компенсацията на грешката $O(\epsilon^n)$.

3.3 Широколентови композитни фазови гейтове

3.3.1 Конструирание на композитни фазови гейтове

Въз основа на числени данни, разглеждаме симетричен тип (в импулсни площи) на композитни последователности, съставени от π импулси. Всяка симетрична последователност се състои от последователност от $2n + 2$ номинални π импулси, с асиметрично подредени фази,

$$\pi_\nu \pi_{\nu+\phi_1} \pi_{\nu+\phi_2} \cdots \pi_{\nu+\phi_n} \cdot \pi_{\nu+\pi-\frac{1}{2}\phi} \pi_{\nu+\phi_1+\pi-\frac{1}{2}\phi} \pi_{\nu+\phi_2+\pi-\frac{1}{2}\phi} \cdots \pi_{\nu+\phi_n+\pi-\frac{1}{2}\phi} \quad (3.3)$$

еквивалентна на

$$\pi_{\nu+\pi+\frac{1}{2}\phi} \pi_{\nu+\phi_1+\pi+\frac{1}{2}\phi} \pi_{\nu+\phi_2+\pi+\frac{1}{2}\phi} \cdots \pi_{\nu+\phi_n+\pi+\frac{1}{2}\phi} \cdot \pi_\nu \pi_{\nu+\phi_1} \pi_{\nu+\phi_2} \cdots \pi_{\nu+\phi_n}. \quad (3.4)$$

От безкраен брой решения избираме решения от типа (3.3) и със свободен параметър $\nu = 0$, като изборът на относителни фази $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ е от съществено значение. Оттук нататък ще използваме последователността

$$\pi_0 \pi_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \cdots \pi_{\phi_n} \cdot \pi_{\pi-\frac{1}{2}\phi} \pi_{\phi_1+\pi-\frac{1}{2}\phi} \pi_{\phi_2+\pi-\frac{1}{2}\phi} \cdots \pi_{\phi_n+\pi-\frac{1}{2}\phi} \quad (3.5)$$

и други възможни решения могат да бъдат получени чрез избиране на произволен параметър ν в (3.3) или/и чрез преминаване към типа (3.4).

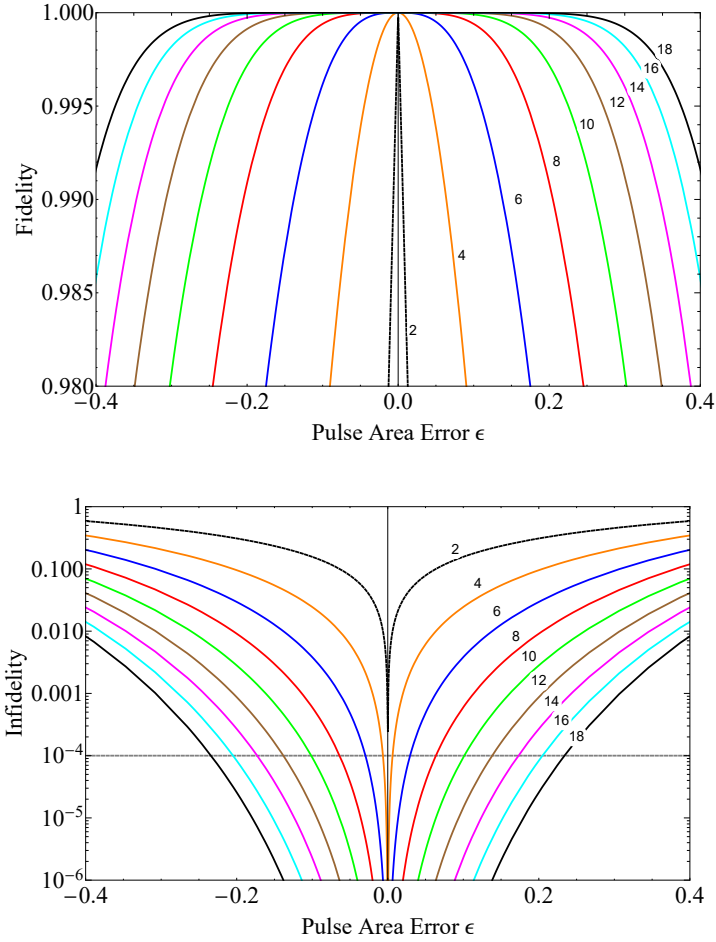
3.3.2 Произволни фазови гейтове

Както е добре известно, такъв гейт може да бъде произведен от два резонансни импулса с обща времева площ 2π (вижте (1.8) с $\nu = 0$). Точността на разстоянието на Фробениус (2.7) за гейт с изместване на фазата $\mathbf{F}(\phi)$ има вида

$$\mathcal{F} = 1 - \sqrt{2} \left| \sin \frac{\pi\epsilon}{2} \right| \left| \sin \frac{\phi}{4} \right|. \quad (3.6)$$

За сравнение, следователно точност е

$$\mathcal{F}_T = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi\epsilon}{2} \sin^2 \frac{\phi}{4}. \quad (3.7)$$



Фигура 3.1: Разстояние на Фробениус F (отгоре) и грешка (отдолу) на композитни Z гейтове. Грешката е в логаритмична скала, за да се визуализира по-добре диапазонът с висока точност (ниска грешка). Числата N на кривите се отнасят за КИ последователности ZN , изброени в Таблица 3.1 в дисертацията.

3.3.2.1 Компенсация на първи порядък на грешката

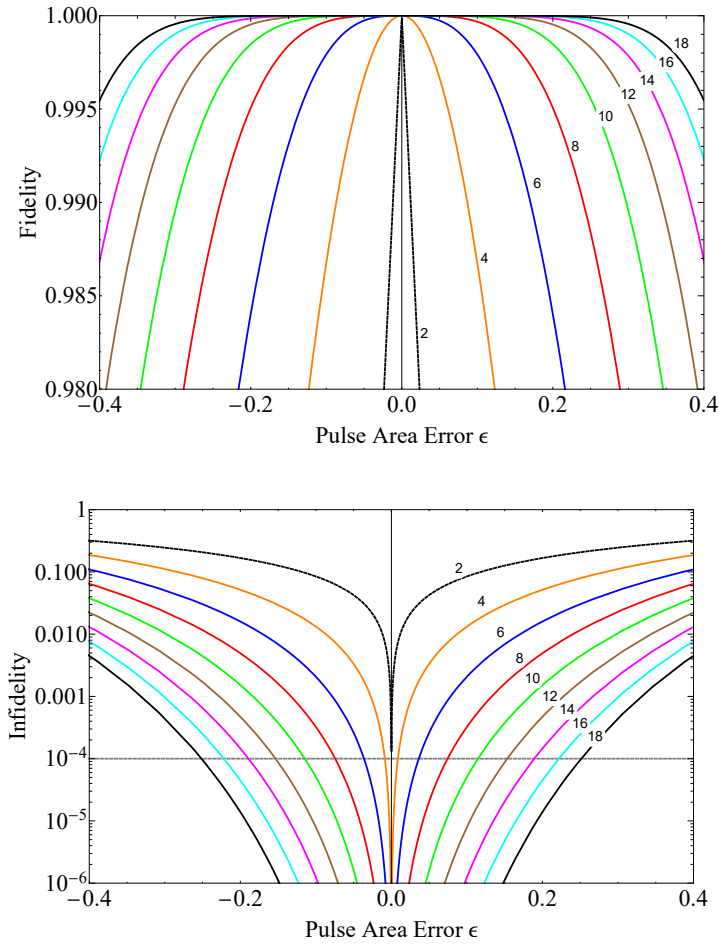
Внимателният анализ на уравнения (3.1) и (3.2) показва, че най-краткият възможен композитен импулс, който може да компенсира грешки от първи порядък (както в диагоналните, така и в недиагоналните елементи) се състои от четири импулса, всеки с импулсна площ π , и асиметрични фази, със структура

$$\pi_0 \pi_{\phi_1} \pi_{\pi - \frac{1}{2}\phi} \pi_{\phi_1 + \pi - \frac{1}{2}\phi}. \quad (3.8)$$

Решаването на уравнения (3.1) и (3.2) за първите производни дава две решения за фазите,

$$\pi_0 \pi_{-\frac{1}{4}\phi} \pi_{\pi - \frac{1}{2}\phi} \pi_{\frac{3}{4}\pi - \frac{1}{2}\phi'} \quad (3.9a)$$

$$\pi_0 \pi_{\frac{3}{4}\phi} \pi_{\pi - \frac{1}{2}\phi} \pi_{\frac{7}{4}\pi - \frac{1}{2}\phi}. \quad (3.9b)$$



Фигура 3.2: Разстояние на Фробениус F (отгоре) и неточност (отдолу) на композитни S гейтове. Грешката е в логаритмична скала, за да се визуализира по-добре диапазонът с висока точност (ниска грешка). Числата N на кривите се отнасят за композитни последователности SN , изброени в Таблица 3.2 в дисертацията.

Тези две последователности генерират един и същ пропагатор и следователно същата точност.

Точността както на Фробениусовото, така и на следовото разстояние, зависят от фазовото отместване ϕ . Интервалите на импулсната площ за четири-импулсните композитни гейтове S4 са по-големи, отколкото за четири-импулсните композитни гейтове Z4 и по-малки, отколкото за четири-импулсните композитни гейтове T4. Тази тенденция се запазва и за по-дълги последователности.

3.3.2.2 Компенсация на втори порядък на грешката

За последователности от шест π импулса става възможно да се анулират и производните от втори порядък в уравнение (3.2). Дизайнът на тази асиметрична последователност прави възможно извеждането на аналитични решения

$$\pi_{\phi_0} \pi_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_0 + \pi - \frac{1}{2}\phi} \pi_{\phi_1 + \pi - \frac{1}{2}\phi} \pi_{\phi_2 + \pi - \frac{1}{2}\phi} \quad (3.10)$$

Внимателният анализ на този тип последователности показва, че те могат да бъдат записани в компактна форма като

$$\pi_{\chi}(2\pi)_0 \pi_{\chi + \pi - \frac{1}{2}\phi} (2\pi)_{\pi - \frac{1}{2}\phi'} \quad (3.11a)$$

$$\pi_{\pi + \frac{1}{2}\phi - \chi} (2\pi)_0 \pi_{-\chi} (2\pi)_{\pi - \frac{1}{2}\phi'} \quad (3.11б)$$

$$(2\pi)_0 \pi_{\pi - \frac{1}{2}\phi + \chi} (2\pi)_{\pi - \frac{1}{2}\phi} \pi_{-\phi + \chi}, \quad (3.11в)$$

$$(2\pi)_0 \pi_{-\chi} (2\pi)_{\pi - \frac{1}{2}\phi} \pi_{-\chi + \pi - \frac{1}{2}\phi'} \quad (3.11г)$$

where $\chi = \frac{1}{4}\phi + \arcsin\left(\frac{1}{2} \sin\left(\frac{1}{4}\phi\right)\right)$.

3.3.2.3 Компенсация на трети порядък на грешката

Нулирането на производните от трети порядък в уравнение (3.2) изисква осем π импулса. Тук, за разлика от ротационните гейтове, композитните фазови гейтове с осем импулса

$$\pi_{\phi_0} \pi_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \pi_{\phi_0 + \pi - \frac{1}{2}\phi} \pi_{\phi_1 + \pi - \frac{1}{2}\phi} \pi_{\phi_2 + \pi - \frac{1}{2}\phi} \pi_{\phi_3 + \pi - \frac{1}{2}\phi} \quad (3.12)$$

могат да се опростят, давайки аналитични решения. Внимателният анализ на този тип последователности показва, че те могат да бъдат записани в компактна форма като

$$\pi_{\chi}(2\pi)_0 \pi_{\chi + \pi - \frac{1}{4}\phi} \pi_{\chi + \pi - \frac{1}{2}\phi} (2\pi)_{\pi - \frac{1}{2}\phi} \pi_{\chi - \frac{3}{4}\phi'} \quad (3.13a)$$

$$\pi_{-\chi + \pi + \frac{1}{4}\phi} (2\pi)_0 \pi_{-\chi} \pi_{-\chi - \frac{1}{4}\phi} (2\pi)_{\pi - \frac{1}{2}\phi} \pi_{-\chi + \pi - \frac{1}{2}\phi'} \quad (3.13б)$$

$$(2\pi)_0 \pi_{\chi + \pi - \frac{1}{4}\phi} \pi_{\chi + \pi - \frac{1}{2}\phi} (2\pi)_{\pi - \frac{1}{2}\phi} \pi_{\chi - \frac{3}{4}\phi} \pi_{\chi - \phi}, \quad (3.13в)$$

$$(2\pi)_0 \pi_{-\chi} \pi_{-\chi - \frac{1}{4}\phi} (2\pi)_{\pi - \frac{1}{2}\phi} \pi_{-\chi + \pi - \frac{1}{2}\phi} \pi_{-\chi + \pi - \frac{3}{4}\phi'} \quad (3.13г)$$

$$\pi_{\chi + \frac{1}{4}\phi} \pi_{\chi} (2\pi)_0 \pi_{\chi + \pi - \frac{1}{4}\phi} \pi_{\chi + \pi - \frac{1}{2}\phi} (2\pi)_{\pi - \frac{1}{2}\phi'} \quad (3.13д)$$

$$\pi_{-\chi + \pi + \frac{1}{2}\phi} \pi_{-\chi + \pi + \frac{1}{4}\phi} (2\pi)_0 \pi_{-\chi} \pi_{-\chi - \frac{1}{4}\phi} (2\pi)_{\pi - \frac{1}{2}\phi'} \quad (3.13e)$$

където $\chi = \frac{1}{8}\phi + \arcsin\left(\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\phi}{8}\right)\right)$.

3.3.2.4 Компенсация на по-висок порядък на грешката

За композитни последователности от повече от осем π импулса, уравненията за композитните фази бързо стават много обемисти и невъзможни за аналитично решение. Общата форма за тези последователности се дава с формула (3.5).

Те повтарят модела на последователностите от четири, шест и осем импулса по-горе: композитните последователности от $2n + 2$ импулси имат обща импулсна площ от $(2n + 2)\pi$, като всички импулси в последователността са номинални π импулси. Последователности от $2n + 2$ импулси реализират компенсация на грешки от порядъка на $O(\epsilon^n)$ и профили на точност

$$\mathcal{F} \cong 1 - \sqrt{2} \left| \sin^{n+1} \frac{\pi\epsilon}{2} \right| \left| \sin \frac{\phi}{4} \right|, \quad (3.14a)$$

$$\mathcal{F}_T \cong 1 - 2 \sin^{2n+2} \frac{\pi\epsilon}{2} \sin^2 \frac{\phi}{4}, \quad (3.14b)$$

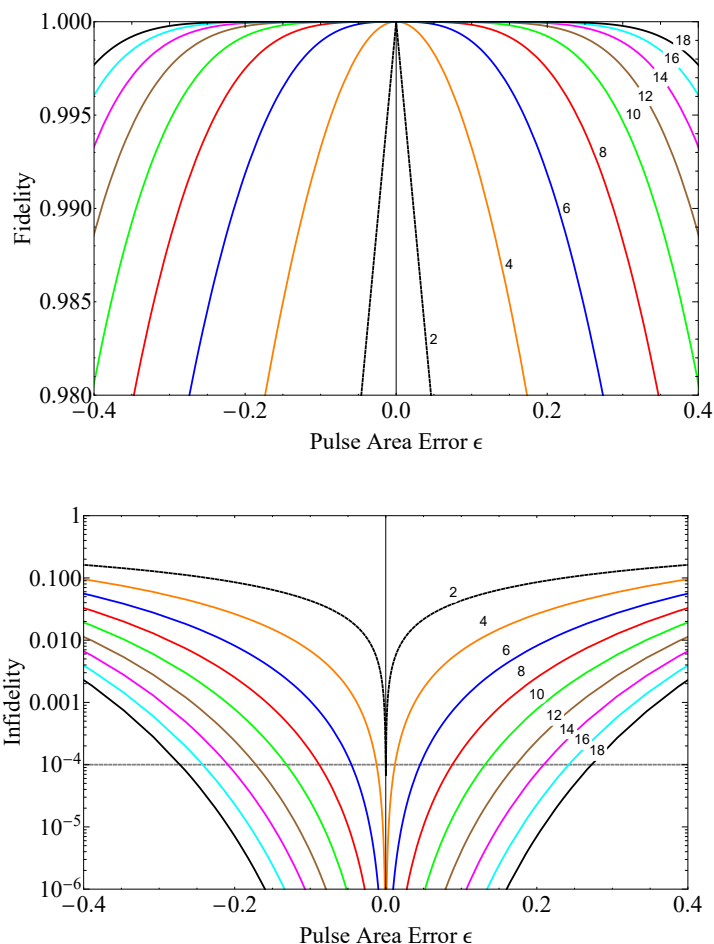
където мерките за точност са чувствителни към избора на композитните фази и са приблизително равни на техните точни стойности.

Композитните фази на този тип последователности от четен брой импулси са изведени числено. Те са представени в таблици 3.1, 3.2 и 3.3 от дисертацията съответно за Z, S и T гейтове. Точността на тези композитни Z, S и T гейтове са изобразени съответно на фигури 3.1, 3.2 и 3.3.

Може да се види от таблиците и фигурите, че два импулса имат много малко място за грешка, тъй като високопрецизните Z, S и T гейтове позволяват грешки в площта на импулса от по-малко от 0.01%, около 0.01%, около 0.02%, съответно. Четири-импулсният композитен фазов гейт предлага известна свобода на действие с допустимата грешка от 0.6%, 0.9% и 1.2% за Z, S и T гейтовете. Значителният ефект на коригиране на грешката в площта на импулса се постига с последователностите от 6 до 10 импулса, за които обхватът с висока точност на допустимите грешки се увеличава от 3% до 10.1% за Z, от 3.6% до 11.5% за S и от 4.5% до 13.1% за T. Трябва да се отбележи, че грешки до 23.4%, 25.1% и 27.1% могат да бъдат елиминирани за Z, S и T гейтовете и да се поддържа свръхвисока прецизност с 18-импулсният композитен фазов гейт. Таблица 3.4 в дисертацията представя композитните импулсни параметри на общи фазови гейтове за различни фазови ъгли.

3.4 Коментари и заключения

В тази Глава представихме редица композитни последователности за четири основни квантови гейта — Z, S, T и произволен фазов гейт. Последователностите



Фигура 3.3: Разстояние на Фробениус F (отгоре) и грешка (отдолу) на композитни Т гейтове. Грешката е в логаритмична скала, за да се визуализира по-добре диапазонът с висока точност (ниска грешка). Числата N на кривите се отнасят за композитни последователности TN , изброени в Таблица 3.3 в дисертацията.

съдържат до 18 импулса и могат да компенсират до осем порядъка експериментални грешки в амплитудата и продължителността на импулса. Късите композитни последователности (до 8 импулса) се изчисляват аналитично, а по-дългите - числено.

Подобен клас от асиметрични композитни последователности за фазови гейтове е изведен в [91], където те са изградени от θ ротационни гейтове, имащи два пъти по-голяма обща импулсна площ (подобно на подхода на гнездене). Поради тази причина композитни импулси с 4, 8, 12 и 16 импулса липсват, но такива с 6, 10, 14 и 18 импулса са дадени чрез проста аналитична формула (което ги прави по-удобни за прилагане) и имат ефективност, равна на композитните гейтове, показани в тази Глава. Това не се отнася за композитни фазови гейтове [91], конструирани от универсалните композитни импулси [77].

Освен всичко друго, резултатите, представени в тази Глава, могат да бъдат приложени в поляризационната оптика за получаване на ширококолентови поляриза-

ционни ротатори, използващи подредени единични поляризационни полувълнови плочи с оптични оси, завъртени на точно избрани ъгли на въртене (компози́тните фази). Това може да се направи благодарение на квантово-класическата аналогия на компози́тните ротации върху сферите на Блох и Поанкаре (вж. Гл. 6.2). По този начин ние демонстрираме възможността за проектиране на широколен-тови поляризационни ротатори с $\pi/2$, $\pi/4$, $\pi/8$ и произволни ъгли на фазово изместване, с до 18 компози́тни последователности.

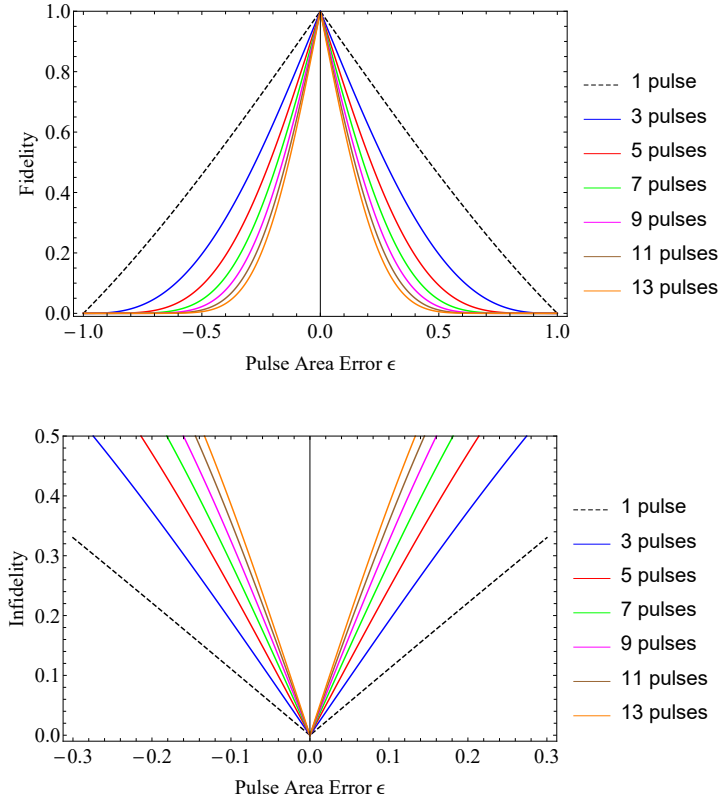
ТЯСНОЛЕНТОВИ И ПРОПУСКАТЕЛНИ КОМПОЗИТНИ ИМПУЛСИ

4.1 Мотивация

Въпреки че композитните идеи първо са били използвани в поляризационната оптика [1, 2], името, класификацията и развитието на техниката принадлежи към областта на ЯМР [37, 40, 41, 69, 70, 73, 104, 105]. Като ефективна и гъвкава техника за управление, композитните импулси могат лесно да се адаптират към различни изисквания. Тази характеристика се проявява в широк спектър от приложения както в квантовата, така и в класическата физика — контрол на кубита в уловени йони [11–15, 17, 18], неутрални атоми [19], легирани твърди тела [20, 21], NV центрове в диамант [29, 106], квантови точки [23–26], високоточни оптични часовници [30], атомна интерферометрия [31–33], оптично плътни атомни ансамбли [34], магнитометрия [35], оптомеханика [36], Джоузефсонови съединения [107], магнитно резонансно изображение (МРИ) [108], ЯМР квантово изчисление [109], генериране на заплитане [106], телепортация [11, 110, 111], молекулярна спектроскопия [112] и др. Особено оригинална е възможността за прилагане на дълбока невронна мрежа за проектиране на композитни импулси [113].

Композитните импулси с постоянно въртене са независими от първоначалното състояние и не позволяват изкривявания на фазата на цялостния пропагатор по оста на въртене в широк диапазон на грешки. Обединени с една дума, те са „универсални“ върху цялата сфера на Блох, което например ги прави приложения за квантовите изчисления [45]. В ЯМР и МРИ постоянните ротации често се използват в усъвършенствани, чувствителни към фазата (изискват фазов цикъл) двуизмерни експерименти, като COZY [114] и TOCSY, което предоставя мощен инструмент за определяне на химическата структура на молекулите.

В тази Глава представяме няколко нови класове тяснолентови композитни импулси за постоянна ротация и такива с лента на пропускане (които наричаме пропускателни). Тази Глава е организирана по следния начин. В Глава 4.2 обясняваме методите за извеждане. Композитните X гейтове са представени в Гла-

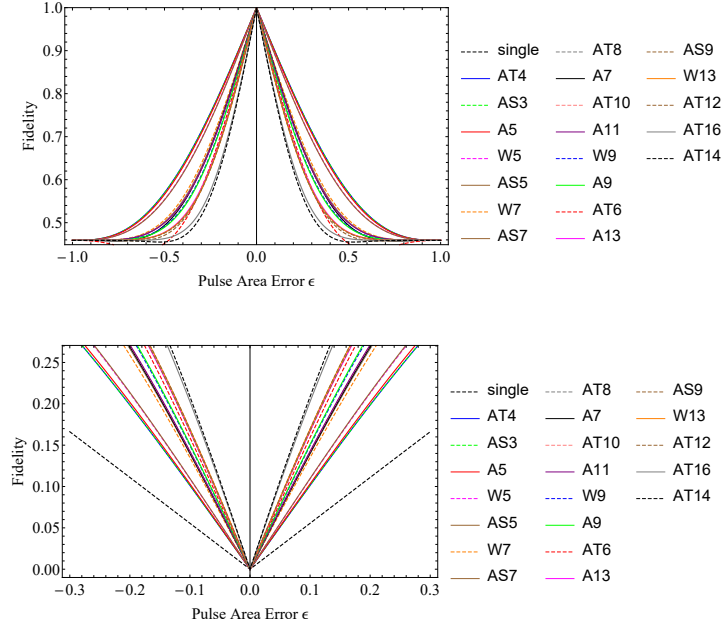


Фигура 4.1: Разстояние на Фробениус (отгоре) и грешка (отдолу) на композитни X гейтове, генерирани от антисиметричните композитни последователности AN -m, конструирани чрез метода на регуляризация от Таблица 4.2 в дисертацията.

ва 4.3, докато композитните гейтове на Адамар в Глава 4.4. Глава 4.5 е посветена на общите ротационни гейтове. Последните три глави са разделени на две части, представящи тяснолентови и пропускателни ротации. Накрая, Глава 4.6 представя заключенията.

4.2 Методи за извеждане

Разглеждаме пропагатора (1.2) със $SU(2)$ симетрия, където A представлява темпоралната площ на импулса $A = \int_{t_i}^{t_f} \Omega(t) dt$ в квантовата оптика, ширината на импулса или амплитудата θ в ЯМР и фазовото изместване $\varphi = 2\pi L(n_f - n_s)/\lambda$ [115] в поляризационната оптика. Без да губим общността на проблема, ще използваме терминологията на квантовата оптика.



Фигура 4.2: Разстояние на Фробениус (отгоре) и грешка (отдолу) на композитни тясно-лентови гейтове на Адамар, генерирани от четирите семейства композитни последователности от Таблица 4.3 в дисертацията.

4.2.1 Тяснолентови композитни импулси

4.2.1.1 SU(2) метод

Тук задаваме възможно най-много производни на матричните елементи по отношение на ϵ при ± 1 , във възходящ ред,

$$\mathcal{U}_{11}^{(m)}(\pm) = 0, \quad \mathcal{U}_{12}^{(m)}(\pm) = 0, \quad (m = 1, 2, \dots, n_s). \quad (4.1)$$

Извеждането на тяснолентови композитни импулси изисква решението на уравнения (2.4) и (4.1). Ние правим това числено, като използваме стандартни процедури в Mathematica: минимизираме следната функция за загуба или грешка на оптимизация

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + \sum_{k=1}^{n_s} \left[|\mathcal{U}_{11}^{(k)}(-)|^2 + |\mathcal{U}_{11}^{(k)}(+)|^2 + |\mathcal{U}_{12}^{(k)}(-)|^2 + |\mathcal{U}_{12}^{(k)}(+)|^2 \right], \quad (4.2)$$

където първоначалното условие (желаният гейт) се реализира от $\mathcal{E}_0 = |\mathcal{U}_{11}(0) - \cos \theta/2|^2 + |\mathcal{U}_{12}(0) - \sin \theta/2|^2$, а n_s е порядъкът на стеснение на профила или чувствителност.

4.2.1.2 Модифициран SU(2) метод

Елементите на SU(2) матрицата са свързани с равенството $|\mathcal{U}_{11}(\epsilon)|^2 + |\mathcal{U}_{21}(\epsilon)|^2 = 1$. Поради тази зависимост, оптимизирането на едното директно ще стесни другото. За да осигурим стабилност на фазата на постоянно въртене, оптимизираме недиагоналния елемент. И така, функцията на загубите е следната

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + \sum_{k=1}^{2n_s} \left[|\mathcal{U}_{12}^{(k)}(-)|^2 + |\mathcal{U}_{12}^{(k)}(+)|^2 \right]. \quad (4.3)$$

Модифицираният SU(2) подход работи за X гейт или π ротации и дава по-добри резултати, отколкото при използване на SU(2). Броят на производните, оптимизирани и от двата метода, е равен, но чрез този метод недиагоналният елемент (на действителната матрица на гейта) $\mathcal{U}_{21}(\epsilon)$ се оптимизира от порядъка на $2n_s$, два пъти порядъка на чувствителност.

4.2.2 Композитни импулси с лента на пропускане

4.2.2.1 SU(2) метод

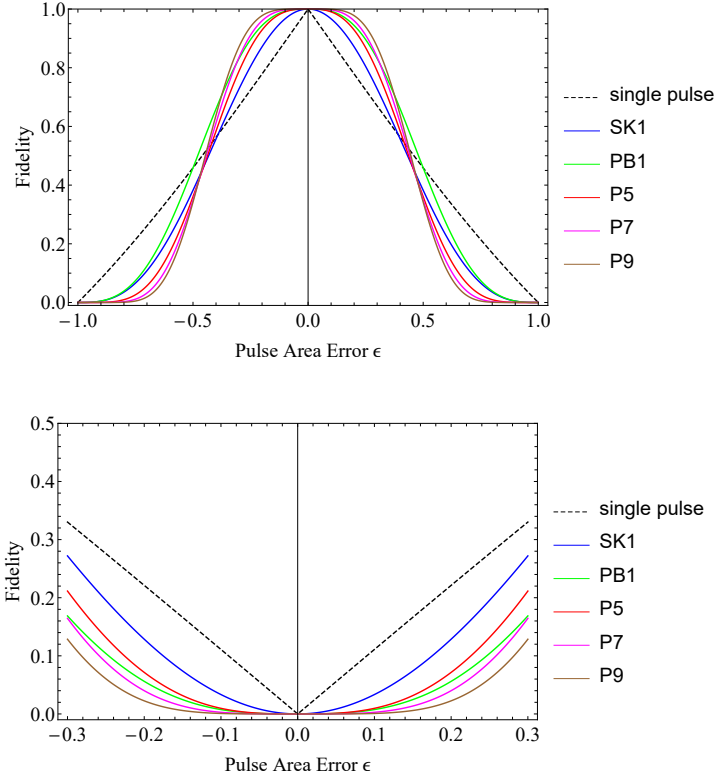
Както вече беше споменато, тези композитни импулси имат свойствата както на широколентовите, така и на тяснолентовите композитни импулси. В допълнение към свойството тяснолентов (4.1) добавяме свойството широколентов:

$$\mathcal{U}_{11}^{(k)}(0) = 0, \quad \mathcal{U}_{12}^{(k)}(0) = 0, \quad (k = 1, 2, \dots, n_r), \quad (4.4a)$$

$$\mathcal{U}_{11}^{(m)}(\pm) = 0, \quad \mathcal{U}_{12}^{(m)}(\pm) = 0, \quad (m = 1, 2, \dots, n_s). \quad (4.4b)$$

Сега, в допълнение към реда на чувствителност n_s в уравнение (4.4b), ние също имаме n_r , който е най-големият ред на производната, удовлетворяващ уравнение (4.4a) и дава порядъка на устойчивост $O(\epsilon^{n_r})$. Импулсна последователност с всяка комбинация от n_s и n_r , и двете по-големи от 1, генерира лента на пропускане. Следователно, ние изследваме два вида композитни импулси с пропускателни ленти, а именно

- *pari passu* композитни импулси с лента на пропускане, за която редовете на устойчивост и чувствителност са равни и определят порядъка на лентата на пропускане $n_p = n_r = n_s$;
- *diversis passuum* композитни импулси с лента на пропускане, за която едно от горните свойства е по-добро от другото $n_r \neq n_s$.



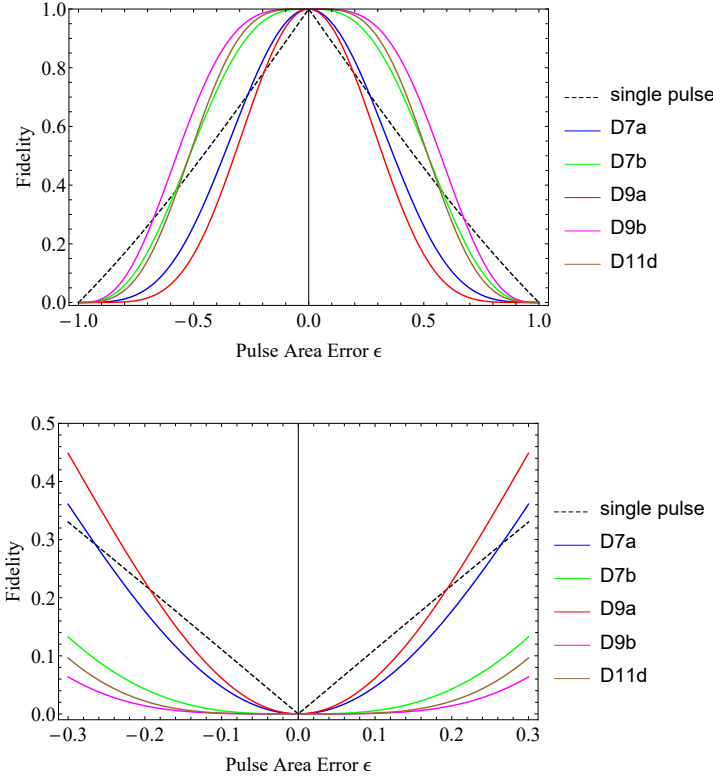
Фигура 4.3: Разстояние на Фробениус (отгоре) и грешка (отдолу) на пропускателни композитни X гейтове, генерирани от PN (pari passu) последователности от Таблица 4.4 в дисертацията.

Извеждането на композитни импулси с пропускателна лента изисква решението на уравнения (2.4) и (4.4). Това е направено числено, като използваме стандартни процедури в Mathematica: минимизираме следната функция на загуба на оптимизация

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + \sum_{k=1}^{n_r} \left[|\mathcal{U}_{11}^{(k)}(0)|^2 + |\mathcal{U}_{12}^{(k)}(0)|^2 \right] + \\ + \sum_{k=1}^{n_s} \left[|\mathcal{U}_{11}^{(k)}(-)|^2 + |\mathcal{U}_{11}^{(k)}(+)|^2 + |\mathcal{U}_{12}^{(k)}(-)|^2 + |\mathcal{U}_{12}^{(k)}(+)|^2 \right]. \end{aligned} \quad (4.5)$$

4.2.2.2 Метод на регуляризацията

Резултатите, получени чрез SU(2) метода на извеждане, освен SK1 и PB1, имат вълни по краищата, което редуцира точността. Методът на оптимизация, алтер-



Фигура 4.4: Разстояние на Фробениус (отгоре) и грешка (отдолу) на пропускателни композитни X гейтове, генерирани от DN (diversis passuum) последователности от Таблица 4.6 в дисертацията.

натива на $SU(2)$, който е по-гъвкав и дава по-добри резултати, е методът на регуляризация. При него се минимизира следната функция на загубите:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + \sum_{k=1}^{2n_p} & \left[|\mathcal{F}_T^{(k)}(0)|^2 + |\mathcal{F}_T^{(k)}(-)|^2 + |\mathcal{F}_T^{(k)}(+)|^2 \right] + \\
 & + \lambda \left[|\mathcal{U}'_{11}(0)|^2 + |\mathcal{U}'_{12}(0)|^2 + |\mathcal{U}'_{11}(+)|^2 + \right. \\
 & \left. + |\mathcal{U}'_{11}(-)|^2 + |\mathcal{U}'_{12}(+)|^2 + |\mathcal{U}'_{12}(-)|^2 \right], \tag{4.6}
 \end{aligned}$$

където се оптимизират $2n_p$ порядъка на стеснение/уширение на следовата точност на $SU(2)$. Това е еквивалентно на оптимизирането на $SU(2)$ матрични елементи от порядъка на n_p (два пъти по-малко). Регулаторът $\lambda \neq 0$ ограничава резултата да бъде постоянно въртене и без ненужни осцилации. В нашата оптимизация се приема $\lambda = 1$.

4.2.3 Мерки за ефективност

Тъй като разглеждаме постоянни ротации, точността не може да бъде отрицателна, докато това може да бъде случаят за композитни импулси, осцилиращи на

дъното, т.е. като NB2 и PB2. Тъй като нямаме промени или колебания на точността, минимумът на точността е в нейните граници $\epsilon = \pm 1$ и зависи от параметъра θ

$$[\mathcal{F}_T(\theta)]_{min} = [\mathcal{F}_T(\theta)]_{\epsilon=\pm 1} = \cos \frac{\theta}{2}, \quad (4.7a)$$

$$[\mathcal{F}(\theta)]_{min} = [\mathcal{F}(\theta)]_{\epsilon=\pm 1} = 1 - \sqrt{1 - \cos \frac{\theta}{2}}. \quad (4.7b)$$

Използваме мярката $\Delta(\alpha_0) = |\epsilon(\mathcal{F} = \alpha_0)| - |\epsilon(\mathcal{F} = 1 - \alpha_0)|$ за правоъгълността на лентата на пропускане. В нашия случай за ротационни гейтове избираме $\alpha_0 = 10^{-4}$, което съответства на бенчмарка за квантово изчисление, и мярка за правоъгълност $\Delta \stackrel{\Delta}{=} \Delta(10^{-4})$ е разликата между абсолютните грешки при UL- (ултраниска) и UH-точност (ултрависока). Тъй като коефициентът на наклона, който е апроксимиран с права линия $\tan \beta_0 \simeq \frac{\Delta \mathcal{F}}{\Delta(\alpha_0)} = \frac{1-2\alpha_0}{\Delta(\alpha_0)}$, е обратно пропорционален на Δ , то, колкото по-малко е Δ , толкова по-висока е правоъгълността на профила.

4.3 X гейт

4.3.1 Тяснолентов X гейт

Задаваме два подходящи дизайна на композитни импулси — антисиметрични AN и Wimperis-вид WN, и двата са последователности от π импулси. За чисти π композитни ротации ($\phi = 0$), AN има следната структура:

$$\pi_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \cdots \pi_{\phi_{n_s}} \pi_{\phi_{n_s+1}} \pi_{-\phi_{n_s}} \cdots \pi_{-\phi_3} \pi_{-\phi_2}, \quad (4.8)$$

и се състои от нечетен брой π импулси, които освен средния, имат фази с еднаква абсолютна стойност, но с противоположни знаци при проследяване отляво надясно и отдясно наляво. За X гейта ($\phi = \pi/2$), $\pi/2$ се добавя към всички фази със знаци минус и плюс $\pm \phi_k \rightarrow \pm \phi_k + \pi/2$.

За π композитни ротации ($\phi = 0$), WN дизайнът изглежда така:

$$\pi_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \cdots \pi_{\phi_{n_s+1}} \pi_{\phi_{n_s+1}} \cdots \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_1}, \quad (4.9)$$

и се състои от нечетен брой π импулси, където освен първия импулс, втората половина на структурата е огледален образ на първата половина, т.е. във втората половина фазите са написани в обратна посока. За X гейта ($\phi = \pi/2$), $\pi/2$ се добавя към всички фази $\phi_k \rightarrow \phi_k + \pi/2$.

Най-ниският член на WN е добре познатият импулс NB1 на Wimperis (W5), откъдето идва и името на този дизайн. Композитни импулси AN и WN за X гейт, получени чрез подход $SU(2)$, са изброени в Таблица 4.1 в дисертацията. Любопитно е, че за X гейт или π ротация модифицираният $SU(2)$ подход подобрява резултатите, получени чрез $SU(2)$ метода. Изведени са до 13-импулсни композитни последователности по този метод, наречен AN -m, които имат същия антисиметричен дизайн като AN .

4.3.2 X гейт с лента на пропускане

4.3.2.1 *Pari passu*

Трудността при извеждане на ротационните гейтове с лента на пропускане с $SU(2)$ метода се проявява в появата на вариации в точността. Този проблем може да бъде решен чрез използване на метода за регуляризиране, вместо стриктния $SU(2)$ метод. Въпреки това беше възможно да се изведат SK1 и PB1 съответно като *pari passu* композитни импулси от първи и втори порядък (за по-дълги последователности възникват вариации). И при двата метода дизайнът на *pari passu* импулсите с лента на пропускане е един и същ,

$$\pi_{\phi_1}(2\pi)_{\phi_2}(2\pi)_{\phi_3} \cdots (2\pi)_{\phi_N}. \quad (4.10)$$

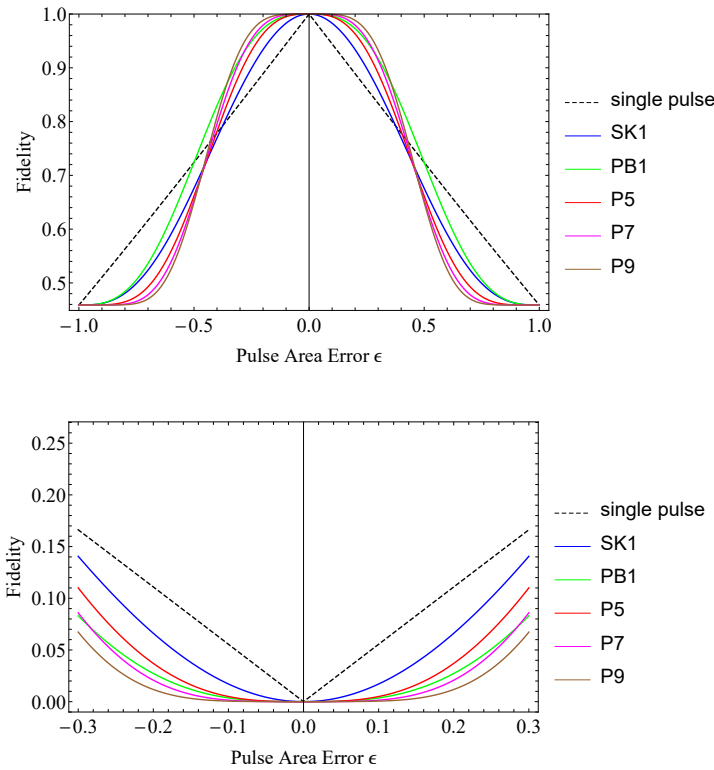
Последователностите, получени чрез метода на регуляризация PN за X gate, са изброени в Таблица 4.4 в дисертацията. Увеличавайки броя на импулсите, мерките за ефективност, а именно чувствителността, здравината и правоъгълността, се подобряват систематично.

4.3.2.2 *Diversis passuum*

Хетерогенното оптимизиране на широколентови и тяснолентови свойства генерира друг тип импулси с лента на пропускане, наречени *diversis passuum*, които могат да бъдат получени с помощта на метода $SU(2)$, означени като DN :

$$\pi_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \cdots \pi_{\phi_N}, \quad (4.11)$$

които нямат специален дизайн като цяло, въпреки че за най-ниските членове D7a и D7b фазите имат проста структура (виж Таблица 4.6 в дисертацията).



Фигура 4.5: Разстояние на Фробениус (отгоре) и грешка (отдолу) на гейтовете на Адамар с композитна лента на пропускане, произведени от PN (*pari passu*) последователности от Таблица 4.5 в дисертацията.

4.4 Гейт на Адамар

4.4.1 Тяснолентов N гейт

За оптимизиране на произволни ротации използваме метода $SU(2)$. Четири дизайна могат да бъдат използвани за извеждане на тяснолентов гейт на Адамар — антисиметричен 1-ви тип и 2-ри тип, вид *Wimperis* и асиметричен, чиято обща структура е подробно представена в [Sec. 4.5.1](#). Съответните членове на тези четири семейства са показани в [Таблица 4.3](#) в дисертацията и [Фигура 4.2](#).

4.4.2 N гейт с лента на пропускане

Pari passu композитни импулси с лента на пропускане PN за гейт на Адамар има структурата, представена в [Глава 4.5.2](#) и са показани в [Таблица 4.5](#) в дисертацията. *Diversis passuum* композитни импулси с лента на пропускане DN за гейт на Адамар имат структурата, представена в [Глава 4.5.2](#) и са показани в [Таблица 4.7](#) в дисертацията.

4.5 Произволен ротационен гейт

4.5.1 Тяснолентов ротационен гейт

Обобщението на AN , т.е. антисиметрични последователности от 1-ви тип, има следната структура като цяло, представена чрез параметър θ :

$$\left(\frac{\pi - \theta}{2}\right)_{\phi_0} \pi_{\phi_1} \cdots \pi_{\phi_{n_s}} \pi_{\phi_{n_s+1}} \pi_{-\phi_{n_s}} \cdots \pi_{-\phi_1} \left(\frac{\pi - \theta}{2}\right)_{-\phi_0}. \quad (4.12)$$

Когато разглеждаме общи ротационни гейтове ($\phi = \pi/2$), както обикновено, тази фазова промяна с $\pi/2$ трябва да се направи за всички компоненти в структурата. За завъртания без π броят на импулсите е $N = 2n_s + 3$, където n_s е порядъкът на чувствителността. В случай на π ротации ($\theta = \pi$) преминаваме към уравнение (4.8), където отпадат първият и последният импулс (които са нулеви ротации), следователно ϕ_0 и броят на съставните импулси става $N = 2n_s + 1$. Общата формула за броя на импулсите и общото време могат да бъдат представени с помощта на стъпкова функция $\sigma(\theta)$,

$$N(\theta) = 2n_s + 1 + 2\sigma(\theta), \quad (4.13a)$$

$$\mathcal{A}_{tot}(\theta) = N(\theta)\pi - 2\theta, \quad (4.13b)$$

$$\sigma(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{ако } \theta \in (0, \pi), \\ 0 & \text{ако } \theta = \pi. \end{cases} \quad (4.13v)$$

Като алтернатива може да се използва вторият тип антисиметричен дизайн ATN

$$\alpha_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \cdots \pi_{\phi_{n_s+1}} \pi_{-\phi_{n_s+1}} \cdots \pi_{-\phi_2} \alpha_{-\phi_1}, \quad (4.14)$$

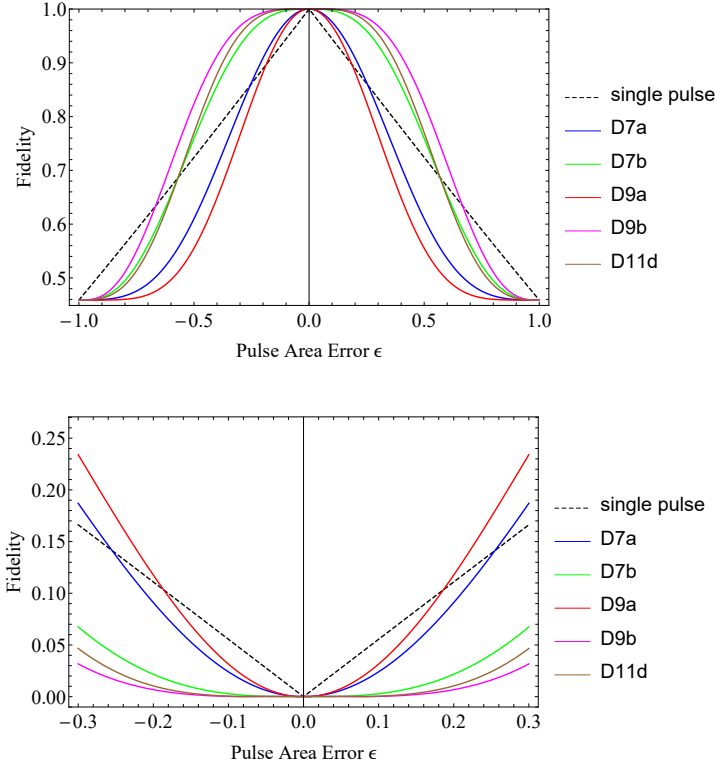
където към цялата фазова структура се добавя $\pi/2$, за да се получи произволен ротационен гейт.

Две асиметрични последователности също са полезни за общи ротационни гейтове, тип *Wimperis* и просто асиметрични. WN дизайн от типа на *Wimperis*, написан за $\phi = 0$, е

$$\theta_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \cdots \pi_{\phi_{2n_s+1}}. \quad (4.15)$$

Тъй като последователността от π импулси извършва процеса на оптимизация и създава стабилен дизайн, най-ефективният асиметричен импулс може да има следния дизайн

$$\alpha_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \cdots \pi_{\phi_{2n_s-1}} \pi_{\phi_{2n_s}} \beta_{\phi_{2n_s+1}}, \quad (4.16)$$



Фигура 4.6: Разстояние на Фробениус (отгоре) и грешка (отдолу) на композитни гейтове на Адамар с пропускаща лента, произведени от DN (*diversis passuum*) последователности от Таблица 4.7 в дисертацията.

означен като ASN. Понякога е възможно да се намери най-добрият компромис в скоростта и точността чрез тези последователности. Добър пример е AS9 в Таблица 4.3 в дисертацията.

4.5.2 Ротационен гейт с лента на пропускане

Гейтовете за въртене с лента на пропускане PN имат следния дизайн ($\phi = \pi/2$ трябва да се добави към всички фази)

$$\theta_{\phi_1}(2\pi)_{\phi_2}(2\pi)_{\phi_3} \cdots (2\pi)_{\phi_{2np+1}}, \quad (4.17)$$

който може да се разглежда като обобщение на SK1:

$$\theta_0(2\pi)_{\chi}(2\pi)_{-\chi}, \quad (4.18)$$

където $\chi = \arccos\left(-\frac{\theta}{4\pi}\right)$, и PB1:

$$\theta_0(2\pi)_{\chi}(2\pi)_{-\chi}(2\pi)_{-\chi}(2\pi)_{\chi}, \quad (4.19)$$

където $\chi = \arccos\left(-\frac{\theta}{8\pi}\right)$.

Гейтовете за въртене с пропускаща лента *diversis passuum DN* имат дизайн, подобен на (4.15):

$$\theta_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \cdots \pi_{\phi_{2(n_r+n_s)+1}}, \quad (4.20)$$

но тук броят на импулсите е равен на $N = 2(n_r + n_s) + 1$.

4.6 Заключение

В тази Глава бяха представени композитни импулси, които произвеждат тяснолентови и пропускателни ротационни еднокюбитни гейтове, а именно — X, Адамар и произволни ротационни гейтове. Използвани бяха три вида методи за оптимизация — $SU(2)$, модифициран $SU(2)$ и регуляризация. Антисиметричният импулс A5-m превъзхожда добре познатия NB1 — ширината на A5-m е около 42.8%, което е по-тясно от ширината 49.4% на NB1 от цялата честотна лента.

Предложени са два вида композитни импулси с ленти за пропускане — *pari passu PN*, с различен порядък на лентите на пропускане, и *diversis passuum DN*, с различни порядъци на чувствителност и устойчивост.

Резултатите в тази Глава могат да бъдат полезни в приложения като пространствена локализация в *in vivo* ЯМР спектроскопия, селективно и локално пространствено адресиране на уловени йони или атоми в оптични решетки чрез силно фокусирани лазери в квантовата информатика, тяснолентови поляризационни филтри и поляризационни забавители на лентата на пропускане в поляризационната оптика.

КОМПОЗИТНО УЛТРАСЛАБО ВЪЗБУЖДАНЕ

5.1 Мотивация

В почти всички приложения на квантовия контрол фокусът е или върху пълна инверсия на заселеността (известна като X gate в квантовата информатика) или полувъзбуждане (известно като гейт на Адамар или \sqrt{X} gate в квантовата информация). Те се генерират най-често чрез резонансно възбуждане от π и $\pi/2$ импулси, но се използват и адиабатни и композитни методи. Тези методи имат различни предимства и недостатъци. Например, резонансното възбуждане е най-бързият метод и е много точен, ако стойностите на параметрите са много точни [116, 117], но е чувствителен към вариациите на параметрите. Адиабатните методи [49, 59] са устойчиви на експериментални грешки, но са бавни и е трудно да се постигне висока точност с тях. (Това може да се коригира от подхода „пряк път към адиабатичност“ [118], но той идва с необходимостта от точно оформяне на импулса или допълнителни полета.) Композитните импулси — поредици от импулси с добре дефинирани относителни фази, използвани като контролни параметри [40, 41] — са до голяма степен оптимални, тъй като се отличават с изключителна точност и устойчивост, като същевременно са значително по-бързи от адиабатните методи (но няколко пъти по-бавни от резонансното възбуждане).

Квантовият контрол предлага възможност за частично възбуждане с всякаква вероятност за преход, а не само 1 и $\frac{1}{2}$. Например, има приложения, в които се изисква много малка вероятност за преход. Един важен пример е протоколът DLCZ (по името на авторите Duan, Lukin, Cirac, Zoller) за генериране на един фотон в ансамбъл от ултрастудени атоми или в легирано твърдо вещество и неговите вариации и разширения [119–125]. Единичните фотони са физическата платформа за такива напреднали технологии като квантовите комуникации [126–130] и фотонните квантови изчисления [131–134]. В този протокол се използва Раманова система с 3 състояния $|g_1\rangle \leftrightarrow |e\rangle \leftrightarrow |g_2\rangle$. В процеса на запис атомният преход $|g_1\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ се възбужда с много ниска вероятност от нерезонансен лазерен импулс

с вълнов вектор \vec{k}_w , така че едно (или няколко) атомно възбуждане се съхранява в ансамбъла като споделено възбуждане от всички атоми. Тогава колективно спонтанно излъчване при прехода $|e\rangle \rightarrow |g_2\rangle$ възниква в случаен момент, в който (Стокс) фотон се излъчва в произволна посока. Въпреки това, еднофотонният детектор е поставен по протежение на определена пространствена посока и всяко щракване в него се счита за „предизвестен“ фотон, с добре дефиниран вълнов вектор \vec{k}_s . В процеса на четене резонансен лазерен импулс с вълнов вектор \vec{k}_r се прилага върху атомния преход $|g_2\rangle \leftrightarrow |e\rangle$, който стимулира излъчването на (анти-Стокс) фотон при прехода $|e\rangle \rightarrow |g_1\rangle$, в добре дефинирана пространствена посока \vec{k}_a , определена от условието за фазово съвпадение $\vec{k}_a = \vec{k}_s + \vec{k}_w - \vec{k}_r$. В този протокол едно от решаващите условия е да може да се произведе само едно споделено възбуждане сред голям брой атоми N , т.е. необходимо е поле, което генерира вероятност за преход от $1/N$.

Друг пример е възможността за създаване на огромни заплетени състояния на Дике [135]. Тези много специални състояния споделят фиксиран брой възбуждания n равномерно между N кубити, специален случай на които (за $n = 1$) е състоянието W . Забележителна характеристика на състоянията на Дике е, че те са имунизирани срещу колективно дефазирание, което е основен проблем в различни системи. Следователно, подпространството на Дике, което е $N!/n!(N-n)!$ -мерно, може да се използва като изчислително подпространство без декохерентност [136–138]. Състоянията на Дике притежават истинско многомерно заплитане [139, 140], което освен това е много устойчиво срещу загуба на частици [141–143]: загубата на кубит намалява N -мерното състояние на Дике към $N-1$ -мерно. Поради тяхното здраво заплитане, тези състояния са особено подходящи за експериментално изследване на многомерно заплитане и могат да се използват за тестване на фундаментални концепции на квантовата механика. Състоянията на Дике са предложени и демонстрирани в различни физически системи, включително ансамбли от неутрални атоми [144, 145], уловени йони [146–149], квантови точки [150], и линейна оптика [145, 151]. Много от тези предложения и демонстрации имат различни ограничения, тъй като не могат да се създават произволни, а само конкретни състояния на Дике, изисква се индивидуално адресиране на кубити, броят на необходимите физически взаимодействия расте много бързо с N , изисква се специално начално (Фок) състояние, имат недостатъчна ефективност, много дълги времена на взаимодействие и т.н. Композитните импулси с ултрамалка вероятност предлагат директен път към създаването на големи състояния на Дике, тъй като те могат да произведат определен брой споделени възбуждания сред големи N ансамбли от кубити.

Трети пример, когато е необходима добре дефинирана малка вероятност за преход, възниква при фина настройка на квантовите гейтове: за да се постигне

свърхвисока прецизност на гейта, ротационният гейт с добре дефиниран малък ъгъл може да бъде много полезен. Нещо повече, такива малки завъртания могат да се използват за тестване на точността на различни протоколи за томография на квантови процеси.

В тази Глава се занимаваме с този специфичен проблем чрез конструиране на композитни импулсни последователности, които изглеждат единствената техника за квантов контрол, способна да генерира малка вероятност за преход, която е устойчива на вариации на експерименталните параметри. Доминиращото мнозинство от композитни импулси в литературата са проектирани да произвеждат специфични ротации върху сферата на Блок, обикновено под ъгли π (генериране на пълен трансфер на заселеност), $\pi/2$ (прехвърляне на половината заселеност), $\pi/4$ и $3\pi/4$, както са описани в [40, 41]. Съществуват само няколко композитни последователности, които произвеждат общи ротации при произволни ъгли [37, 45, 73, 74, 83, 152]. Някои от тях могат да бъдат използвани за настоящата задача с ултрамалка вероятност и са изброени по-долу, заедно с много новоизведени композитни последователности.

Композитните ротации се разделят най-общо на две големи групи, наречени променливи и постоянни ротации. Променливите ротации [40, 83, 152] имат добре дефинирана вероятност за преход, но не и добре дефинирани фази на пропагатора. Постоянните (или ротации без фазово изкривяване) включват както добре дефинирани вероятности, така и добре дефинирани фази на пропагатора [37, 73, 74]. Има голямо поле за приложение за всеки от тях, като само постоянните ротации са подходящи за квантовите гейтове. Въпреки това, те са много по-взискателни за генериране и много по-дълги от променливите ротации, за същия порядък на компенсиране на грешката. Това ще се види ясно по-долу, където разглеждаме и двата типа ротации.

След описание на метода на извеждане ние представяме специфични композитни последователности от 2, 3 и 4 импулса, много от които имат аналитични изрази за композитните параметри, и след това пристъпваме към по-дълги последователности.

5.2 Метод

Искаме да конструираме композитни импулси, които произвеждат много ниска вероятност за преход между две състояния $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$, по ефективен и стабилен начин. Такива композитни импулси са известни като θ -импулси, тъй като създават вероятност за преход $p = \sin^2(\theta/2)$. В литературата за ЯМР могат да се намерят редица θ импулси за $\theta = \pi/4$ (наречени 45° импулси), $\theta = \pi/2$ (наречени 90° импулси) и $\theta = 3\pi/4$ (наречени 135° импулси). В литературата съществуват

много малко общи формули за произволна стойност на θ . В нашия случай имаме нужда от композитни импулси, които създават вероятност за преход $p = 1/N \ll 1$, което предполага $\theta \ll 1$. Такива композитни импулси са изведени тук.

Всеки импулс в композитната последователност е резонансен и следователно генерира пропагатора

$$\mathbf{U}(A, \phi) = \begin{bmatrix} \cos(A/2) & -ie^{i\phi} \sin(A/2) \\ -ie^{-i\phi} \sin(A/2) & \cos(A/2) \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

където ϕ е фазата на амплитудата на полето. Общият пропагатор за поредица от n импулси,

$$(A_1)_{\phi_1} (A_2)_{\phi_2} \cdots (A_n)_{\phi_n}, \quad (5.2)$$

всеки с импулсна площ A_k и фаза ϕ_k , има вида

$$\mathbf{U}_n = \mathbf{U}(A_n, \phi_n) \mathbf{U}(A_{n-1}, \phi_{n-1}) \cdots \mathbf{U}(A_2, \phi_2) \mathbf{U}(A_1, \phi_1), \quad (5.3)$$

който по конвенция действа отлясно наляво. Една от фазите винаги е без значение за физически наблюдаваните величини (тя е свързана с глобалната фаза на вълновата функция) и може да бъде избрана да бъде нула. Поради това винаги избираме първата фаза: $\phi_1 = 0$. С други думи, всички останали фази са относителни фази на съответния импулс спрямо фазата на първия импулс.

Импулсните площи A_k и фазите ϕ_k са контролни параметри, които се избират от условията, че вероятността за преход,

$$P = |\mathbf{U}_{12}|^2, \quad (5.4)$$

има специфична целева стойност p и е устойчива на вариации ϵ в площта на импулса $A_k(1 + \epsilon)$. Стойностите на импулсните площи за нулеви грешки A_k се наричат номинални стойности. Приемаме, че относителната грешка ϵ е еднаква за всички импулси в композитната последователност. Това е разумно, ако те са генерирани от един и същ източник, което обикновено е случаят.

Умножението на двумерните комплексни матрици в (5.3) води до бързо нарастващи изрази. Все пак, те са много по-управляеми от тези, идващи от триизмерните матрици в обичайното Блох-векторно извеждане на композитни последователности.

Може да се продължи в две посоки.

- Едната възможност е да се развие вероятността за преход (5.4) в ред на Тейлър-Маклорен спрямо ϵ . Коефициентите в този ред са функции на всички A_k и ϕ_k ($k = 1, 2, \dots, n$). Анулираме възможно най-много от първите

няколко такива коефициента (т.е. производни спрямо ϵ), които генерират набор от уравнения за A_k и ϕ_k . Резултатът е вероятност за преход с развитие в ред на Тейлър-Маклорен

$$P(\epsilon) = p + O(\epsilon^m), \quad (5.5)$$

където p е целевата стойност. Казваме, че съответната композитна последователност е точна до порядък $O(\epsilon^{m-1})$. Първо ще представим такива композитни последователности, които са известни като променливи ротации в ЯМР и позволяват лесно да се постигне компенсация на грешки от много висок порядък.

- Като алтернатива, можем да вземем пропагаторните елементи $U_{11} = U_{22}^*$ и $U_{12} = -U_{21}^*$, да ги развием в ред на Тейлър-Маклорен спрямо ϵ , и да елиминираме възможно най-много членове по нарастващ порядък. Резултатът е развитие на пропагатора в ред на Тейлър-Маклорен,

$$\mathbf{U}_n(\epsilon) = \mathbf{U}_n + O(\epsilon^r). \quad (5.6)$$

Очевидно, със същия брой свободни параметри, сега може да се занулят два пъти по-малко коефициенти, отколкото при развитието на вероятността P . Въпреки това, получените композитни последователности ще бъдат стабилизиращи по отношение както на амплитудите, така и на фазите на цялостния пропагатор, а не само по отношение на амплитудите, както при (5.5). Такива композитни последователности създават постоянни въртения на езика на ЯМР или, казано с термини на квантовата информация, квантови ротационни гейтове.

Започваме с първия подход, който извежда изрази като в (5.5) и след това продължаваме с втория подход, който генерира изрази от типа (5.6).

5.3 Композитни последователности с малка вероятност

5.3.1 Двумпулсни композитни последователности

Изведени са два вида двумпулсни композитни последователности.

5.3.1.1 Симетрична последователност от импулси

При първия тип двете импулсни площи са равни на $\pi/2$,

$$S2 : \quad \left(\frac{1}{2}\pi\right)_0\left(\frac{1}{2}\pi\right)_{\pi-\theta}. \quad (5.7)$$

Вероятността за преход е

$$P = \cos^2 \frac{\pi\epsilon}{2} \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (5.8)$$

За

$$\theta = \arccos(1 - 2p) = 2 \arcsin(\sqrt{p}), \quad (5.9)$$

намираме

$$P = p[1 - \sin^2(\frac{1}{2}\pi\epsilon)] = p[1 + O(\epsilon^2)]. \quad (5.10)$$

Тази най-проста композитна последователност е точна до втори порядък $O(\epsilon^2)$. Например за вероятности $p = 10^{-2}$, 10^{-3} , 10^{-4} и 10^{-5} намираме $\phi = 0.0638\pi$, 0.0201π , 0.0064π и 0.0020π . Тези стойности съответстват на 11.48° , 3.62° , 1.15° и 0.36° .

Предимството на тези последователности е тяхната изключителна простота и аналитичната формула за фазата, които правят възможно незабавното написване на последователността за всяка целева вероятност за преход. Недостатъкът е наличието само на един контролен параметър, което ограничава компенсацията на грешката само до първия ред. Това все пак е много по-добре от единичен резонансен импулс, който е точен само до нулев порядък.

5.3.1.2 Асиметрична последователност от импулси

Във втората двуимпулсна последователност импулсните площи са различни,

$$A2 : \quad (A_1)_0(A_2)_{\phi_2}. \quad (5.11)$$

Тук имаме три контролни параметъра — две импулсни площи и една фаза — които ни позволяват да компенсираме грешки от по-висок порядък. Сега не е възможно да се изведат аналитични изрази за параметрите. Въпреки това, поради факта, че $p \ll 1$, можем да използваме теорията на пертурбациите, която ни дава приближенията

$$A_1 = x - y, \quad A_2 = x + y, \quad \phi_2 = \pi - \phi, \quad (5.12)$$

с $x \approx 0.7151\pi$, $y \approx 0.2553\pi\sqrt{p}$, and $\phi \approx 0.4875\pi\sqrt{p}$. Всичко това е валидно за $p \ll 1$. площите на импулса и фазите за няколко стойности на вероятността за преход са дадени в Таблица 5.1.

p	A_1	A_2	ϕ
10^{-2}	0.689806	0.741105	0.048767
10^{-3}	0.707103	0.723255	0.015417
10^{-4}	0.712599	0.717704	0.004875
10^{-5}	0.714341	0.715956	0.001542
10^{-6}	0.714894	0.715404	4.88×10^{-4}
10^{-7}	0.715068	0.715229	1.54×10^{-4}
10^{-8}	0.715123	0.715174	4.88×10^{-5}

Таблица 5.1: Импулсни площи и фази (в единици π) за композитната последователност (5.11) (в единици π) за няколко стойности на вероятността за преход. Всички композитни последователности имат порядък на грешки $O(\epsilon^3)$.

Предимството на композитната последователност (5.11) пред симетричната (5.7) е, че е точна до трети порядък по ϵ ,

$$P = p[1 + O(\epsilon^3)]. \quad (5.13)$$

Недостатъкът е, че изисква по-голяма обща импулсна площ, около 1.43π в сравнение само с π за симетричната последователност (5.7).

Ефективността на двете последователности е сравнена на Фигура 5.1. И двете последователности (5.7) и (5.11) превъзхождат значително конвенционалната вероятност за възбуждане с един импулс, която е много чувствителна към грешки в площта на импулса. Асиметричната последователност A_2 в (5.11), със своите три контролни параметъра и порядък на грешки $O(\epsilon^3)$, превъзхожда симетричната последователност S_2 в (5.7), която има само един контролен параметър и порядък на грешки $O(\epsilon^2)$.

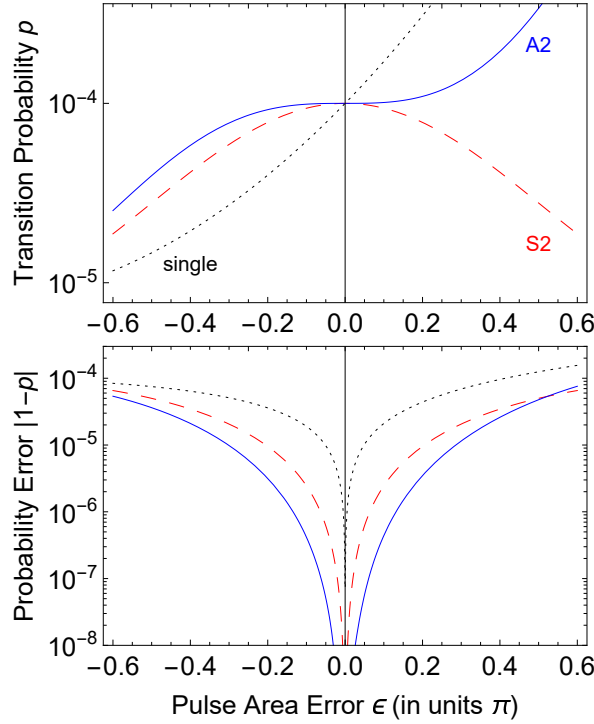
5.3.2 Триимпулсни композитни последователности

Представяме три триимпулсни композитни последователности, две симетрични и една асиметрична.

5.3.2.1 Симетрична последователност от импулси

Симетричната последователност от импулси има вида

$$S_3: \quad \left(\frac{1}{2}\pi\right)_0 \pi_{\alpha+\beta} \left(\frac{1}{2}\pi\right)_{2\beta}, \quad (5.14)$$



Фигура 5.1: Ефективност на двумпулсните композитни последователности (5.7) (червено пунктирано) и (5.11) (синьо плътно) за вероятността за преход $p = 10^{-4}$. Точковите криви показват вероятността за възбуждане на единичен импулс за сравнение. Горе: вероятност за преход. Долу: грешка.

където

$$\alpha = \theta/2, \quad (5.15a)$$

$$\beta = \arccos(\sin \alpha - \cos \alpha), \quad (5.15b)$$

$$\theta = \arccos(1 - 2p) = 2 \arcsin(\sqrt{p}). \quad (5.15v)$$

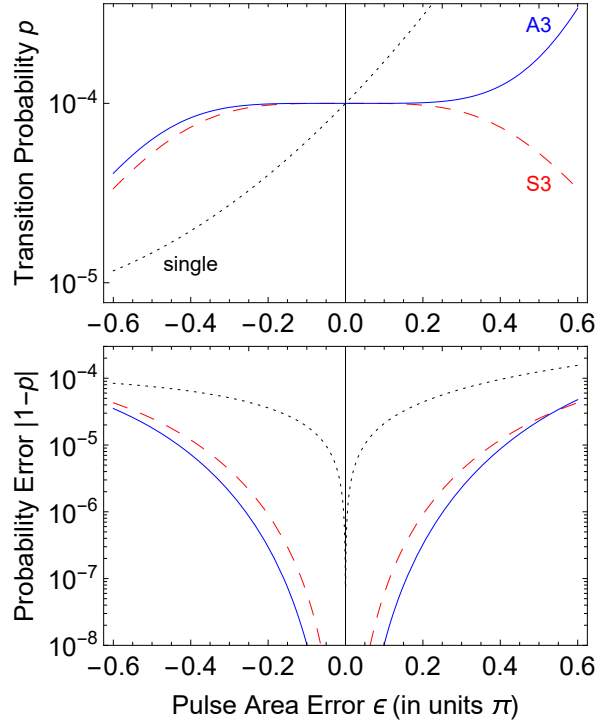
Вероятността за преход е

$$P = [1 - \sin^4(\epsilon/2)] \sin^2(\theta/2), \quad (5.16)$$

която очевидно е точна до $O(\epsilon^4)$.

Последователността (5.14) се извежда по следния начин. Първо, изчисляваме общия пропагатор (5.3) за $N = 3$ импулси. Числените симулации предполагат, че площите на импулса могат да бъдат взети като в (5.14), т.е. π импулс в средата, заграден от два $\pi/2$ импулса. Приемаме първата фаза за 0 и ни остават две фази за определяне. Общата вероятност за преход от три импулса за нулева грешка ($\epsilon = 0$) лесно се изчислява като

$$P = |U_{21}|^2 = \sin^2(\phi_2 - \phi_3/2). \quad (5.17)$$



Фигура 5.2: Ефективност на триимпулсните композитни последователности (5.14) (червено пунктирано) и (5.20) (синьо плътно) за вероятността за преход $p = 10^{-4}$. Точковите криви показват вероятността за възбуждане на единичен импулс за сравнение. Горе: вероятност за преход. Долу: грешка.

Ако зададем $P = \sin^2(\theta/2)$ (като за резонансен θ импулс), намираме $\phi_3 = 2\phi_2 - \theta$. След това изчисляваме първите няколко производни на U_{21} по отношение на грешката ϵ и намираме

$$U'_{21}(\epsilon = 0) = 0, \quad (5.18a)$$

$$U''_{21}(\epsilon = 0) = [1 + 2 \cos(\theta) + 2 \cos(\phi_2) + 2 \cos(\theta - \phi_2) + \cos(\theta - 2\phi_2)]/8, \quad (5.18b)$$

$$U'''_{21}(\epsilon = 0) = 0. \quad (5.18v)$$

Анулирането на производните от нечетен порядък следва от избора на симетрични импулсни площи в (5.14). Чрез задаване на $\phi_2 = \theta/2 + \beta$ уравнението за $U''_{21}(\epsilon = 0)$ се редуцира до

$$2 \cos \beta \cos(\theta/2) + \cos^2 \beta + \cos \theta = 0. \quad (5.19)$$

То има 4 решения, две комплексни и две реални, от които едно положително и едно отрицателно. Реалното положително решение се дава от израза, посочен в (5.14). Първата ненулева производна е $U_{21}^{(4)}(\epsilon = 0)$.

Наличието на аналитични формули за фазите ни позволява да намерим техните стойности за всяка стойност на вероятността за преход.

p	A_1	A_2	A_3	ϕ_2	ϕ_3
10^{-2}	0.5682	1.2436	0.6292	1.1533	0.2546
10^{-3}	0.5904	1.2276	0.6232	1.0785	0.1405
10^{-4}	0.6001	1.2229	0.6184	1.0419	0.0785
10^{-5}	0.6049	1.2214	0.6151	1.0229	0.0441
10^{-6}	0.6074	1.2209	0.6131	1.0126	0.0248
10^{-7}	0.6087	1.2208	0.6119	1.0070	0.0139
10^{-8}	0.6094	1.2207	0.6113	1.0039	0.0078

Таблица 5.2: Площи и фази на импулсите (в единици π) в композитните последователности от 3 импулса (5.20) за няколко стойности на вероятността за преход p . Всички композитни последователности имат порядък на грешка $O(\epsilon^5)$.

5.3.2.2 Асиметрична последователност от импулси

Най-общата триимпулсна композитна последователност има формата

$$A3: (A_1)_0(A_2)_{\phi_2}(A_3)_{\phi_3}. \quad (5.20)$$

Площите на импулса и фазите, изчислени числено, са дадени в Таблица 5.2. Въпреки че композитната последователност (5.20) има по-голяма обща импулсна площ ($\approx 2.44\pi$) от предходните две, тя е точна до по-висок порядък $O(\epsilon^5)$.

Ефективността на триимпулсните последователности е илюстрирана на Фигура 5.2. И двете последователности (5.14) и (5.20) превъзхождат както конвенционалната вероятност за възбуждане с един импулс, така и двуимпулсните композитни последователности (5.7) и (5.11) на Фигура 5.1. Нещо повече, асиметричната последователност A3 на уравнение (5.11), която има порядък на грешка $O(\epsilon^5)$, превъзхожда симетричната последователност S3 на уравнение (5.14), която има порядък на грешка $O(\epsilon^4)$.

Тъй като последователностите от три импулса изглеждат „сладкото място“ по отношение на производителността (ред на грешките и ширина на прозореца с висока точност) спрямо цената (обща импулсна площ и сложност на контрола), те заслужават известно обсъждане. Има ясни предимства и недостатъци на всяка от тези две последователности. Последователността S3 има хубава аналитична форма и обща импулсна площ 2π . Въпреки това, той има по-нисък порядък на грешки от A3. Истинското предимство на последователността S3 е нейната аналитична форма, която прави много лесно изчисляването на композитните фази за всяка целева вероятност за преход p . Последователността A3 изглежда по-малко привлекателна, тъй като нито площта на импулса, нито фазите са рационални числа и всички те са числени, но тази последователност има по-висок порядък на компенсация на грешката, макар и за сметка на по-голямата площ на импулса

от около 2.44π . Неговото истинско неудобство е във факта, че вероятностите за целеви преход, които не са изброени в Таблица 5.2, трябва да бъдат изчислени числено, макар и това да не е много трудна задача.

5.3.3 Четириимпулсни композитни последователности

Най-общата четириимпулсна композитна последователност има формата

$$(A_1)_0(A_2)_{\phi_2}(A_3)_{\phi_3}(A_4)_{\phi_4}. \quad (5.21)$$

Представяме три набора от четириимпулсни композитни последователности, две симетрични и една асиметрична.

5.3.3.1 Симетрични последователности от импулси

Първата симетрична последователност се състои от еднакви номинални $\pi/2$ импулси (но с различни фази) [152],

$$S4a : \quad \left(\frac{1}{2}\pi\right)_0\left(\frac{1}{2}\pi\right)_{\frac{1}{2}\pi}\left(\frac{1}{2}\pi\right)_{\frac{3}{2}\pi-\theta}\left(\frac{1}{2}\pi\right)_{\pi-\theta}, \quad (5.22)$$

където $\theta = 2 \arcsin \sqrt{p}$. Общата му импулсна площ е само 2π . Общата вероятност за преход е

$$P = p[1 - \sin^4(\pi\epsilon/2)]. \quad (5.23)$$

Очевидно S4a е точен до порядък $O(\epsilon^4)$.

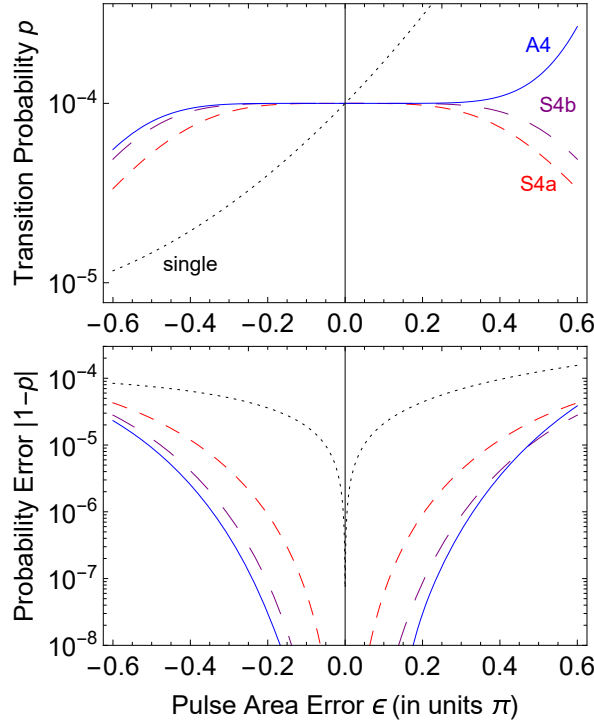
Другата симетрична последователност от импулси е [152]

$$S4b : \quad \left(\frac{1}{2}\pi\right)_0\pi_{\frac{2}{3}\pi}\pi_{\frac{5}{3}\pi-\theta}\left(\frac{1}{2}\pi\right)_{\pi-\theta}. \quad (5.24)$$

Общата вероятност за преход е

$$P = p[1 - \sin^6(\pi\epsilon/2)]. \quad (5.25)$$

Очевидно в замяна на по-голямата обща импулсна площ от 3π в сравнение с предишната последователност (5.22) тази S4b е точна до по-висок порядък $O(\epsilon^6)$. Тези последователности са много удобни, тъй като наличието на точни аналитични формули за фазите ни позволява да намерим техните стойности за всяка стойност на вероятността за преход.



Фигура 5.3: Ефективност на четириимпулсните симетрични композитни последователности (5.22) (червено пунктирано), (5.24) (лилаво с дълго пунктирано) и асиметричната последователност (5.26) (синьо плътно) за вероятността за преход $p = 10^{-4}$. Точковите криви показват вероятността за възбуждане на единичен импулс за сравнение. Горне: вероятност за преход. Долу: грешка.

5.3.3.2 Асиметрични последователности

Най-общата четириимпулсна композитна последователност има формата

$$A4 : (A_1)_0(A_2)\phi_2(A_3)\phi_3(A_4)\phi_4. \quad (5.26)$$

Всички импулсни площи и фази са свободни контролни параметри, които позволяват да се компенсира грешка от по-висок порядък. Площите на импулса и фазите се изчисляват числено и са изброени в Таблица 5.3. Въпреки че асиметричната композитна последователност (5.26) има по-голяма обща импулсна площ ($\approx 3.41\pi$) от предходните две последователности S4a и S4b, тя е точна до по-висок порядък $O(\epsilon^7)$.

Ефективността на четириимпулсните последователности е илюстрирана на Фигура 5.3. Всички те значително превъзхождат профила на единичен импулс и осигуряват значителна стабилизация при целевата стойност на вероятността за преход. Най-добра ефективност се осигурява от асиметричната последователност A4, която има порядък на грешки $O(\epsilon^7)$, последвана от S4b, с порядък на грешки $O(\epsilon^6)$, и след това S4a, с порядък на грешка $O(\epsilon^4)$. Това класиране обаче следва общата площ на импулса — мярка за цената — който е $\approx 3.41\pi$ за A4, 3π за S4b

p	A_1	A_2	A_3	A_4	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4
10^{-2}	0.5367	1.1586	1.1360	0.5833	0.8499	1.5547	0.4360
10^{-3}	0.8685	1.0434	0.3702	0.5174	1.0634	0.8847	0.0128
10^{-4}	0.8165	0.9044	0.5579	0.6423	1.0362	0.9682	0.0146
10^{-5}	0.7854	0.8335	0.6433	0.6905	1.0207	0.9856	0.0090
10^{-6}	0.7669	0.7937	0.6875	0.7141	1.0118	0.9926	0.0052
10^{-7}	0.7551	0.7698	0.7108	0.7255	0.9933	1.0042	1.9972
10^{-8}	0.7494	0.7578	0.7244	0.7328	0.9962	1.0022	1.9984

Таблица 5.3: Площи и фази на импулсите (в единици π) за композитните последователности от 4 импулса (5.26). Всички композитни последователности имат порядък на грешки $O(\epsilon^7)$.

и 2π за S4a. Следва да се отбележи, че порядъкът на грешките $O(\epsilon^4)$ за S4a е същият като този за триимпулсната последователност S3 и може да се провери, че те генерират подобни профили на възбуждане.

5.3.4 Последователности с повече импулси

По-големият брой импулси дава възможност за компенсация на грешки от висок порядък. Съществуват аналитични симетрични композитни последователности за произволни ротации, които могат да се използват и за малки p [152]. Те са конструирани по следния начин. Можем да използваме композитен $\pi/2$ импулс, за да извлечем композитен θ -импулс чрез прилагане на композитна $\pi/2$ импулсна последователност C , последвана от композитната последователност $C_{\pi-\theta}^R$, която е обрънатата във времето последователност C , като всички нейни фази са изместени с едно и също фазово изместване $\pi - \theta$,

$$C_0 C_{\pi-\theta}^R, \quad (5.27)$$

идея, въведена от Levitt и Ernst [72]. Освен това, ако последователността C има порядък на грешка $O(\epsilon^n)$, тогава композитната θ последователност (5.27) има порядък на грешка $O(\epsilon^{2n})$ [152]. Следват няколко примера.

Композитната последователност S2 (5.7) се превръща в съставен $\pi/2$ импулс за $\theta = \pi/2$, който може да се използва в сдвоената конструкция (5.27),

$$\left(\frac{1}{2}\pi\right)_0 \left(\frac{1}{2}\pi\right)_{\frac{1}{2}\pi} \left(\frac{1}{2}\pi\right)_{\frac{3}{2}\pi-\theta} \left(\frac{1}{2}\pi\right)_{\pi-\theta}, \quad (5.28)$$

което е същото като последователността S4a (5.22). Тъй като последователността S2 има порядък на грешка $O(\epsilon^2)$, то композитната последователност S4a има порядък на грешка $O(\epsilon^4)$, както беше установено в предишния раздел.

Композитната последователност S3 (5.14) за $\theta = \pi/4$ е

$$\left(\frac{1}{2}\pi\right)_0 \pi_{\frac{3}{4}\pi} \left(\frac{1}{2}\pi\right)_\pi, \quad (5.29)$$

и има порядък на грешки $O(\epsilon^4)$. Използвайки сдвоената конструкция (5.27), намираме θ композитна последователност от порядък $O(\epsilon^8)$,

$$\left(\frac{1}{2}\pi\right)_0 \pi_{\frac{3}{4}\pi} \left(\frac{1}{2}\pi\right)_\pi \left(\frac{1}{2}\pi\right)_{2\pi-\theta} \pi_{\frac{7}{4}\pi-\theta} \left(\frac{1}{2}\pi\right)_{\pi-\theta}. \quad (5.30)$$

Човек може да изгради θ композитни последователности с произволна дължина и произволна компенсация на порядъка на грешка чрез сдвояване на $\pi/2$ композитните последователности [152],

$$\left(\pi/2\right)_0 \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \cdots \pi_{\phi_{N-1}} \left(\pi/2\right)_{\phi_N}, \quad (5.31)$$

съставен от поредица от $N - 2$ номинални π импулси, заградени от два импулса с площ $\pi/2$, с фази, дадени от аналитичната формула

$$\phi_k = \frac{(k-1)^2}{2(N-1)} \pi \quad (k = 1, 2, \dots, N). \quad (5.32)$$

Лесно е да се провери, че последователностите (5.28) и (5.30) (след тривиална запазваща вероятностите трансформация на фазите) принадлежат към такова семейство от последователности. Тъй като последователността (5.31) има порядък на грешката $O(\epsilon^{2(N-1)})$, съответната двойна последователност (5.27) ще има порядък на грешката $O(\epsilon^{4(N-1)})$.

Може да се използва и друго, асиметрично семейство от $\pi/2$ композитни последователности [152],

$$\left(\pi/2\right)_0 \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_3} \cdots \pi_{\phi_{N-1}} (\pi)_{\phi_N}, \quad (5.33)$$

съставен от поредица от $N - 1$ номинални π импулси, предшествани от номинален $\pi/2$ импулс, с фази, дадени от аналитичната формула

$$\phi_k = \frac{2(k-1)^2}{2N-1} \pi \quad (k = 1, 2, \dots, N). \quad (5.34)$$

Тя има порядък на грешката $O(\epsilon^{2N-1})$. Следователно методът на вдвояване (5.27) генерира θ последователности с порядък на грешката $O(\epsilon^{2(2N-1)})$. Например, за $N = 3$ намираме чрез вдвояване θ -последователността

$$\left(\frac{1}{2}\pi\right)_0 \pi_{\frac{2}{5}\pi} \left(\pi\right)_{\frac{8}{5}\pi} \left(\pi\right)_{\frac{3}{5}\pi-\theta} \pi_{\frac{7}{5}\pi-\theta} \left(\frac{1}{2}\pi\right)_{\pi-\theta}, \quad (5.35)$$

който има порядък на грешката $O(\epsilon^{10})$.

По отношение на асиметричните композитни последователности от 2, 3 и 4 импулса, представени по-горе и получени числено, изчислително е много трудно да се изведат подобни последователности за повече от 4 импулса. Нещо повече, предимството, което те предоставят по отношение на компенсирането на порядъка на грешката за даден брой импулси в сравнение със симетричните последователности, намалява с увеличаването на броя на импулсите N и се доближава до точката, когато резултатите не компенсират усилията.

5.4 Квантови гейтове за ултрамалки ротации

Ротационните гейтове със свръхмалък ъгъл на въртене са по-взискателни за конструиране поради необходимостта както вероятностите, така и фазовите грешки да бъдат компенсирани. Математически това е еквивалентно на развиване на пропагатора на гейта в ред на Тейлър-Маклорен спрямо грешката ϵ и анулиране на първите няколко члена до същия порядък на грешки $O(\epsilon^m)$ във всички матрични елементи на пропагатора. По-долу представяме няколко последователности, които произвеждат ротационни гейтове с висока точност, две от които са известни в литературата и една е изведена тук.

5.4.1 Компенсация на грешки от първи порядък

Ротационният гейт с три импулса е получен от Wimperis [73],

$$W3 : \quad \theta_0 \pi_\phi \pi_{3\phi}, \quad (5.36)$$

с $\theta = 2 \arcsin \sqrt{p}$ и $\phi = \arccos(-\theta/(2\pi)) \approx \frac{1}{2}\pi + \sqrt{p}$. Той е с точност до $O(\epsilon^2)$. Това е последователност без фазови изкривявания и следователно е подходяща за ротационен гейт.

Друг ротационен гейт с три импулса има формата [45]

$$G3 : \quad \alpha_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \alpha_{\phi_1}, \quad (5.37)$$

Ротационен гейт G3: $(\frac{1}{2}\pi + x)_{\phi_1} \pi_{\pi+y} (\frac{1}{2}\pi + x)_{\phi_1}$			
p	x	ϕ_1	y
10^{-2}	2.5×10^{-3}	2.492×10^{-2}	5.672×10^{-2}
10^{-3}	2.5×10^{-4}	7.904×10^{-3}	1.797×10^{-2}
10^{-4}	2.5×10^{-5}	2.500×10^{-3}	5.683×10^{-3}
10^{-5}	2.5×10^{-6}	7.906×10^{-4}	1.797×10^{-3}
10^{-6}	2.5×10^{-7}	2.500×10^{-4}	5.684×10^{-4}

Таблица 5.4: Параметри (в единици π) на композитната последователност G3 (5.37) за различни вероятности за преход p .

където α се определя от уравнението

$$\frac{\pi \sin(\alpha)}{\alpha} = 2 \cos(\theta/2). \quad (5.38)$$

При зададена α , можем да намерим ϕ_1 и ϕ_2 от

$$2\alpha \cos(\phi_1 - \phi_2) + \pi = 0, \quad (5.39a)$$

$$\sin(\phi_1 - \phi_2) = \sin(\theta/2) \cos(\phi_1). \quad (5.39b)$$

Тази композитна последователност е свързана със композитния импулс SCROFULOUS [153] и е точна до порядък на грешки $O(\epsilon^2)$.

Стойностите на площта на импулса и композитните фази са дадени в Таблица 5.4.

5.4.2 Компенсация на грешки от втори ред

Добре известна композитна последователност, която компенсира грешката от втори ред, е BB1 последователността на Wimperis [37],

$$\text{BB1} = (\theta)_0 \pi_\chi (2\pi)_{3\chi} \pi_\chi, \quad (5.40)$$

с $\chi = \arccos(-\theta/4\pi)$. Тя генерира произволни завъртания без фазови изкривявания под ъгъл θ с порядък на грешките $O(\epsilon^3)$.

5.5 Заключение

Представихме решение на проблема за генериране на добре дефинирано много малко възбуждане на квантов преход с две състояния. Методът използва композитни импулсни последователности от два, три, четири и повече импулса. Под-

робно са представени и анализирани както симетрични, така и асиметрични, аналитични и числови класове от композитни последователности.

Резултатите в тази статия могат да бъдат полезни в приложения като генериране на единичен фотон от студен атомен ансамбъл от N атоми. Композитна последователност, създаваща вероятност за преход от $1/N$, ще гарантира, че само едно възбуждане е споделено в рамките на ансамбъла, което впоследствие да генерира единичен фотон от схема като DLCZ. Друго възможно приложение е фината настройка на квантовите гейтове, при които са необходими точни малки корекции на ъгъла на въртене, за да се постигне висока прецизност. Още едно приложение е генерирането на огромни състояния на Дике в студени атомни ансамбли или уловени йони чрез глобално колективно адресиране.

6

КОМПОЗИТЕН УЛТРАСТАБИЛЕН ИЛИ УЛТРАЧУВСТВИТЕЛЕН КОНТРОЛ

6.1 Мотивация

Въз основа на концепция за композитни ротации върху сферата на Блох, Ардаван предлага да се използват така наречените ВВ1 или ВВ2 последователности за поляризационни забавители (т.е. ротации върху сферата на Поанкаре) [154]. Съществуването на ВВ2 и NB2 последователности води до идеята за промяна на композитните импулси, които подобряват характеристиката (ВВ или NB) на импулса за сметка на прецизността, дължаща се на редувания (точки на инфлексия) отгоре (ВВ) или отдолу (NB) на вероятността за преход. Ние наричаме тези нови подкласове на композитни импулси съответно ултрашироколентови и ултратяснолентови.

Използвайки такъв нов метод (вижте Глава 6.3) сме извели ултрашироколентови и ултратяснолентови композитни импулси [47], когато $\theta = \pi$. Тези композитни импулси са полезни в приложения, където е достатъчна сравнително висока точност (около 90%), въпреки че по-висока точност може да бъде постигната чрез увеличаване на броя импулси, поради новия метод.

6.2 Матрици на Джоунс и квантово-класическа аналогия

Поляризационната матрица на Джоунс за забавител с фазово изместване φ (фазовото изместване, приложено между обикновения и необикновения лъч, преминаващ през забавителя) и завъртян под ъгъл η , се дава като (в ляво-десен кръгово поляризационен базис)

$$J_{\eta}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) & i \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) e^{2i\eta} \\ i \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) e^{-2i\eta} & \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (6.1)$$

Например полу- и четвърт-вълнови пластини, завъртяни на ъгъл η , т.е. $(\lambda/2)_\eta$, $(\lambda/4)_\eta$, се описват от $J_\eta(\pi)$ и $J_\eta(\pi/2)$ съответно.

Забавителят на поляризацията е еквивалентен на X-ротация или квантов ротационен гейт, а поляризационният ротатор е еквивалентен на Z-ротация или квантов фазов гейт. Оттук нататък ще използваме терминология и означения от ЯМР, а резултатите за поляризационната оптика могат да бъдат получени по гореспоменатия начин.

6.3 Метод

Общият (неперфектен) пропагатор е матрица с $SU(2)$ симетрия. Нека разгледаме една произволна ротация

$$U_n(\epsilon) = \begin{bmatrix} \exp(-i\zeta_\epsilon/2) \cos(\theta_\epsilon/2) & -i \sin(\theta_\epsilon/2) \exp(i\phi_\epsilon) \\ -i \sin(\theta_\epsilon/2) \exp(-i\phi_\epsilon) & \exp(i\zeta_\epsilon/2) \cos(\theta_\epsilon/2) \end{bmatrix}. \quad (6.2)$$

За параметрите на ротационни θ импулси следва $\theta_{\epsilon=0} = \theta$, $\zeta_{\epsilon=0} = 0$ и $\phi_{\epsilon=0} = \phi$ ($\phi = 0$ е случаят за идеален θ импулс), а за фазовите ζ импулси параметрите са равни: $\zeta_{\epsilon=0} = \zeta$, $\theta_{\epsilon=0} = 0$ и $\phi_{\epsilon=0} = \text{const}$.

Трябва да отбележим, че методът за извеждане не зависи от ъгъла на въртене, геометричната и относителната фазова стабилност. Тук работим с редуващи се КИ, които правят характеристиката (устойчивост/чувствителност или и двете) на импулса по-мощна, понякога наричана ултра, за сметка на прецизността, дължаща се на вариации (в центъра / на крилата или и двете).

6.3.1 Ротационни θ импулси

Нека максимизираме зоната за прехвърляне на заселеността (6.3) в целия диапазон на честотната лента на грешката, т.е. от $\epsilon = -1$ до $\epsilon = 1$ (ултрашироколендови θ импулси):

$$\sum_{b,n} \stackrel{\Delta}{=} \int_{-1}^1 p(\epsilon) d\epsilon, \quad (6.3)$$

или да го минимизираме (ултратяснолендови θ импулси).

В (6.3) $p(\epsilon = 0) = p(\theta = \pi) = \sin^2 \theta/2|_{\theta=\pi} = 1$, в центъра на честотната лента, е вероятността за преход: когато грешката в площта на импулса е нула, състоянието на кубита напълно се прехвърля от $|0\rangle$ към $|1\rangle$ поради π -въртене върху сферата на Блох. В поляризационната оптика това е математически еквивалент-

но (вижте подраздел 6.2) на преобразуването на поляризационното състояние от $|L\rangle$ в $|R\rangle$ (или $|H\rangle$ в $|V\rangle$) поради π -въртене върху сферата на Поанкаре,

$$\int_0^{2\pi} I(\varphi') d\varphi' = \int_0^{2\pi} |\mathcal{U}_{12}(\varphi')|^2 d\epsilon, \quad (6.4)$$

и $I(\varphi')$ описва ефективността на преобразуване на полувълновата пластина $I(\varphi' = \pi) = 1$.

6.3.2 Фазови ζ импулси

Нека максимизираме областта на фазово изместване (6.5) в целия диапазон на честотната лента на грешката, т.е. от $\epsilon = -1$ до $\epsilon = 1$ (ултраширококолентови ζ импулси)

$$\sum \triangleq \int_{-1}^1 z(\epsilon) d\epsilon. \quad (6.5)$$

Тук фазовото изместване $z(\epsilon)$ е равно на следовата точност в нашия случай, $\zeta = \pi$,

$$\mathcal{F}_T = \frac{1}{2} \text{Tr} [\mathbf{U}_n(\epsilon) \mathbf{U}_n^\dagger] = \cos\left(\frac{\zeta - \zeta\epsilon}{2}\right)_{\zeta=\pi} \cos\left(\frac{\theta_\epsilon}{2}\right) = \sin\left(\frac{\zeta\epsilon}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_\epsilon}{2}\right), \quad (6.6)$$

и целевата матрица е

$$\mathbf{U}_n = \left[\begin{array}{cc} \exp(-i\zeta/2) & 0 \\ 0 & \exp(i\zeta/2) \end{array} \right]_{\zeta=\pi} = \left[\begin{array}{cc} -i & 0 \\ 0 & i \end{array} \right]. \quad (6.7)$$

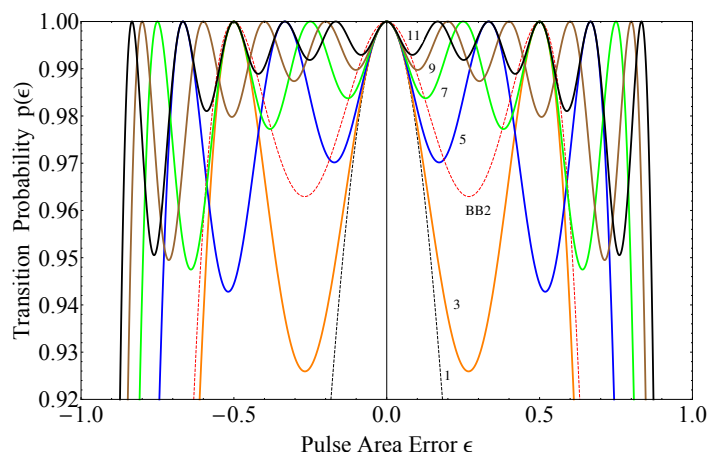
6.4 Ултраширококолентови ротационни импулси

Най-удобният начин за конструиране на ултраширококолентови ротационни π импулси е симетричният дизайн, състоящ се от номинални π импулси,

$$\pi_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \dots, \pi_{\phi_{k/2}} \pi_{\phi_{k/2+1}} \pi_{\phi_{k/2}} \dots \pi_{\phi_2} \pi_{\phi_1}, \quad (6.8)$$

където $k = N - 1$ е броят на точките на инфлексия във вероятността за преход спрямо графиката на грешката в площта на импулса (броя на осцилациите на графиката).

Изведени са композитни последователности с до 11 импулса, които увеличават обхвата на ширината на оригиналната ротационна последователност (единичен импулс) повече от четири пъти (от 20.5% до 87.7%), а зоната на вероятността за преход се увеличава с 83% от последователността UB11. Композитните фази за



Фигура 6.1: Вероятност за преход $p(\epsilon)$ на ултрашироколентови ротационни π импулси. Числата N на кривите се отнасят за КИ последователности UBN , изброени в Таблица 6.1 в дисертацията. Както беше отбелязано по-горе, кривите имат $k = N - 1$ осцилации в горната част на диаграмата, за разлика от последователността $BB2$, която има 2 осцилации, така че е по-лоша от нашите 5π $UB5$.

ултрашироколентовите ротационни импулси са показани в Таблица 6.1 в дисертацията, а вероятността за преход е изобразена на Фигура 6.1.

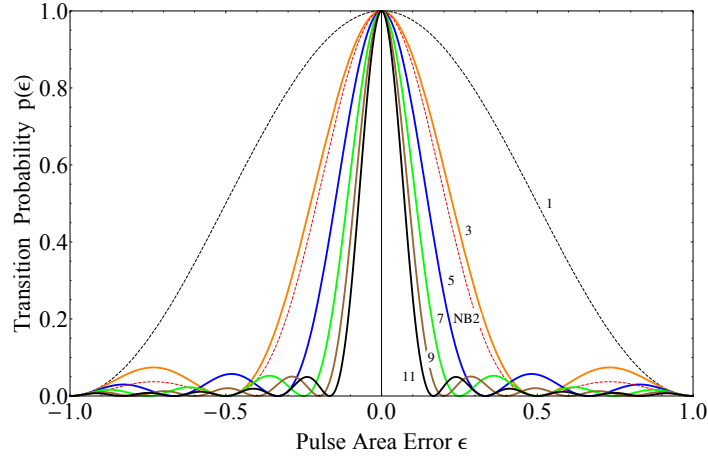
6.5 Ултратяснолентови ротационни импулси

Тъй като $N\pi$ импулсите са асиметрични в композитните фази, за конструиране на ултратяснолентови ротационни π импулси ние избираме антисиметричния дизайн, състоящ се от номинални π импулси:

$$\pi_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \dots, \pi_{\phi_{k/2}} \pi_{\phi_{k/2+1}} \pi_{-\phi_{k/2}} \dots \pi_{-\phi_2} \pi_{-\phi_1}, \quad (6.9)$$

където $k = N - 1$ е броят на точките на инфлексия във вероятността за преход спрямо площта на импулса (броя на осцилации на графиката). За удобство средните фази могат да се приемат като $\phi_{k/2+1} = \pi$.

Изведени са композитни последователности с до 11 импулса, които намаляват обхвата на стеснение при 50% от вероятността, т.е. пълна ширина на половин максимум (FWHM), на оригиналната ротационна последователност (единичен импулс) около 6.75 пъти (от 50% до 7.4%), а зоната на вероятността за преход е намалена с 83% от $UN11$. Композитните фази за ултратяснолентовите ротационни импулси са показани в Таблица 6.2 в дисертацията, а вероятността за преход е изобразена на Фигура 6.2.



Фигура 6.2: Вероятност за преход $p(\epsilon)$ на ултратяснолентови ротационни π импулси. Числата N на кривите се отнасят за КИ последователности UNN , изброени в Таблица 6.2 в дисертацията. Както беше отбелязано по-горе, кривите имат $k = N - 1$ осцилации в долната част на диаграмата, за разлика от последователността NB2, която има 2 осцилации, така че е по-лоша от нашите UN5.

6.6 Ултрашироколентови фазови импулси

Както обикновено (вж. (3.3)), ние конструираме ултрашироколентови фазови π импулси с асиметричен дизайн, състоящ се от номинални π импулси:

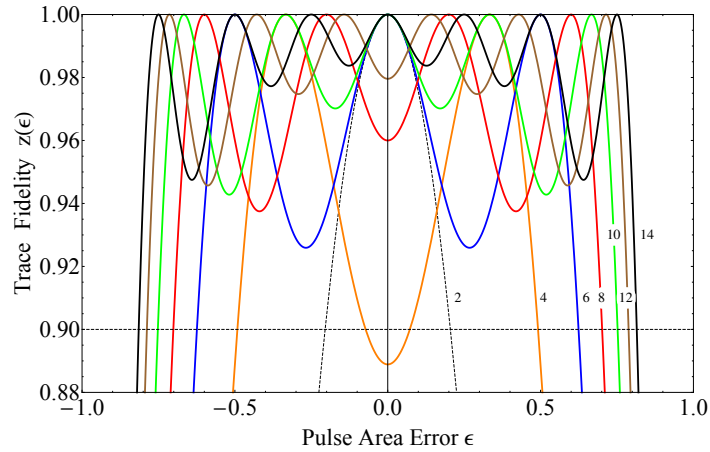
$$\pi_{\phi_1} \pi_{\phi_2} \cdots \pi_{\phi_{k/2+1}} \cdot \pi_{\phi_1 + \frac{1}{2}\pi} \pi_{\phi_2 + \frac{1}{2}\pi} \cdots \pi_{\phi_{k/2+1} + \frac{1}{2}\pi} \quad (6.10)$$

където $k = N - 2$ е броят на точките на инфлексия в диаграмата за следовата точност спрямо грешката на импулсната площ (броят осцилации на графиката).

Изведени са композитни последователности с до 14 импулса, които увеличават обхвата на ширината на оригиналната фазова последователност (два импулса) около четири пъти (от 20.5% до 81.5%), а зоната на следовата точност се увеличава със 75% от UBRh14. Композитните фази за ултрашироколентовите фазови импулси са показани в Таблица 6.3 в дисертацията, а прецизността на следата е изобразена на Фигура 6.3.

6.7 Коментари и заключения

Ние представихме редица композитни последователности, състоящи се от π импулси за преход на квантовото състояние от $|0\rangle$ към $|1\rangle$ по ултрастабилни и ултрачувствителни начини, според отклонението на импулсната площ ϵ . Използвайки квантово-класическа аналогия, ние представихме редица последователности от полувъълнови пластини за преобразуване на поляризационното състояние от $|H\rangle$



Фигура 6.3: Следова точност $z(\epsilon)$ на ултрашироколентови фазови π импулси. Числата N на кривите се отнасят за композитни последователности UBPh N , изброени в Таблица 6.3 в дисертацията. Както беше отбелязано по-горе, кривите имат $k = N - 2$ осцилации в горната част на диаграмата.

в $|V\rangle$ или от $|L\rangle$ в $|R\rangle$ по ултрашироколентов и ултратяснолентов начин, според отклонението на фазовото изместване (забавяне) $\varphi' - \varphi = \varphi' - \pi$. Нашият най-дълъг импулс UB11 покрива приблизително 88% от цялата ширина за същия показател. Ние теоретично проектираме ултрастабилен Z квантов гейт чрез редица композитни последователности, състоящи се от π импулси и еквивалентен ултрашироколентов поляризационен π ротатор. Нашият най-дълъг импулс UBPh14 поддържа 90% от точността на трасирането в диапазон на ширина от приблизително 1.63π .

7

НЕРЕЦИПРОЧНИ ВЪЛНОВИ ПЛАСТИНИ И ОПТИЧНИ ИЗОЛАТОРИ

7.1 Мотивация

Аналогията между поляризационния вектор на Джоунс и вектора на квантовото състояние наскоро беше използвана, за да се предложат произволно точни широколентови поляризационни забавители [7, 8, 154]. Както наскоро беше показано от Al-Mahmoud et. al [155], забавителите с вълнови пластини могат да бъдат нерещипрочни, чието забавяне на фазовото изместване зависи от посоката на разпространение на светлината.

В тази Глава ние теоретично предлагаме нови широколентови поляризационни четвърт-вълнови пластини, които също са нерещипрочни, с потенциал да бъдат използвани в широколентови оптични изолатори и/или циркулационни помпи за телекомуникационни, индустриални и лабораторни изследвания.

Друг начин за реализиране на ретардер е използването на поляризационен ротатор на ъгъл θ , поставен в сандвич между две четвърт-вълнови пластини, завъртяни на ъгли $-\pi/4$ и $\pi/4$ по отношение на лабораторната референтна система [156]. Матрицата на Джоунс J за такава последователност може да се даде чрез произведението на матриците на Джоунс на четвъртвълновите пластини и ротатора:

$$J = J_{-\pi/4}(\pi/2) R(\theta) J_{\pi/4}(\pi/2) = \begin{bmatrix} e^{i\theta} & 0 \\ 0 & e^{-i\theta} \end{bmatrix} = J_0(2\theta). \quad (7.1)$$

Последната част от уравнение (7.1) показва, че цялата последователност може да се счита за ефективна вълнова пластина с ефективно забавяне $\varphi = 2\theta$. Ако използваме Фарадеев ротатор (нерещипрочно устройство), тогава ефективната вълнова пластина също е нерещипрочна [155].

7.2 Композитни вълнови пластини

Сега ще покажем три различни последователности от не реципрочни елементи за конструиране на не реципрочни ширококолентови четвърт-вълнови пластини:

$$\mathcal{J}(\varepsilon) = J_{\alpha_1}(\pi/2 + \varepsilon/2) J_{\alpha_2}(\pi + \varepsilon) J_{\alpha_3}(\pi/2 + \varepsilon/2), \quad (7.2)$$

$$\mathcal{J}(\varepsilon) = J_{\alpha_1}(\pi + \varepsilon) J_{\alpha_2}(\pi + \varepsilon) J_{\alpha_3}(\pi/2 + \varepsilon/2), \quad (7.3)$$

$$\mathcal{J}(\varepsilon) = J_{\alpha_1}(\pi + \varepsilon) J_{\alpha_2}(\pi + \varepsilon) J_{\alpha_3}(\pi + \varepsilon) J_{\alpha_4}(\pi + \varepsilon) J_{\alpha_5}(\pi/2 + \varepsilon/2). \quad (7.4)$$

За да произведем ширококолентова не реципрочна четвърт-вълнова пластина, ние определяме ъглите на въртене на всяка вълнова пластина в уравнения (7.2), (7.3) или (7.4), като използваме метода на Монте Карло. Ние избираме решения, които осигуряват най-голямата цялостна точност $\mathfrak{F}(\varepsilon)$ в интервала от $\varepsilon \in [-\pi, \pi]$ и също така, осигуряват плосък връх. Ъглите са представени в Таблица 7.1.

Таблица 7.1: Изчислени ъгли на въртене (в радиани) за трите последователности от уравнения (7.2), (7.3) и (7.4).

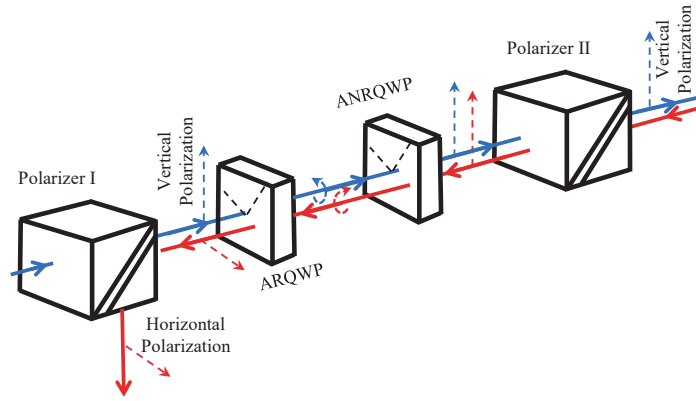
последователности	ъгли $(\alpha_1; \alpha_2; \dots; \alpha_N)$
(7.2)	(3.3; 1.21; 3.1)
(7.3)	(3.6; 1.65; 3.9)
(7.4)	(1.61; 6.48; 6.47; 1.62; 0.78)

7.3 Широколентов оптичен изолатор

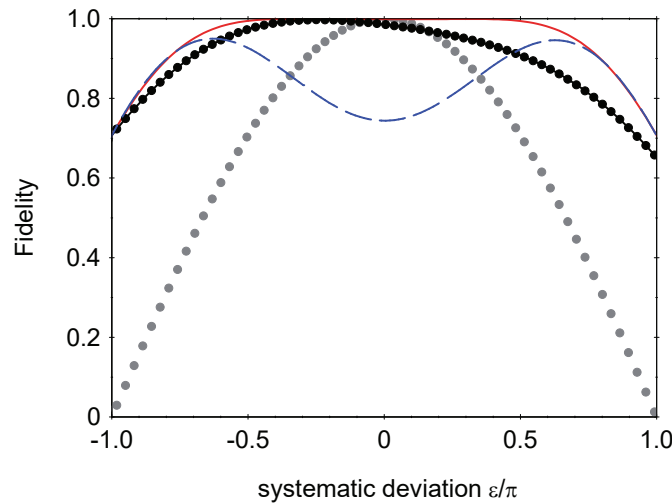
Друг интересен случай е, когато последователността служи като ширококолентов нулев забавител в една посока и ширококолентова полувълнова пластина в другата посока, което може да бъде постигнато, ако комбинираме нашата не реципрочна ширококолентова четвърт-вълнова пластина с налична в търговската мрежа ширококолентова, но реципрочна четвърт-вълнова плоча. В този случай може да се изгради ширококолентов оптичен изолатор, както е показано и обяснено на Фигура 7.1.

7.4 Числени симулации

На Фигура 7.2 показваме изчислението за профилите на точност \mathfrak{F} , като използваме трите конфигурации (7.2), (7.3) и (7.4) с ъгли на въртене, взети от Таблица 7.1.



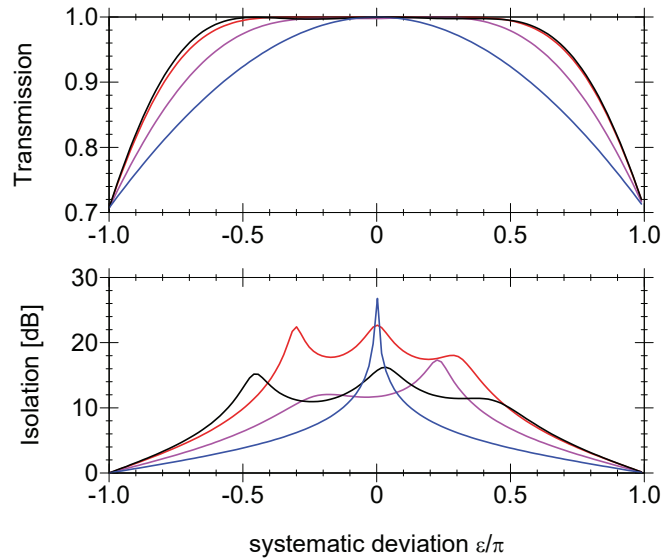
Фигура 7.1: Схема на широколентовия оптичен изолатор. ARQWP означава ахроматична реципрочна четвърт-вълнова пластина, докато ANRQWP означава ахроматична не реципрочна четвърт-вълнова пластина.



Фигура 7.2: Точност спрямо систематично отклонение за композитните вълнови пластици, проектирани чрез използване на три конфигурации: уравнение (7.2) е изобразено от синята пунктирана линия, уравнение (7.3) от черната пунктирана линия и уравнение (7.4) от плътната червена линия. Сивата пунктирана линия е за четвъртвълнова пластина с единичен Фарадеев ротатор за лесна справка.

За симулации на широколентов оптичен изолатор в тази Глава ние използваме тербиев галиев гранат кристал (TGG), тъй като той е един от най-често срещаните кристали за Фарадеевите ротатори. Фиксираме приложеното магнитно поле на 1 Т, като дължината на кристала се счита за 1 cm за полу вълновите пластици и 0.5 cm за четвърт вълновите пластици. Досега са правени много изследвания върху дисперсията на TGG константата на Verdet ν [157–159].

Ефективността на оптичните изолатори се определя количествено чрез тяхното пропускане T_f (част от интензитета на входната светлина, която преминава през изолатора), обратно пропускане T_b (част от обратното предаване на светлинния интензитет, който преминава през изолатора в обратна посока), и изолация D .

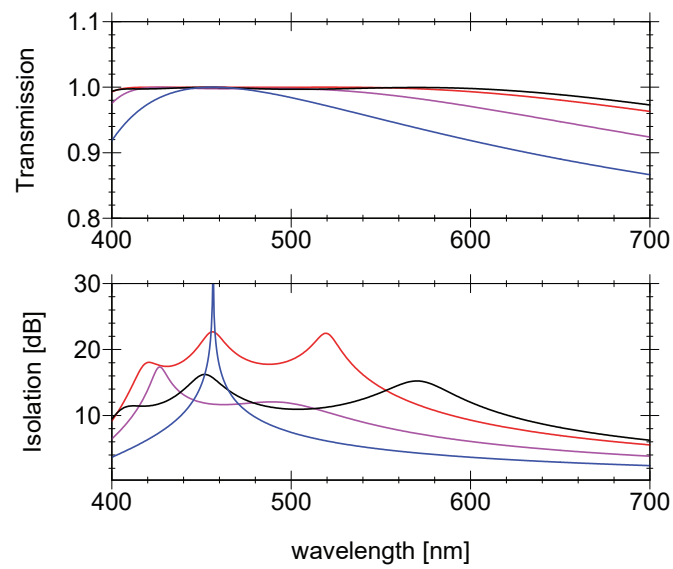


Фигура 7.3: Свойства на преминаване и изолация на оптичните изолатори с различен брой вълнови пластини в серията, в сравнение с изолатора, базиран на един ротатор (синя линия), срещу систематичното отклонение ε . Другите три криви се отнасят до последователностите на уравнения (7.2), изобразени с лилава линия, (7.3) с червена линия и (7.4) с черна линия.

Профилите на предаване и изолация за трите конфигурации (7.2), (7.3) и (7.4) са показани на фигури 7.3 и 7.4. Може да се забележи, че за всички тези композитни изолатори предаването и изолацията са много по-ефективни от тези на изолаторите, използващи един ротатор (синя крива). Изолацията над 10 dB в област от 200 nm може да се види от Фигура 7.4 и това е много по-широк спектрален диапазон в сравнение със случая на използване само на един Фарадеев ротатор (около 20 nm на нивото на 10 dB).

7.5 Заключение

Ние представихме нов начин за конструиране на широколентови нерещипрочни поляризационни четвърт-вълнови пластини. Предложената широколентова нерещипрочна поляризационна четвърт-вълнова пластина може да се използва в комбинация с широколентова рещипрочна поляризационна четвърт-вълнова пластина за изграждане на широколентов оптичен изолатор.



Фигура 7.4: Същото като Фигура 7.3, но вместо систематично отклонение ϵ ние използваме параметъра за дължина на вълната.

ОБЩИ ИЗВОДИ И ПЕРСПЕКТИВИ

В тази дисертация са изследвани композитните импулси — мощната техника за квантово управление от ядрено-магнитния резонанс — и нейните широки приложения, които са нови или не са докладвани досега в литературата. Дисертацията показва приложимостта на метода към математически различни видове целеви проблеми. Основната цел на дисертацията е да насърчи широк кръг от изследователи както в класическата, така и в квантовата физика, да използват тази магическа и многостранна техника за своите изследователски задачи. Дисертацията разглежда няколко специализирани приложения, а именно в квантовите изчисления и квантовата информация, квантовата криптография и квантовите мрежи, квантовите сензори и поляризационната оптика.

В Глава 2 са представени редица ширококолентови композитни импулсни последователности без фазови изкривявания за три основни квантови гейта — X, Адамар и произволна ротация. По същия начин са представени редица ширококолентови композитни импулсни последователности без фазово изкривяване за четири основни квантови фазови гейта — Z, S, T и произволен фазов гейт в Глава 3. В Глава 4 са изведени композитни ротационни квантови гейтове с тясна лента и лента на пропускане — гейтовете X, на Адамар и произволна ротация. Стабилни композитни импулси с ултрамалка вероятност на преход, които са предмет на Глава 5, позволяват да се конструира детерминистичен и високоефективен източник за генериране на единични фотони. Методологията за извеждане и възможностите на ултраширококолентов тип (ултрастабилни) и ултратясноколентов тип (ултрачувствителни) композитни импулси е представена в Глава 6. В Глава 7 е представен нов начин за конструиране на ширококолентови нересипрочни поляризационни четвъртвълнови плочи чрез композитни импулсни параметри.

Композитният подход е уникален в сравнение с всички други контролни методи с това, че предлага комбинация от много висока прецизност на операциите (квантовите гейтове) и устойчивост към експериментални грешки. Нещо повече, той предлага гъвкавост и адаптируемост към конкретни задачи с помощта на неголям брой контролни параметри — нещо, което не е по възможностите на никой друг контролен метод. Следователно разнообразните резултати в тази дисерта-

ция, всички обединени от идеята за композитен контрол, могат да намерят приложения в редица направления в квантовата информатика, където обработката на квантовата информация с много висока прецизност, независимо от наличието на експериментални грешки и шумове, е от ключово значение за създаването на работещи и полезни авангардни квантови технологии.

ПУБЛИКАЦИИ И ДОКЛАДЫ

а.1 Публикации

1. Hayk L. Gevorgyan and Nikolay V. Vitanov, “Ultrahigh-fidelity composite rotational quantum gates” published in Physical Review A, 104 (1), 012609 (2021), DOI: [10.1103/physreva.104.012609](https://doi.org/10.1103/physreva.104.012609).
2. Hayk L. Gevorgyan and Nikolay V. Vitanov, “Ultrahigh-fidelity composite quantum phase gates”, arXiv:2306.10340 [quant-ph], DOI: [10.48550/arXiv.2306.10340](https://doi.org/10.48550/arXiv.2306.10340).
3. Hayk L. Gevorgyan and Nikolay V. Vitanov, “Deterministic generation of arbitrary ultrasmall excitation of quantum systems by composite pulse sequences”, arXiv:2306.13209 [quant-ph], DOI: [10.48550/arXiv.2306.13209](https://doi.org/10.48550/arXiv.2306.13209)
4. Hayk L. Gevorgyan and Nikolay V. Vitanov, “Narrowband and passband composite rotational quantum gates”, to be submitted for publication.
5. Hayk L. Gevorgyan, “Ultrabroadband and Ultranarrowband Composite Polarization Half-Waveplates” published in Optica High-brightness Sources and Light-driven Interactions Congress 2022, Technical Digest Series (Optica Publishing Group, 2022), paper EF3A.5, DOI: [10.1364/EUVXRAY.2022.EF3A.5](https://doi.org/10.1364/EUVXRAY.2022.EF3A.5).
6. Hayk L. Gevorgyan, Andon A. Rangelov and Nikolay V. Vitanov, “Broadband composite nonreciprocal polarization wave plates and optical isolators”, arXiv:2305.06431 [physics.optics], DOI: [10.48550/arXiv.2305.06431](https://doi.org/10.48550/arXiv.2305.06431), submitted for publication

а.2 Доклады и постери

1. H. L. Gevorgyan, N. V. Vitanov, “High-Fidelity Composite Rotation Gates”, Control of Quantum Dynamics of Atoms, Molecules, and Ensembles by Light, CAMEL-XV, June 2019, Nessebar, Bulgaria.

2. H. L. Gevorgyan, N. V. Vitanov, “Ultrahigh-Fidelity Composite Rotation Gates”, Gordon Research Conference “Quantum Control of Light and Matter”, GRC, August 2019, Salve Regina University, New Port, RI, USA.
3. H. L. Gevorgyan, N. V. Vitanov, “Ultrahigh-Fidelity Composite Rotation Gates”, MSCA-ITN: Light-Matter Interfaces for Quantum Enhanced Technologies, LIMQUET-2019, September 2019, Nessebar, Bulgaria.
4. H. L. Gevorgyan, N. V. Vitanov, “Composite pulses for ultrahigh-precision applications: quantum computing and more”, MSCA-ITN: Light-Matter Interfaces for Quantum Enhanced Technologies, LIMQUET-2021, September 2021, Oxford, UK.
5. H. L. Gevorgyan, N. V. Vitanov, “Ultrabroadband (bat) and ultranarrowband (snake) composite π pulses”, The 9th International Symposium "Optics & its applications 2022 Optics-2022, January 2022, Yerevan – Ashtarak, Armenia.
6. H. L. Gevorgyan, N. V. Vitanov, “Ultrahigh-fidelity robust composite quantum phase gates”, The 9th International Symposium "Optics & its applications 2022 Optics-2022, January 2022, Yerevan – Ashtarak, Armenia.
7. H. L. Gevorgyan, N. V. Vitanov, “Ultrabroadband and Ultranarrowband Composite Polarization Half-Waveplates”, High-Brightness Sources and Light-Driven Interactions Congress, OPTICA, March 2022, Budapest, Hungary.

БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] C. D. West и A. S. Makas, „The Spectral Dispersion of Birefringence, Especially of Birefringent Plastic Sheets”, *Journal of the Optical Society of America*, т. 39, № 9, с. 791–794, 1949. doi: <https://doi.org/10.1364/JOSA.39.000791>.
- [2] M. G. Destriau и J. Prouteau, „Réalisation d'un quart d'onde quasi achromatique par juxtaposition de deux lames cristallines de même nature”, *Le Journal de Physique et le Radium*, т. 10, № 2, с. 53–55, 1949. doi: <https://doi.org/10.1051/jphysrad:0194900100205300>.
- [3] S. Pancharatnam, „Achromatic combinations of birefringent plates. Part I: an achromatic circular polarizer”, *Proceedings of the Indian Academy of Sciences, Section A*, т. 41, № 4, с. 130–136, 1955. url: <https://doi.org/10.1007/bf03047097>.
- [4] S. Pancharatnam, „Achromatic combinations of birefringent plates. Part II: an achromatic quarter-WP”, *Proceedings of the Indian Academy of Sciences*, т. 41, № 4, с. 137–144, 1955. url: <https://doi.org/10.1007/BF03047098>.
- [5] S. E. Harris, E. O. Ammann и I. C. Chang, „Optical Network Synthesis Using Birefringent Crystals. I. Synthesis of Lossless Networks of Equal-Length Crystals”, *Journal of the Optical Society of America*, т. 54, № 10, с. 1267–1279, 1964. doi: <https://doi.org/10.1364/JOSA.54.001267>.
- [6] C. M. McIntyre и S. E. Harris, „Achromatic Wave Plates for the Visible Spectrum”, *Journal of the Optical Society of America*, т. 58, № 12, с. 1575–1580, 1968. doi: <https://doi.org/10.1364/JOSA.58.001575>.
- [7] T. Peters, S. S. Ivanov, D. Englisch, A. A. Rangelov, N. V. Vitanov и T. Halfmann, „Variable ultrabroadband and narrowband composite polarization retarders”, *Applied Optics*, т. 51, № 31, с. 7466–7474, 2012. doi: <https://doi.org/10.1364/AO.51.007466>.
- [8] S. S. Ivanov, A. A. Rangelov, N. V. Vitanov, T. Peters и T. Halfmann, „Highly efficient broadband conversion of light polarization by composite retarders”, *Journal of the Optical Society of America A*, т. 29, № 3, с. 265–269, 2012. doi: <https://doi.org/10.1364/JOSAA.29.000265>.
- [9] E. S. Dimova, S. S. Ivanov, G. S. Popkirov и N. V. Vitanov, „Highly efficient broadband polarization retarders and tunable polarization filters made of composite stacks of ordinary wave plates”, *Journal of the Optical Society of America A*, т. 31, № 5, с. 952–956, 2014. doi: <https://doi.org/10.1364/JOSAA.31.000952>.
- [10] B. W. Shore, A. Rangelov, N. V. Vitanov и K. Bergmann, „Piecewise Adiabatic Passage in Polarization Optics: an Achromatic Polarization Rotator”, *Advances in Chemical Physics*, т. 159, с. 219–234, 2016. doi: <https://doi.org/10.1002/9781119096276.ch5>.
- [11] S. Gulde, M. Riebe, G. P. T. Lancaster, C. Becher, J. Eschner, H. Häffner, F. Schmidt-Kaler, I. L. Chuang и R. Blatt, „Implementation of the Deutsch–Jozsa algorithm on an ion-trap quantum computer”, *Nature (London)*, т. 421, № 6918, с. 48–50, 2003. doi: <https://doi.org/10.1038/nature01336>.
- [12] F. Schmidt-Kaler, H. Häffner, M. Riebe, S. Gulde, G. P. T. Lancaster, T. Deuschle, C. Becher, C. F. Roos, J. Eschner и R. Blatt, „Realization of the Cirac–Zoller controlled-NOT quantum gate”, *Nature (London)*, т. 422, № 6930, с. 408–411, 2003. doi: <https://doi.org/10.1038/nature01494>.
- [13] H. Häffner, C. F. Roos и R. Blatt, „Quantum computing with trapped ions”, *Physics Reports*, т. 469, № 4, с. 155–203, 2008. doi: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2008.09.003>.
- [14] N. Timoney, V. Elman, S. Glaser, C. Weiss, M. Johanning, W. Neuhauser и C. Wunderlich, „Error-resistant single-qubit gates with trapped ions”, *Physical Review A*, т. 77, № 5, с. 052334, 1–7, 2008. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.77.052334>.

- [15] T. Monz, K. Kim, W. Hänsel, M. Riebe, A. S. Villar, P. Schindler, M. Chwalla, M. Hennrich и R. Blatt, „Realization of the Quantum Toffoli Gate with Trapped Ions”, *Physical Review Letters*, т. 102, № 4, с. 040501, 1–4, 2009. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.040501>.
- [16] G. Zarantonello, H. Hahn, J. Morgner, M. Schulte, A. Bautista-Salvador, R. F. Werner, K. Hammerer и C. Ospelkaus, „Robust and Resource-Efficient Microwave Near-Field Entangling ${}^9\text{Be}^+$ Gate”, *Physical Review Letters*, т. 123, № 26, с. 260503, 1–6, 2019. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.123.260503>.
- [17] C. M. Shappert, J. T. Merrill, K. R. Brown, J. M. Amini, C. Volin, S. C. Doret, H. Hayden, C.-S. Pai, K. R. Brown и A. W. Harter, „Spatially uniform single-qubit gate operations with near-field microwaves and composite pulse compensation”, *New Journal of Physics*, т. 15, № 8, с. 083053, 1–12, 2013. doi: <https://doi.org/10.1088/1367-2630/15/8/083053>.
- [18] E. Mount, C. Kabytayev, S. Crain, R. Harper, S.-Y. Baek, G. Vrijsen, S. T. Flammia, K. R. Brown, P. Maunz и J. Kim, „Error compensation of single-qubit gates in a surface-electrode ion trap using composite pulses”, *Physical Review A*, т. 92, № 6, с. 060301, 1–5, 2015. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.92.060301>.
- [19] W. Rakreungdet, J. H. Lee, K. F. Lee, B. E. Mischuck, E. Montano и P. S. Jessen, „Accurate microwave control and real-time diagnostics of neutral-atom qubits”, *Physical Review A*, т. 79, № 2, с. 022316, 1–9, 2009. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.79.022316>.
- [20] D. Schraft, T. Halfmann, G. T. Genov и N. V. Vitanov, „Experimental demonstration of composite adiabatic passage”, *Physical Review A*, т. 88, № 6, с. 063406, 1–9, 2013. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.88.063406>.
- [21] G. T. Genov, D. Schraft, N. V. Vitanov и T. Halfmann, „Arbitrarily Accurate Pulse Sequences for Robust Dynamical Decoupling”, *Physical Review Letters*, т. 118, № 3, с. 133202, 1–5, 2017. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.118.133202>.
- [22] A. Bruns, G. T. Genov, M. Hain, N. V. Vitanov и T. Halfmann, „Experimental demonstration of composite stimulated Raman adiabatic passage”, *Physical Review A*, т. 98, № 5, с. 053413, 1–10, 2018. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.98.053413>.
- [23] X. Wang, L. S. Bishop, J. P. Kestner, E. Barnes, K. Sun и S. D. Sarma, „Composite pulses for robust universal control of singlet–triplet qubits”, *Nature Communications*, т. 3, с. 997, 1–7, 2012. doi: <https://doi.org/10.1038/ncomms2003>.
- [24] J. P. Kestner, X. Wang, L. S. Bishop, E. Barnes и S. D. Sarma, „Noise-Resistant Control for a Spin Qubit Array”, *Physical Review Letters*, т. 110, № 14, с. 140502, 1–5, 2013. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.140502>.
- [25] X. Wang, L. S. Bishop, E. Barnes, J. P. Kestner и S. D. Sarma, „Robust quantum gates for singlet-triplet spin qubits using composite pulses”, *Physical Review A*, т. 89, № 2, с. 022310, 1–20, 2014. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.89.022310>.
- [26] C. Zhang, R. E. Throckmorton, X.-C. Yang, X. Wang, E. Barnes и S. D. Sarma, „Randomized Benchmarking of Barrier versus Tilt Control of a Singlet-Triplet Qubit”, *Physical Review Letters*, т. 118, № 21, с. 216802, 1–6, 2017. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.118.216802>.
- [27] G. T. Hickman, X. Wang, J. P. Kestner и S. D. Sarma, „Dynamically corrected gates for an exchange-only qubit”, *Physical Review B*, т. 88, № 16, с. 161303, 1–5, 2013. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.88.161303>.
- [28] K. Eng и др., „Isotopically enhanced triple-quantum-dot qubit”, *Science Advances*, т. 1, № 4, e1500214, 1–7, 2015. doi: <https://doi.org/10.1126/sciadv.1500214>.
- [29] X. Rong, J. Geng, F. Shi, Y. Liu, K. Xu, W. Ma, F. Kong, Z. Jiang, Y. Wu и J. Du, „Experimental fault-tolerant universal quantum gates with solid-state spins under ambient conditions”, *Nature Communications*, т. 6, с. 8748, 1–7, 2015. doi: <https://doi.org/10.1038/ncomms9748>.

- [30] T. Zanon-Willette, R. Lefevre, R. Metzдорff, N. Sillitoe, S. Almonacil, M. Minissale, E. de Clercq, A. V. Taichenachev, V. I. Yudin и E. Arimondo, „Composite laser-pulses spectroscopy for high-accuracy optical clocks: a review of recent progress and perspectives”, *Reports on Progress in Physics*, т. 81, с. 094401, 1–35, 2018. doi: <https://doi.org/10.1088/1361-6633/aac9e9>.
- [31] D. L. Butts, K. Kotru, J. M. Kinast, A. M. Radojevic, B. P. Timmons и R. E. Stoner, „Efficient broadband Raman pulses for large-area atom interferometry”, *Journal of the Optical Society of America B*, т. 30, № 4, с. 922–927, 2013. doi: <https://doi.org/10.1364/JOSAB.30.000922>.
- [32] A. Dunning, R. Gregory, J. Bateman, N. Cooper, M. Himsforth, J. A. Jones и T. Freearge, „Composite pulses for interferometry in a thermal cold atom cloud”, *Physical Review A*, т. 90, № 3, с. 033608, 1–10, 2014. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.90.033608>.
- [33] P. Berg, S. Abend, G. Tackmann, C. Schubert, E. Giese, W. P. Schleich, F. A. Narducci, W. Ertmer и E. M. Rasel, „Composite-Light-Pulse Technique for High-Precision Atom Interferometry”, *Physical Review Letters*, т. 114, № 6, с. 063002, 1–5, 2015. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.114.063002>.
- [34] G. Demeter, „Composite pulses for high-fidelity population inversion in optically dense, inhomogeneously broadened atomic ensembles”, *Physical Review A*, т. 93, № 2, с. 023830, 1–8, 2016. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.93.023830>.
- [35] C. D. Aiello, M. Hirose и P. Cappellaro, „Composite-pulse magnetometry with a solid-state quantum sensor”, *Nature Communications*, т. 4, с. 1419, 1–6, 2013. doi: <https://doi.org/10.1038/ncomms2375>.
- [36] C. Ventura-Velázquez, B. J. Ávila, E. Kyoseva и B. M. Rodríguez-Lara, „Robust optomechanical state transfer under composite phase driving”, *Scientific Reports*, т. 9, № 1, с. 4382, 1–10, 2019. doi: <https://doi.org/10.1038/s41598-019-40492-y>.
- [37] S. Wimperis, „Broadband, Narrowband, and Passband Composite Pulses for Use in Advanced NMR Experiments”, *Journal of Magnetic Resonance, Series A*, т. 109, № 2, с. 221–231, 1994. doi: <https://doi.org/10.1006/jmra.1994.1159>.
- [38] H. K. Cummins, G. Llewellyn и J. A. Jones, „Tackling systematic errors in quantum logic gates with composite rotations”, *Physical Review A*, т. 67, № 4, с. 042308, 1–6, 2003. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.67.042308>.
- [39] R. Tycko, H. M. Cho, E. Schneider и A. Pines, „Composite Pulses without Phase Distortion”, *Journal of Magnetic Resonance*, т. 61, № 1, с. 90–101, 1985. doi: [https://doi.org/10.1016/0022-2364\(85\)90270-7](https://doi.org/10.1016/0022-2364(85)90270-7).
- [40] M. H. Levitt, „Composite pulses”, *Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy*, т. 18, № 2, с. 61–122, 1986. doi: [https://doi.org/10.1016/0079-6565\(86\)80005-x](https://doi.org/10.1016/0079-6565(86)80005-x).
- [41] M. H. Levitt, „Composite Pulses”, *Encyclopedia of Magnetic Resonance*, с. 1–16, 2007. doi: <https://doi.org/10.1002/9780470034590.emrstm0086>.
- [42] J. T. Merrill и K. R. Brown, „Progress in Compensating Pulse Sequences for Quantum Computation”, *Advances in Chemical Physics: Quantum Information and Computation for Chemistry*, т. 154, с. 241–294, 2014. doi: <https://doi.org/10.1002/9781118742631.ch10>.
- [43] K. R. Brown, A. W. Harrow и I. L. Chuang, „Arbitrarily accurate composite pulse sequences”, *Physical Review A*, т. 70, № 5, с. 052318, 1–4, 2004. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.70.052318>.
- [44] T. Ichikawa, M. Bando, Y. Kondo и M. Nakahara, „Geometric aspects of composite pulses”, *Philosophical Transactions of The Royal Society A*, т. 370, № 1976, с. 4671–4689, 2012. doi: <https://doi.org/10.1098/rsta.2011.0358>.
- [45] H. L. Gevorgyan и N. V. Vitanov, „Ultrahigh-fidelity composite rotational quantum gates”, *Physical Review A*, т. 104, № 1, с. 012609, 1–12, 2021. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.104.012609>.
- [46] H. L. Gevorgyan и N. V. Vitanov, „Ultrahigh-fidelity composite quantum phase gates”, arXiv:2306.10340 [quant-ph], 2023. doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2306.10340>.

- [47] H. L. Gevorgyan, „Ultrabroadband and Ultranarrowband Composite Polarization Half-Waveplates”, в Compact EUV & X-ray Light Sources, Optica High-brightness Sources and Light-driven Interactions Congress, Technical Digest Series (Optica Publishing Group), 2022, EF3A–5, 1–2. doi: <https://doi.org/10.1364/EUVXRAY.2022.EF3A.5>.
- [48] H. L. Gevorgyan, A. A. Rangelov и N. V. Vitanov, „Broadband composite nonreciprocal polarization wave plates and optical isolators”, arXiv:2305.06431 [physics.optics], 2023. doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2305.06431>.
- [49] N. V. Vitanov, T. Halfmann, B. W. Shore и K. Bergmann, „Laser-induced population transfer by adiabatic passage techniques”, Annual Review of Physical Chemistry, т. 52, № 1, с. 763–809, 2001. doi: <https://10.1146/annurev.physchem.52.1.763>.
- [50] L. D. Landau, „Zur theorie der energieubertragung ii”, Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion, т. 2, с. 46–51, 1932.
- [51] E. Majorana, „Atomi orientati in campo magnetico variabile”, Il Nuovo Cimento (1924-1942), т. 9, № 2, с. 43–50, 1932. doi: <https://doi.org/10.1007/BF02960953>.
- [52] E. C. G. Stückelberg, „Theorie der unelastischen Stösse zwischen Atomen”, Helvetica Physica Acta, т. 5, с. 369, 1932.
- [53] C. Zener, „Non-adiabatic crossing of energy levels”, Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, т. 137, № 833, с. 696–702, 1932. doi: <https://10.1098/rspa.1932.0165>.
- [54] L. P. Yatsenko, N. V. Vitanov, B. W. Shore, T. Rickes и K. Bergmann, „Creation of coherent superpositions using Stark-chirped rapid adiabatic passage”, Optics Communications, т. 204, № 1-6, с. 413–423, 2002. doi: [https://doi.org/10.1016/S0030-4018\(02\)01303-2](https://doi.org/10.1016/S0030-4018(02)01303-2).
- [55] N. V. Vitanov и B. W. Shore, „Stimulated Raman adiabatic passage in a two-state system”, Physical Review A, т. 73, № 5, с. 053402, 1–4, 2006. doi: <https://10.1103/physreva.73.053402>.
- [56] R. Yamazaki, K.-i. Kanda, F. Inoue, K. Toyoda и S. Urabe, „Robust generation of superposition states”, Physical Review A, т. 78, № 2, с. 023808, 1–6, 2008. doi: <https://10.1103/physreva.78.023808>.
- [57] K. N. Zlatanov и N. V. Vitanov, „Adiabatic generation of arbitrary coherent superpositions of two quantum states: Exact and approximate solutions”, Physical Review A, т. 96, № 1, с. 013415, 1–10, 2017. doi: <https://10.1103/physreva.96.013415>.
- [58] J. Randall, A. M. Lawrence, S. C. Webster, S. Weidt, N. V. Vitanov и W. K. Hensinger, „Generation of high-fidelity quantum control methods for multilevel systems”, Physical Review A, т. 98, № 4, с. 043414, 1–9, 2018. doi: <https://10.1103/physreva.98.043414>.
- [59] N. V. Vitanov, A. A. Rangelov, B. W. Shore и K. Bergmann, „Stimulated Raman adiabatic passage in physics, chemistry, and beyond”, Reviews of Modern Physics, т. 89, № 1, с. 015006, 1–66, 2017. doi: <https://10.1103/revmodphys.89.015006>.
- [60] K. N. Zlatanov и N. V. Vitanov, „Generation of arbitrary qubit states by adiabatic evolution split by a phase jump”, Physical Review A, т. 101, № 1, с. 013426, 1–9, 2020. doi: <https://10.1103/physreva.101.013426>.
- [61] P. Marte, P. Zoller и J. L. Hall, „Coherent atomic mirrors and beam splitters by adiabatic passage in multilevel systems”, Physical Review A, т. 44, № 7, R4118–R4121, 1991. doi: <https://10.1103/physreva.44.r4118>.
- [62] M. Weitz, B. C. Young и S. Chu, „Atomic interferometer based on adiabatic population transfer”, Physical Review Letters, т. 73, № 19, с. 2563–2566, 1994. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.73.2563>.
- [63] N. V. Vitanov, K. A. Suominen и B. W. Shore, „Creation of coherent atomic superpositions by fractional stimulated Raman adiabatic passage”, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, т. 32, № 18, с. 4535–4546, 1999. doi: <https://10.1088/0953-4075/32/18/312>.
- [64] R. Unanyan, M. Fleischhauer, B. W. Shore и K. Bergmann, „Robust creation and phase-sensitive probing of superposition states via stimulated Raman adiabatic passage (STIRAP) with degenerate dark states”, Optics Communications, т. 155, № 1-3, с. 144–154, 1998. doi: [https://doi.org/10.1016/S0030-4018\(98\)00358-7](https://doi.org/10.1016/S0030-4018(98)00358-7).

- [65] H. Theuer, R. G. Unanyan, C. Habscheid, K. Klein и К. Bergmann, „Novel laser controlled variable matter wave beamsplitter”, *Optics Express*, т. 4, № 2, с. 77–83, 1999. doi: <https://doi.org/10.1364/oe.4.000077>.
- [66] F. Vewinger, M. Heinz, R. G. Fernandez, N. V. Vitanov и К. Bergmann, „Creation and measurement of a coherent superposition of quantum states”, *Physical Review Letters*, т. 91, № 21, с. 213001, 1–4, 2003. doi: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.91.213001>.
- [67] P. A. Ivanov, B. T. Torosov и N. V. Vitanov, „Navigation between quantum states by quantum mirrors”, *Physical Review A*, т. 75, № 1, с. 012323, 1–9, 2007. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.75.012323>.
- [68] B. Rousseaux, S. Guérin и N. V. Vitanov, „Arbitrary qudit gates by adiabatic passage”, *Physical Review A*, т. 87, № 3, с. 032328, 1–4, 2013. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.87.032328>.
- [69] M. H. Levitt и R. Freeman, „NMR population inversion using a composite pulse”, *Journal of Magnetic Resonance (1969)*, т. 33, № 2, с. 473–476, 1979. doi: [https://doi.org/10.1016/0022-2364\(79\)90265-8](https://doi.org/10.1016/0022-2364(79)90265-8).
- [70] R. Freeman, S. P. Kempell и M. H. Levitt, „Radiofrequency pulse sequences which compensate their own imperfections”, *Journal of Magnetic Resonance (1969)*, т. 38, № 3, с. 453–479, 1980. doi: [https://doi.org/10.1016/0022-2364\(80\)90327-3](https://doi.org/10.1016/0022-2364(80)90327-3).
- [71] M. H. Levitt, „Symmetrical composite pulse sequences for NMR population inversion. I. Compensation of radiofrequency field inhomogeneity”, *Journal of Magnetic Resonance (1969)*, т. 48, № 2, с. 234–264, 1982. doi: [https://doi.org/10.1016/0022-2364\(82\)90275-X](https://doi.org/10.1016/0022-2364(82)90275-X).
- [72] M. H. Levitt и R. R. Ernst, „Composite pulses constructed by a recursive expansion procedure”, *Journal of Magnetic Resonance (1969)*, т. 55, № 2, с. 247–254, 1983. doi: [https://doi.org/10.1016/0022-2364\(83\)90236-6](https://doi.org/10.1016/0022-2364(83)90236-6).
- [73] S. Wimperis, „Broadband and narrowband composite excitation sequences”, *Journal of Magnetic Resonance (1969)*, т. 86, № 1, с. 46–59, 1990. doi: [https://doi.org/10.1016/0022-2364\(90\)90210-z](https://doi.org/10.1016/0022-2364(90)90210-z).
- [74] S. Wimperis, „Iterative schemes for phase-distortionless composite 180° pulses”, *Journal of Magnetic Resonance (1969)*, т. 93, № 1, с. 199–206, 1991. doi: [https://doi.org/10.1016/0022-2364\(91\)90043-s](https://doi.org/10.1016/0022-2364(91)90043-s).
- [75] B. T. Torosov и N. V. Vitanov, „Smooth composite pulses for high-fidelity quantum information processing”, *Physical Review A*, т. 83, № 5, с. 053420, 1–7, 2011. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.83.053420>.
- [76] B. T. Torosov, S. Guérin и N. V. Vitanov, „High-fidelity adiabatic passage by composite sequences of chirped pulses”, *Physical Review Letters*, т. 106, № 23, с. 233001, 1–4, 2011. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.233001>.
- [77] G. T. Genov, D. Schraft, T. Halfmann и N. V. Vitanov, „Correction of Arbitrary Field Errors in Population Inversion of Quantum Systems by Universal Composite Pulses”, *Physical Review Letters*, т. 113, № 4, с. 043001, 1–5, 2014. doi: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.113.043001>.
- [78] R. Tycko и A. Pines, „Iterative schemes for broad-band and narrow-band population inversion in NMR”, *Chemical Physics Letters*, т. 111, № 4-5, с. 462–467, 1984. doi: [https://doi.org/10.1016/0009-2614\(84\)85541-4](https://doi.org/10.1016/0009-2614(84)85541-4).
- [79] R. Tycko, A. Pines и J. Guckenheimer, „Fixed point theory of iterative excitation schemes in NMR”, *The Journal of Chemical Physics*, т. 83, № 6, с. 2775–2802, 1985. doi: <https://doi.org/10.1063/1.449228>.
- [80] A. J. Shaka и R. Freeman, „Spatially selective radiofrequency pulses”, *Journal of Magnetic Resonance (1969)*, т. 59, № 1, с. 169–176, 1984. doi: [https://doi.org/10.1016/0022-2364\(84\)90297-x](https://doi.org/10.1016/0022-2364(84)90297-x).
- [81] N. V. Vitanov, „Arbitrarily accurate narrowband composite pulse sequences”, *Physical Review A*, т. 84, № 6, с. 065404, 1–4, 2011. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.84.065404>.

- [82] S. S. Ivanov и N. V. Vitanov, „High-fidelity local addressing of trapped ions and atoms by composite sequences of laser pulses”, *Optics Letters*, т. 36, № 7, с. 1275–1277, 2011. doi: <https://doi.org/10.1364/ol.36.001275>.
- [83] B. T. Torosov, S. S. Ivanov и N. V. Vitanov, „Narrowband and passband composite pulses for variable rotations”, *Physical Review A*, т. 102, № 1, с. 013105, 1–6, 2020. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.102.013105>.
- [84] H. M. Cho, R. Tycko, A. Pines и J. Guckenheimer, „Iterative maps for bistable excitation of two-level systems”, *Physical Review Letters*, т. 56, № 18, с. 1905–1908, 1986. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.56.1905>.
- [85] H. Cho, J. Baum и A. Pines, „Iterative maps with multiple fixed points for excitation of two level systems”, *The Journal of Chemical Physics*, т. 86, № 6, с. 3089–3106, 1987. doi: <https://doi.org/10.1063/1.452020>.
- [86] S. Wimperis, „Composite pulses with rectangular excitation and inversion profiles”, *Journal of Magnetic Resonance (1969)*, т. 83, № 3, с. 509–524, 1989. doi: [https://doi.org/10.1016/0022-2364\(89\)90346-6](https://doi.org/10.1016/0022-2364(89)90346-6).
- [87] E. Kyoseva и N. V. Vitanov, „Arbitrarily accurate passband composite pulses for dynamical suppression of amplitude noise”, *Physical Review A*, т. 88, № 6, с. 063410, 1–7, 2013. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.88.063410>.
- [88] J. A. Jones, „Designing short robust NOT gates for quantum computation”, *Physical Review A*, т. 87, № 5, с. 052317, 1–11, 2013. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.87.052317>.
- [89] J. A. Jones, „Nested composite NOT gates for quantum computation”, *Physics Letters A*, т. 377, № 40, с. 2860–2862, 2013. doi: <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2013.08.040>.
- [90] S. Husain, M. Kawamura и J. A. Jones, „Further analysis of some symmetric and antisymmetric composite pulses for tackling pulse strength errors”, *Journal of Magnetic Resonance*, т. 230, с. 145–154, 2013. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmr.2013.02.007>.
- [91] B. T. Torosov и N. V. Vitanov, „High-fidelity error-resilient composite phase gates”, *Physical Review A*, т. 90, № 1, с. 012341, 1–5, 2014. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.90.012341>.
- [92] J. A. Jones, „Robust Ising gates for practical quantum computation”, *Physical Review A*, т. 67, № 1, с. 012317, 1–3, 2003. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.67.012317>.
- [93] J. A. Jones, „Suppressing weak Ising couplings: tailored gates for quantum computation”, *Physics Letters A*, т. 316, № 1-2, с. 24–28, 2003. doi: [https://doi.org/10.1016/s0375-9601\(03\)01130-7](https://doi.org/10.1016/s0375-9601(03)01130-7).
- [94] L. Xiao и J. A. Jones, „Robust logic gates and realistic quantum computation”, *Physical Review A*, т. 73, № 3, с. 032334, 1–5, 2006. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.73.032334>.
- [95] W. G. Alway и J. A. Jones, „Arbitrary precision composite pulses for NMR quantum computing”, *Journal of Magnetic Resonance*, т. 189, № 1, с. 114–120, 2007. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmr.2007.09.001>.
- [96] C. D. Hill, „Robust controlled-NOT gates from almost any interaction”, *Physical Review Letters*, т. 98, № 18, с. 180501, 1–4, 2007. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.180501>.
- [97] M. J. Testolin, C. D. Hill, C. J. Wellard и L. C. L. Hollenberg, „Robust controlled-NOT gate in the presence of large fabrication-induced variations of the exchange interaction strength”, *Physical Review A*, т. 76, № 1, с. 012302, 1–8, 2007. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.76.012302>.
- [98] S. S. Ivanov и N. V. Vitanov, „Composite two-qubit gates”, *Physical Review A*, т. 92, № 2, с. 022333, 1–8, 2015. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.92.022333>.
- [99] S. S. Ivanov и N. V. Vitanov, „Scalable uniform construction of highly conditional quantum gates”, *Physical Review A*, т. 84, № 2, с. 022319, 1–5, 2011. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.84.022319>.
- [100] J. A. Jones, „Quantum computing with NMR”, *Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy*, т. 59, № 2, с. 91–120, 2011. doi: <https://doi.org/10.1016/j.pnmrs.2010.11.001>.

- [101] B. T. Torosov и N. V. Vitanov, „Composite pulses with errant phases”, *Physical Review A*, т. 100, № 2, с. 023410, 1–9, 2019. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.100.023410>.
- [102] M. A. Nielsen и I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, 2000.
- [103] L. M. K. Vandersypen и I. L. Chuang, „NMR techniques for quantum control and computation”, *Reviews of Modern Physics*, т. 76, № 4, с. 1037–1069, 2005. doi: <https://doi.org/10.1103/revmodphys.76.1037>.
- [104] A. Abraham, *The Principles of Nuclear Magnetism*. Clarendon, Oxford, 1961.
- [105] R. Freeman, *Spin Choreography: Basic Steps in High Resolution NMR*, 1997.
- [106] R. S. Said и J. Twamley, „Robust control of entanglement in a nitrogen-vacancy center coupled to a ^{13}C nuclear spin in diamond”, *Physical Review A*, т. 80, № 3, с. 032303, 1–7, 2009. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.80.032303>.
- [107] E. Collin, G. Ithier, A. Aassime, P. Joyez, D. Vion и D. Esteve, „NMR-like control of a quantum bit superconducting circuit”, *Physical Review Letters*, т. 93, № 15, с. 157005, 1–4, 2004. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.157005>.
- [108] C. M. Collins, Z. Wang, W. Mao, J. Fang, W. Liu и M. B. Smith, „Array-optimized composite pulse for excellent whole-brain homogeneity in high-field MRI”, *Magnetic Resonance in Medicine*, т. 57, № 3, с. 470–474, 2007. doi: <https://doi.org/10.1002/mrm.21172>.
- [109] H. K. Cummins и J. A. Jones, „Use of composite rotations to correct systematic errors in NMR quantum computation”, *New Journal of Physics*, т. 2, № 1, 6.1–6.12, 2000. doi: <https://doi.org/10.1088/1367-2630/2/1/006>.
- [110] M. Riebe, H. Häffner, C. F. Roos, W. Hänsel, J. Benhelm, G. P. T. Lancaster, T. W. Körber, C. Becher, F. Schmidt-Kaler, D. F. V. James и др., „Deterministic quantum teleportation with atoms”, *Nature*, т. 429, № 6993, с. 734–737, 2004. doi: <https://doi.org/10.1038/nature02570>.
- [111] M. D. Barrett, J. Chiaverini, T. Schaetz, J. Britton, W. M. Itano, J. D. Jost, E. Knill, C. Langer, D. Leibfried, R. Ozeri и др., „Deterministic quantum teleportation of atomic qubits”, *Nature*, т. 429, № 6993, с. 737–739, 2004. doi: <https://doi.org/10.1038/nature02608>.
- [112] N. F. Scherer, R. J. Carlson, A. Matro, M. Du, A. J. Ruggiero, V. Romero-Rochin, J. A. Cina, G. R. Fleming и S. A. Rice, „Fluorescence-detected wave packet interferometry: Time resolved molecular spectroscopy with sequences of femtosecond phase-locked pulses”, *The Journal of Chemical Physics*, т. 95, № 3, с. 1487–1511, 1991. doi: <https://doi.org/10.1063/1.461064>.
- [113] X.-C. Yang, M.-H. Yung и X. Wang, „Neural-network-designed pulse sequences for robust control of singlet-triplet qubits”, *Physical Review A*, т. 97, № 4, с. 042324, 1–9, 2018. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.97.042324>.
- [114] M. Bando, T. Ichikawa, Y. Kondo, N. Nemoto, M. Nakahara и Y. Shikano, „Concatenated composite pulses applied to liquid-state nuclear magnetic resonance spectroscopy”, *Scientific Reports*, т. 10, № 1, с. 2126, 1–10, 2020. doi: <https://doi.org/10.1038/s41598-020-58823-9>.
- [115] A. A. Rangelov и E. Kyoseva, „Broadband composite polarization rotator”, *Optics Communications*, т. 338, с. 574–577, 2015. doi: <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2014.11.037>.
- [116] B. W. Shore, *The Theory of Coherent Atomic Excitation*. Wiley, 1990.
- [117] B. W. Shore, *Manipulating Quantum Structures Using Laser Pulses*. Cambridge University Press, 2011.
- [118] D. Guéry-Odelin, A. Ruschhaupt, A. Kiely, E. Torrontegui, S. Martínez-Garaot и J. G. Muga, „Shortcuts to adiabaticity: Concepts, methods, and applications”, *Reviews of Modern Physics*, т. 91, № 4, с. 045001, 1–54, 2019. doi: <https://doi.org/10.1103/revmodphys.91.045001>.
- [119] L.-M. Duan, M. D. Lukin, J. I. Cirac и P. Zoller, „Long-distance quantum communication with atomic ensembles and linear optics”, *Nature*, т. 414, № 6862, с. 413–418, 2001. doi: <https://doi.org/10.1038/35106500>.
- [120] A. I. Lvovsky, B. C. Sanders и W. Tittel, „Optical quantum memory”, *Nature Photonics*, т. 3, № 12, с. 706–714, 2009. doi: <https://doi.org/10.1038/nphoton.2009.231>.

- [121] N. Sangouard, C. Simon, H. de Riedmatten и N. Gisin, „Quantum repeaters based on atomic ensembles and linear optics”, *Reviews of Modern Physics*, т. 83, № 1, с. 33–80, 2011. doi: <https://doi.org/10.1103/revmodphys.83.33>.
- [122] S.-J. Yang, X.-J. Wang, X.-H. Bao и J.-W. Pan, „An efficient quantum light–matter interface with sub-second lifetime”, *Nature Photonics*, т. 10, № 6, 381–384, 2016. doi: <https://doi.org/10.1038/nphoton.2016.51>.
- [123] Y.-F. Pu, N. Jiang, W. Chang, H.-X. Yang, C. Li и L.-M. Duan, „Experimental realization of a multiplexed quantum memory with 225 individually accessible memory cells”, *Nature Communications*, т. 8, с. 15359, 1–6, 2017. doi: <https://doi.org/10.1038/ncomms15359>.
- [124] C. Laplane, P. Jobez, J. Etesse, N. Gisin и M. Afzelius, „Multimode and long-lived quantum correlations between photons and spins in a crystal”, *Physical Review Letters*, т. 118, № 21, с. 210501, 1–5, 2017. doi: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.118.210501>.
- [125] K. Kutluer, M. Mazzera и H. de Riedmatten, „Solid-state source of nonclassical photon pairs with embedded multimode quantum memory”, *Physical Review Letters*, т. 118, № 21, с. 210502, 1–6, 2017. doi: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.118.210502>.
- [126] N. Gisin и R. Thew, „Quantum communication”, *Nature Photonics*, т. 1, № 3, 165–171, 2007. doi: <https://doi.org/10.1038/nphoton.2007.22>.
- [127] R. Ursin и др., „Entanglement-based quantum communication over 144 km”, *Nature Physics*, т. 3, № 7, 481–486, 2007. doi: <https://doi.org/10.1038/nphys629>.
- [128] H. J. Kimble, „The quantum internet”, *Nature*, т. 453, № 7198, с. 1023–1030, 2008. doi: <https://doi.org/10.1038/nature07127>.
- [129] W. Zhang, D.-S. Ding, Y.-B. Sheng, L. Zhou, B.-S. Shi и G.-C. Guo, „Quantum secure direct communication with quantum memory”, *Physical Review Letters*, т. 118, № 22, с. 220501, 1–6, 2017. doi: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.118.220501>.
- [130] Y.-A. Chen и др., „An integrated space-to-ground quantum communication network over 4,600 kilometres”, *Nature*, т. 589, № 7841, 214–219, 2021. doi: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-03093-8>.
- [131] P. Kok, W. J. Munro, K. Nemoto, T. C. Ralph, J. P. Dowling и G. J. Milburn, „Linear optical quantum computing with photonic qubits”, *Reviews of Modern Physics*, т. 79, № 1, 135–174, 2007. doi: <https://doi.org/10.1103/revmodphys.79.135>.
- [132] S. Barz, „Quantum computing with photons: introduction to the circuit model, the one-way quantum computer, and the fundamental principles of photonic experiments”, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, т. 48, № 8, с. 083001, 1–25, 2015. doi: <https://doi.org/10.1088/0953-4075/48/8/083001>.
- [133] T. Rudolph, „Why I am optimistic about the silicon-photonic route to quantum computing”, *APL Photonics*, т. 2, № 3, с. 030901, 1–19, 2017. doi: <https://doi.org/10.1063/1.4976737>.
- [134] S. Takeda и A. Furusawa, „Toward large-scale fault-tolerant universal photonic quantum computing”, *APL Photonics*, т. 4, № 6, с. 060902, 1–13, 2019. doi: <https://doi.org/10.1063/1.5100160>.
- [135] R. H. Dicke, „Coherence in Spontaneous Radiation Processes”, *Physical Review*, т. 93, № 1, 99–110, 1954. doi: <https://doi.org/10.1103/physrev.93.99>.
- [136] S. S. Ivanov, P. A. Ivanov и N. V. Vitanov, „Simple implementation of a quantum search with trapped ions”, *Physical Review A*, т. 78, № 3, с. 030301, 1–4, 2008. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.78.030301>.
- [137] S. S. Ivanov, P. A. Ivanov, I. E. Linington и N. V. Vitanov, „Scalable quantum search using trapped ions”, *Physical Review A*, т. 81, № 4, с. 042328, 1–6, 2010. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.81.042328>.
- [138] I. E. Linington, P. A. Ivanov и N. V. Vitanov, „Quantum search in a nonclassical database of trapped ions”, *Physical Review A*, т. 79, № 1, с. 012322, 1–7, 2009. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.79.012322>.

- [139] G. Tóth, „Detection of multipartite entanglement in the vicinity of symmetric Dicke states”, *Journal of the Optical Society of America B*, т. 24, № 2, с. 275–281, 2007. doi: <https://doi.org/10.1364/josab.24.000275>.
- [140] A. R. U. Devi, R. Prabhu и A. K. Rajagopal, „Characterizing Multiparticle Entanglement in Symmetric N -Qubit States via Negativity of Covariance Matrices”, *Physical Review Letters*, т. 98, № 6, с. 060501, 1–4, 2007. doi: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.98.060501>.
- [141] J. K. Stockton, J. M. Geremia, A. C. Doherty и H. Mabuchi, „Characterizing the entanglement of symmetric many-particle spin- $\frac{1}{2}$ systems”, *Physical Review A*, т. 67, № 2, с. 022112, 1–17, 2003. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.67.022112>.
- [142] M. Bourennane, M. Eibl, S. Gaertner, N. Kiesel, C. Kurtsiefer и H. Weinfurter, „Entanglement Persistency of Multiphoton Entangled States”, *Physical Review Letters*, т. 96, № 10, с. 100502, 1–4, 2006. doi: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.96.100502>.
- [143] W. Dür, „Multipartite entanglement that is robust against disposal of particles”, *Physical Review A*, т. 63, № 2, с. 020303, 1–4, 2001. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.63.020303>.
- [144] J. K. Stockton, R. van Handel и H. Mabuchi, „Deterministic Dicke-state preparation with continuous measurement and control”, *Physical Review A*, т. 70, № 2, с. 022106, 1–11, 2004. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.70.022106>.
- [145] C. Thiel, J. von Zanthier, T. Bastin, E. Solano и G. S. Agarwal, „Generation of Symmetric Dicke States of Remote Qubits with Linear Optics”, *Physical Review Letters*, т. 99, № 19, с. 193602, 1–4, 2007. doi: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.99.193602>.
- [146] H. Häffner и др., „Scalable multiparticle entanglement of trapped ions”, *Nature*, т. 438, № 7068, 643–646, 2005. doi: <https://doi.org/10.1038/nature04279>.
- [147] D. B. Hume, C. W. Chou, T. Rosenband и D. J. Wineland, „Preparation of Dicke states in an ion chain”, *Physical Review A*, т. 80, № 5, с. 052302, 1–5, 2009. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.80.052302>.
- [148] I. E. Linington и N. V. Vitanov, „Robust creation of arbitrary-sized Dicke states of trapped ions by global addressing”, *Physical Review A*, т. 77, № 1, 010302(R), 1–4, 2008. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.77.010302>.
- [149] S. S. Ivanov, N. V. Vitanov и N. V. Korolkova, „Creation of arbitrary Dicke and NOON states of trapped-ion qubits by global addressing with composite pulses”, *New Journal of Physics*, т. 15, № 2, с. 023039, 1–11, 2013. doi: <https://doi.org/10.1088/1367-2630/15/2/023039>.
- [150] X. Zou, K. Pahlke и W. Mathis, „Generation of arbitrary superpositions of the Dicke states of excitons in optically driven quantum dots”, *Physical Review A*, т. 68, № 3, с. 034306, 1–4, 2003. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.68.034306>.
- [151] N. Kiesel, C. Schmid, G. Toth, E. Solano и H. Weinfurter, „Experimental Observation of Four-Photon Entangled Dicke State with High Fidelity”, *Physical Review Letters*, т. 98, № 6, с. 063604, 1–4, 2007. doi: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.98.063604>.
- [152] B. T. Torosov и N. V. Vitanov, „Arbitrarily accurate variable rotations on the Bloch sphere by composite pulse sequences”, *Physical Review A*, т. 99, № 1, с. 013402, 1–10, 2019. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.99.013402>.
- [153] H. K. Cummins, G. Llewellyn и J. A. Jones, „Tackling systematic errors in quantum logic gates with composite rotations”, *Physical Review A*, т. 67, № 4, с. 042308, 1–7, 2003. doi: <https://doi.org/10.1103/physreva.67.042308>.
- [154] A. Ardavan, „Exploiting the Poincaré-Bloch symmetry to design high-fidelity broadband composite linear retarders”, *New Journal of Physics*, т. 9, № 2, с. 24, 1–8, 2007. doi: <https://doi.org/10.1088/1367-2630/9/2/024>.
- [155] M. Al-Mahmoud, H. Hristova, V. Coda, A. A. Rangelov, N. V. Vitanov и G. Montemezzani, „Non-reciprocal wave retarder based on optical rotators combination”, *OSA Continuum*, т. 4, № 10, с. 2695–2702, 2021. doi: <https://doi.org/10.1364/OSAC.439325>.
- [156] A. Messaadi, M. M. Sánchez-López, A. Vargas, P. Garc´ia-Mart´inez и I. Moreno, „Achromatic linear retarder with tunable retardance”, *Optics Letters*, т. 43, № 14, с. 3277–3280, 2018. doi: <https://doi.org/10.1364/OL.43.003277>.

- [157] A. B. Villaverde, D. A. Donatti и D. G. Bozini, „Terbium gallium garnet Verdet constant measurements with pulsed magnetic field”, *Journal of Physics C: Solid State Physics*, т. 11, № 12, с. L495–L498, 1978. doi: <https://doi.org/10.1088/0022-3719/11/12/004>.
- [158] X. Chen, B. Lavorel, J. P. Boquillon, R. Saint-Loup и M. Jannin, „Optical rotary power at the resonance of the terbium ${}^7F_6 \rightarrow {}^5D_4$ line in terbium gallium garnet”, *Solid-State Electronics*, т. 42, № 9, с. 1765–1766, 1998. doi: [https://doi.org/10.1016/S0038-1101\(98\)00163-4](https://doi.org/10.1016/S0038-1101(98)00163-4).
- [159] H. Yoshida, K. Tsubakimoto, Y. Fujimoto, K. Mikami, H. Fujita, N. Miyanaga, H. Nozawa, H. Yagi, T. Yanagitani, Y. Nagata и др., „Optical properties and Faraday effect of ceramic terbium gallium garnet for a room temperature Faraday rotator”, *Optics Express*, т. 19, № 16, с. 15 181–15 187, 2011. doi: <https://doi.org/10.1364/OE.19.015181>.